

(110) 要素分割法による岩盤の熱伝導解析について

フジタ工業㈱技術研究所 正員 ○姚 義久 門田俊一
古賀重利 鎌田正孝

Thermal Conduction Analysis around a Cooled Underground
Opening by the Finite Divided Element Method

Yao Yi Jeou ; Kadota Shunichi ; Koga Shigetoshi ; Kamata Masataka
Technical Research Institute FUJITA CORPORATION

Abstract

In order to advance the effective use of underground space, such as the storage of Liquefied Natural Gas or Superconducting Magnetic Energy Storage, it is important to analysis the thermal conduction around a cooled underground opening excavated in rock mass .

In this paper, we dealt with the composite material and used the finite divided element method (FDEM) to analysis the temperature distribution around opening changes with time . The results were compared and discussed with the results calculated from the finite difference method (FDM) . It showed that the FDEM was very coincided with the FDM .

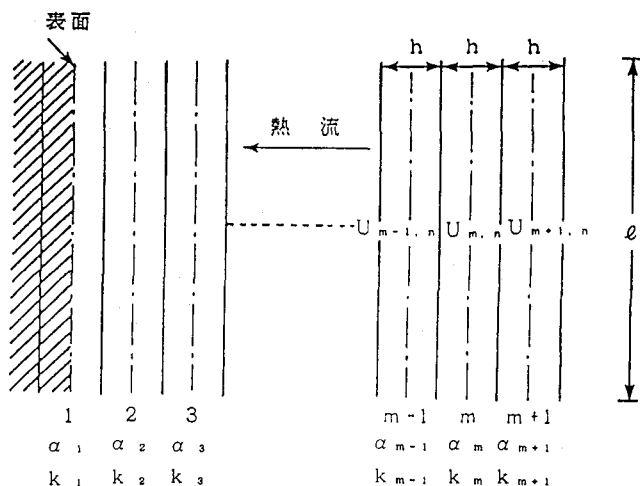
1. まえがき

最近の地下空間を利用した超伝導電力貯蔵問題や人工地盤凍結工法の需要拡大に伴い、関連する構造物を合理的に設計・施工するためには、周辺地盤における低温時温度分布特性を正確に把握する必要性が生じてきた。従来、液化天然ガスの岩盤内空洞貯蔵等に関連して、空洞周辺岩盤内の低温時熱伝導解析が実施されてきたが、これらの解析では差分法や有限要素法が多用されている。一方、稲田¹⁾らは、要素分割法を用いた空洞周辺岩盤の低温時温度分布の解析法を提案している。要素分割法の利点は、上述した有限要素法や差分法に比較して、計算に必要な入力パラメータ数を減少させることが可能であることや、非定常計算に必要な時間間隔の選定が容易であること等である。本報告では、要素分割法を不均質岩盤に適用する場合について、従来の差分法に従う解析結果との比較を通じて解析精度を検討すると共に、不均質岩盤内に掘削された円形空洞周辺の非定常熱分布特性について考察を加える。

2. 不均質材料における要素分割法の原理

2. 1 一次元問題の場合

図一1に示すような不均質材料において、一次元問題を考え、伝熱方向に



図一1 一次元要素分割法概念図

等間隔 h で要素 (長さ ℓ 、紙面に垂直方向の厚みを 1 とする) を分割し、 m 番目の要素の任意の時刻 n における温度を $U_{m,n}$ とする。時間 Δt 内に、 m に $m+1$ 側から入る熱量 $Q_{m,in}$ は、式 (1) となる。

$$Q_{m,in} = k_{m+1,m} \frac{U_{m+1,n} - U_{m,n}}{h} \times \ell \Delta t \quad (1)$$

ここに、

$$k_{m+1,m} = (k_{m+1} + k_m) / 2$$

k_{m+1} 、 k_m はメッシュ点 $m+1$ 、 m における熱伝導率である。また、時間 Δt 内に、 m から $m-1$ 側に出る熱量 $Q_{m,out}$ は、式 (2) となる。

$$Q_{m,out} = k_{m,m-1} \frac{U_{m,n} - U_{m-1,n}}{h} \ell \Delta t \quad (2)$$

ここに、

$$k_{m,m-1} = (k_m + k_{m-1}) / 2$$

k_m 、 k_{m-1} はメッシュ点 m 、 $m-1$ における熱伝導率である。 m に消費される熱量は m 内の温度低下に費やされるから、熱バランス式を作ると次式となる。

$$Q_{m,out} - Q_{m,in} = c_m \rho_m h (U_{m,n} - U_{m,n+1}) \quad (3)$$

ここに、 c_m 、 ρ_m はそれぞれメッシュ点 m における比熱および密度であり、 $U_{m,n+1}$ は Δt 時間の終りにおける m の温度である。式 (1)、式 (2) を式 (3) に代入することにより、 $U_{m,n+1}$ は次式から求められる。

$$U_{m,n+1} = U_{m,n} + \frac{\Delta t}{2 c_m \rho_m h^2} \times [(k_{m-1} + k_m) U_{m-1,n} - (k_{m-1} + 2 k_m + k_{m+1}) U_{m,n} + (k_m + k_{m+1}) U_{m+1,n}] \quad (4)$$

式 (4) に $k_{m-1} = k_{m+1} = k_m$ とおくと、次式となる。

$$U_{m,n+1} = U_{m,n} + \frac{\alpha \Delta t}{h^2} \times (U_{m-1,n} - 2 U_{m,n} + U_{m+1,n}) \quad (5)$$

ただし、 α は熱拡散率で $\alpha = k_m / (c_m \rho_m)$ となる。式 (5) は均質材料における一次元問題の温度分布²⁾であり、式 (4) の特別な場合である。なお式 (4) は次式のように書き直すこともできる。

$$U_{m,n+1} = \left[1 - \frac{\Delta t}{2 c_m \rho_m h^2} \times (k_{m-1} + 2 k_m + k_{m+1}) \right] U_{m,n} + \frac{\Delta t}{2 c_m \rho_m h^2} [(k_{m-1} + k_m) U_{m-1,n} + (k_m + k_{m+1}) U_{m+1,n}] \quad (6)$$

つぎに、計算時間間隔 Δt の決定法について述べる。式 (6) において、 $U_{m,n+1}$ と $U_{m,n}$ の符号が同じでなければ計算値 $U_{m,n+1}$ の経過が振動発散してしまうことになるので、 $U_{m,n}$ の係数は正の値でなければならない。従って式 (6) から

$$\frac{\Delta t}{2 c_m \rho_m h^2} (k_{m-1} + 2 k_m + k_{m+1}) < 1$$

を満足する必要がある。これを書き直すと、

$$\Delta t < \frac{2 c_m \rho_m h^2}{k_{m-1} + 2 k_m + k_{m+1}} \quad (7)$$

となる。いま k_{m-1} 、 k_m 、 k_{m+1} なる熱伝導率の最大値を k_{max} とおき、 $c_m \rho_m = k_m / \alpha_m$ なる熱容量の最小値を $(k_m / \alpha_m)_{min}$ とおくと、式 (7) は次式となる。

$$\Delta t < \frac{2 (k_m / \alpha_m)_{min} h^2}{4 k_{max}} = \frac{h^2 (k_m / \alpha_m)_{min}}{2 k_{max}}$$

すなわち、

$$\Delta t < \frac{h^2 (k_m / \alpha_m)_{\min}}{2 k_{\max}} \quad (8)$$

となるように h に応じて Δt を定める必要がある。

2. 2 次元問題の場合

図-2 に示す矩形要素分割を前節と同じように行なうと、式(4) は次式に書き換えられる。

$$U_{m,n+1} = \frac{\Delta t}{2 c_m \rho_m h^2 \ell_m} \times \left[(k_{m-1} + k_m) \ell_{m-1} U_{m-1,n} + \left[\frac{2 c_m \rho_m h^2}{\Delta t} \ell_m - (k_m + k_{m+1}) \ell_{m+1} - (k_{m-1} + k_m) \ell_{m-1} \right] U_{m,n} + (k_m + k_{m+1}) \ell_{m+1} U_{m+1,n} \right] \quad (9)$$

いま、円の半径を a 、中心角を θ すると、

$$\ell_1 = 2 a \sin \frac{\theta}{2}, \quad \ell_2 = 2 \left[a \sin \frac{\theta}{2} + h \tan \frac{\theta}{2} \right]$$

$$\ell_3 = 2 \left[a \sin \frac{\theta}{2} + 2 h \tan \frac{\theta}{2} \right], \quad \ell_{m-1} = 2 \left[a \sin \frac{\theta}{2} + (m-2) h \tan \frac{\theta}{2} \right]$$

$$\ell_m = 2 \left[a \sin \frac{\theta}{2} + (m-1) h \tan \frac{\theta}{2} \right], \quad \ell_{m+1} = 2 \left[a \sin \frac{\theta}{2} + m h \tan \frac{\theta}{2} \right]$$

である。式(9) を書き直すと次式となる。

$$U_{m,n+1} = \frac{Q U_{m-1,n} + R U_{m,n} + S U_{m+1,n}}{P} \quad (10)$$

ここに

$$P = \frac{2 k_m h^2}{\alpha_m \Delta t} [A + (m-1) B] \quad (11)$$

$$Q = (k_{m-1} + k_m) \times [A + (m-2) B] \quad (12)$$

$$R = \frac{2 k_m h^2}{\alpha_m \Delta t} [A + (m-1) B] - k_{m-1} [A + (m-2) B] - 2 k_m [A + (m-1) B] - k_{m+1} (A + m B) \quad (13)$$

$$S = (k_m + k_{m+1}) \times (A + m B) \quad (14)$$

ただし、 $m \geq 2$ 、 $A = a \sin \theta / 2$ 、 $B = h \tan \theta / 2$

式(11)～式(14)に $k_{m-1} = k_{m+1} = k_m = k$ 、 $\alpha_m = \alpha$ とおくと、式(10)は次式となる。

$$U_{m,n+1} = [A_1 U_{m-1,n} + (c-2) A_2 U_{m,n} + A_3 U_{m+1,n}] / (c A_2) \quad (15)$$

ただし、 $A_1 = A + (m-2) B$ 、 $A_2 = A + (m-1) B$

$$A_3 = A + m B, \quad c = h^2 / (\alpha \Delta t)$$

式(15)は均質材料における二次元問題の温度分布¹⁾であり、式(10)の特別な場合である。式(10)または式(15)を用いて温度分布を計算する際、精度上問題となるのは中心角の大きさ(θ)、要素の間隔(h)および時間間隔(Δt)との相互関係である。これらについては、式(15)において、先に一次元問題で示した式(8)と同様な検討が稲田ら¹⁾によってすでになされている。

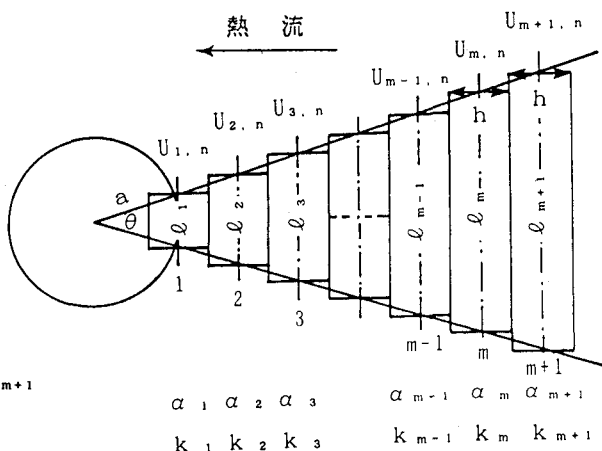


図-2 二次元要素分割法概念図

3. 温度分布の計算結果および考察

3. 1 一次元問題の計算例

ここでは、図-3に示すように、花崗岩（長さ30cm）と安山岩で構成される不均質岩盤を解析モデルとし、同一問題を差分法と要素分割法で比較解析することにより、要素分割法の精度について検討を加える。境界条件は花崗岩の左側で $U_1 = -162^\circ\text{C}$ 、安山岩の右側で $U_\infty = 15^\circ\text{C}$ である。初期条件は、全領域一様に 15°C とした。ただし、 U_1 については、境界条件から -162°C である。

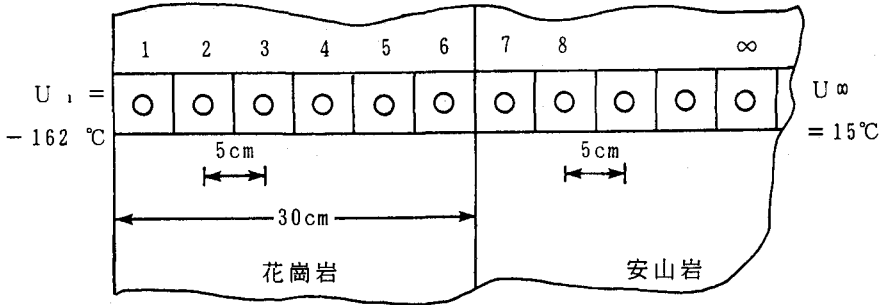


図-3 一次元問題の計算例

計算に用いた熱物性値は次のとおりである。

花崗岩： $k=0.00825\text{cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot^\circ\text{C}$ 、 $\alpha=0.015\text{cm}^2/\text{sec}$

安山岩： $k=0.00580\text{cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot^\circ\text{C}$ 、 $\alpha=0.007\text{cm}^2/\text{sec}$

つぎに適切な時間間隔について検討する。いま、 $h=5\text{cm}$ とし、 $k_{\max}=0.00825$ 、 $(k_m/\alpha_m)_{\min}=0.55$ であるため、式(8)より

$$\Delta t < \frac{h^2 (k_m/\alpha_m)_{\min}}{2 k_{\max}} = \frac{5^2 \times 0.55}{2 \times 0.00825} = 833\text{sec.}$$

を得る。この値を考慮し、 $\Delta t=360\text{sec}$ を用いて計算した要素分割法による結果を図-4に示し、差分法によって得た結果との比較を表-1に示したが、その差は 1°C 以内であり、非常によく一致していることが分かる。なお、図-4から、初期の時間には温度勾配が大きく、時間の経過とともに温度勾配は緩やかとなる。

3. 2 二次元問題の計算例

岩盤中に直径6mと10mの円形空洞を設けた場合を想定し、空洞周辺の温度分布の推移を計算する。ただし、地質条件、材料の熱物性値、および温度条件は前例と同一である。

要素分割法により、 $\Delta t=360\text{sec}$ 、 $h=5\text{cm}$ 、 $\theta=15^\circ$ を用いて計算した結果を図-5と図-6に示す。これより、初期においては、空洞の直径に無

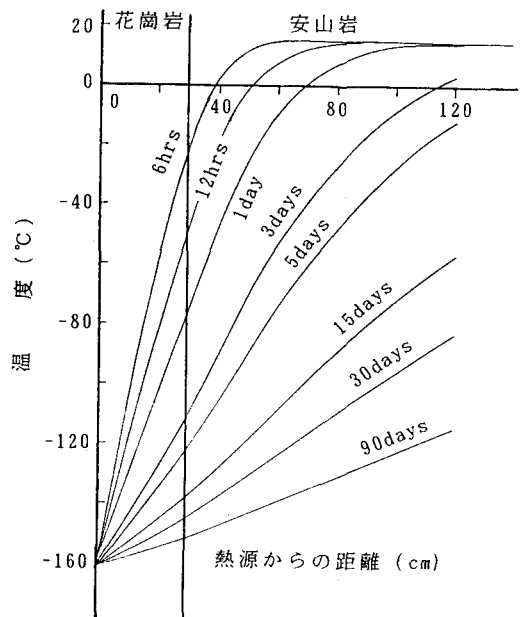


図-4 一次元問題の温度分布

表-1 温度分布の比較 (t = 6時間)

熱源からの 距離, cm	温 度, °C	
	差 分 法	要素分割法
0	-162	-162
5	-134.48	-134.49
10	-107.97	-108.00
15	- 83.35	- 83.40
20	- 61.33	- 61.40
25	- 42.33	- 42.43
30	- 23.75	- 23.89
35	- 7.92	- 8.06
40	2.35	2.24
45	8.49	8.41
50	11.87	11.82
55	13.60	13.57
60	14.42	14.40
65	14.77	14.77
70	14.92	14.91
75	14.97	14.97
80	14.99	14.99

関係に、極めて温度勾配が大きく、また温度分布もそれほど大きな違いが見られず、時間の経過と共に温度勾配は緩やかとなり、前例と類似している傾向にある。しかしながら、時間の経過に従い、直径10 mの場合には、直径6 mの場合に比較して低温領域の進み方が早い傾向にある。

4・まとめ

要素分割法を用いて複合材料における岩盤の熱伝導解析を行ない、差分法と比較した。その結果、両者は良く一致することから、本手法の精度が良好であることが示された。要素分割法の利点は入力パラメータ数が差分法より少なくて済むことにある。今後は、この利点を生かし、種々の岩盤材料における熱伝導解析を実施して行く予定である。

参考文献

- 1) 稲田善紀・重信純：液化天然ガスを地下岩盤内空洞に貯蔵した場合の空洞周辺の温度分布，日本鉱業会誌，99,1141, pp.179～185,1983.
- 2) 姚義久・門田俊一・古賀重利・鎌田正孝：要素分割法による温度拡散率の逆解析について，日本雪工学会第1回凍上防災シンポジウム，pp. 26～29,1989.

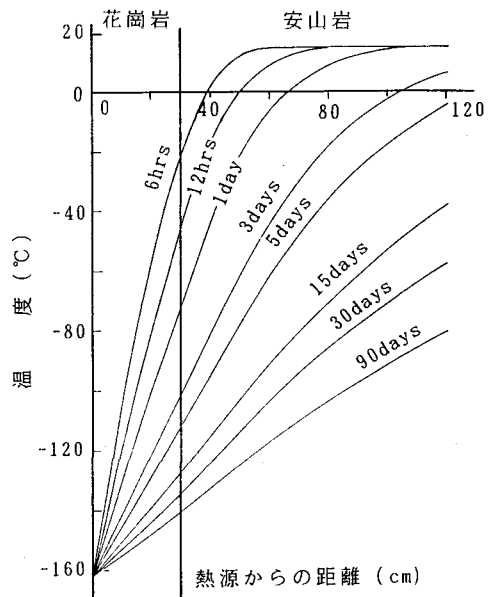


図-5 空洞周辺の温度分布 (空洞直径6 m)

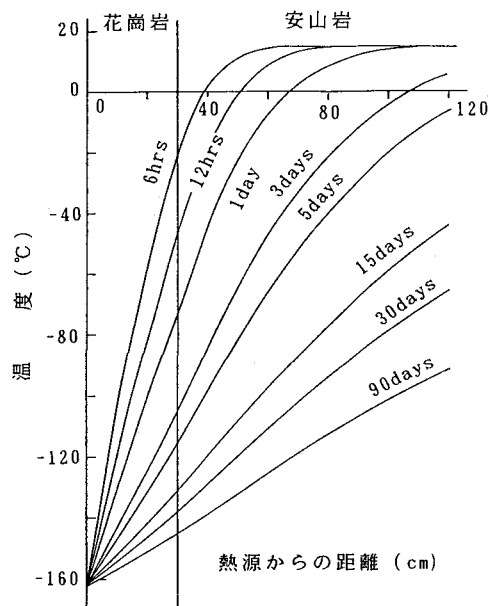


図-6 空洞周辺の温度分布 (空洞直径10m)