

(93) 孔内水圧載荷による 1 次亀裂発生条件からの 3 次元応力測定について

日本国土開発 (株) 正会員 佐久間 彰三
日本国土開発 (株) 正会員 菊地 慎二
日本国土開発 (株) 正会員 中村 哲也
山口大学工学部 正会員 水田 義明

Three Dimensional Stress Determination from Conditions of Primary Fracture Initiation by Internal Pressurization to Borehole Boundary

Shozo Sakuma, JDC Corporation
Shinji Kikuchi, JDC Corporation
Tetsuya Nakamura, JDC Corporation
Yoshiaki Mizuta, Yamaguchi Univ.

ABSTRACT

In general, axial fracture is produced by internal pressurization of borehole interval around sound rock even in case that the borehole axis is not parallel to any principal stress. In such case, however, fracture initiation occurs in a direction inclined to the borehole axis and those inclined cracks are linked together to produce an apparent longitudinal fracture. Therefore, angular position of the fracture is different from the position where the maximum hoop stress (tangential stress component in the plane perpendicular to borehole axis) occurs; nevertheless, it has been assumed so far in three dimensional stress determination by Double Fracturing / Hydraulic Fracturing conducted by the authors that only hoop stress controls fracture initiation. Such assumption is allowable in most case but the error induced on the assumption becomes greater in case that quantity differences among the principal stresses are abnormally great.

Hence, the authors have developed a back analysis system strictly based on data of primary fracture initiation. Analytical procedure of new system is introduced here and a specific stress state calculated by the system is compared with the result obtained through the conventional procedure in order to discuss about applicability of the conventional system for three dimensional stress determination.

1 はじめに

筆者らが開発した「ダブルフラクチャリング法」による地山応力測定方法は、ボーリング孔内においてウレタンチューブを介して、ボーリング孔壁に流体圧を作用させ、この時孔壁に発生するボーリング孔軸に沿った亀裂 (1 次亀裂および 2 次亀裂) の発生位置及び発生時の載荷圧力から地山応力を算定するものである。¹⁾ただし、一般に岩盤は不均質であって載荷圧力は破砕された箇所の引張強度に依存するので、実際の算定においては亀裂発生時の載荷圧力ではなく、発生した亀裂を再開口させるときの載荷圧力が用いられることが多い。また、1 次亀裂だけに注目すれば、水圧破砕法による地圧測定においても同じである。しかし、これまでの地山応力測定においては、ボーリング孔軸に垂直な平面上の 2 次元応力状態 (孔軸方向に関する二つのせん断応力成分を無視) が、その面内の亀裂の発生位置や発生時の載荷圧を支配するものとして、応力が算定されている。また、主応力軸がボーリング孔軸と傾斜する場合においてもボーリング孔軸に平行な亀裂ができることはよく知られている。しかし、この場合には、ボーリング孔壁上の最大引張応力はボーリング孔軸と傾斜する面に生じるので、初期にはその方向に多数の微小亀裂が発生し、最終的に、それらが孔軸方向に連結 (一連の初期亀裂はその後わずきエネルギー解放率が最小となるようにボーリング孔軸に依存して伸展する) して、見掛け上、ボーリング孔軸に平行な亀裂ができるものと思われる。²⁾したがって、厳密には、発生する亀裂の位置や載荷圧はボーリング孔軸に垂直な平面内で導かれたものと異なることになる。言いかえれば、その面内での最大主応力方向に 1 次亀裂が発生するとする従来の考えは必ずしも正しくないことになる。この論文では、3 次元応力状態が支配する亀裂発生条件を考えるものとし、ボーリング孔壁に発生する亀裂の位置や亀裂発生時の載荷圧を理論的に求め、方向が異な

る数本のボーリング孔で得られる亀裂に関する測定値から地山の3次元応力を決定する方法について報告する。測定値と未知量との関係は線型ではないので、3次元応力場の決定には最適化の手法を用い、従来の方法で算定された結果と比較する。なお最適化の手法としては、シンプレックス法を用いた。

2 応力測定理論の概要

2-1 従来の応力測定理論

図-1に示すようにボーリング孔軸に垂直な平面内の最大主応力を P_0 、最小主応力を Q_0 とし、ボーリング孔内から水圧载荷 P を作用させた場合のボーリング孔壁の接線応力 σ_θ は次式で表わされる。

$$\sigma_\theta = P_0 + Q_0 - 2(P_0 - Q_0)\cos 2\theta - P$$

上式からわかるように σ_θ は $\theta=0, \pi/2$ で最小、最大となり、分布を図示すると図-2の曲線①のようである。内圧の増加に伴ってこの分布は曲線②まで変化し、 $\theta=0$ において σ_θ の絶対値が岩盤の引張強度 T に達する。

1次亀裂発生直後には σ_θ の分布は曲線③となり、さらに载荷圧を増加させると1次亀裂が伸展しながら σ_θ の分布は曲線④のように変化する。そして、ついには曲線⑤のような分布となり、 $\theta=\pi/2$ で2次亀裂が発生する。従来のダブルフラクチャリング法による2次元応力場の算定²⁾では、1次、2次亀裂を再開口させるときの载荷圧からボーリング孔軸に垂直な面内の主応力を算定し、1次亀裂の方向から平面内の最大主応力の方

2-2 3次元応力場における亀裂の発生

上記の理論は1つの主応力方向がボーリング孔軸と一致する場合には正しいが、そうでない場合には、次のように考えなければならない。

図-3に示すように水平面に N, E 軸をとり、 V 軸が鉛直上方となるような基準座標系に原点を共有し、主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の方向に一致する直角座標系 x', y', z' 軸をとる。また、ボーリング孔軸を水平面内に投影したものを x 軸とし、鉛直に z 軸、 x 軸と z 軸に垂直に y 軸（したがって y 軸は水平）をとり、 N 軸から x 軸までの角度を β 、水平面とボーリング孔軸との角度を α とする。さらにボーリング孔軸を ξ 軸とし、 y 軸方向を $\theta=0$ とした円柱座標系 (r, θ, ξ) を設定する。このような応力状態において、ボーリング孔が掘削された場合の r, θ, ξ 座標系でのボーリング孔壁面の応力を求める。ここで x', y, z 軸となす角の方向余弦を l_1, l_2, l_3 とし、 y', z' 軸に関するそれぞれの方向余弦を m_1, m_2, m_3 および n_1, n_2, n_3 とする。上記のように定義すると、ボーリング孔内から水圧载荷 P が作用した場合のボーリング孔壁面の応力は次式で表わされる。³⁾

$$\begin{aligned}\sigma_r &= P \\ \sigma_\theta &= 2\alpha_1 - 4\alpha_2 \cos 2\theta - 4\alpha_3 \sin 2\theta - P \\ \sigma_\xi &= \beta - 4\alpha_2 \nu \cos 2\theta - 4\alpha_3 \nu \sin 2\theta\end{aligned}$$

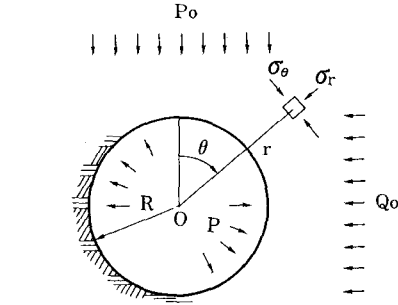


図-1 ボアホール周辺の応力状態

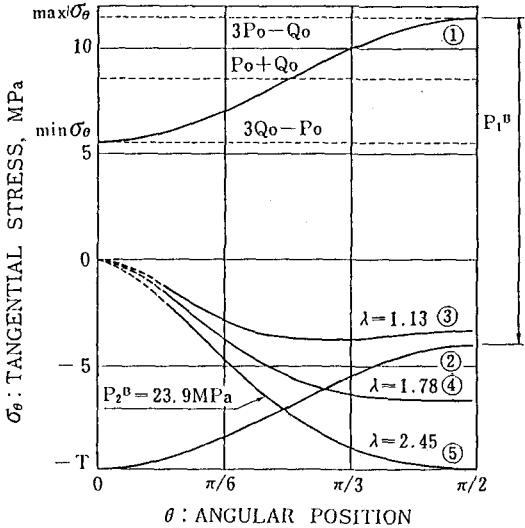


図-2 载荷圧の増加に伴う接線応力分布の変化
($T=10\text{MPa}$)

ただし $P_0=5\text{MPa}, Q_0=3.5\text{MPa}, R=0.05\text{m},$
 $K_{IC}=0.5\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}, P=0\sim 23.0\text{MPa}$

$$\begin{aligned}\tau_{r\theta} &= 0 \\ \tau_{\theta\xi} &= 2\gamma_1 \cos \theta + 2\gamma_2 \sin \theta \\ \tau_{\xi r} &= 0\end{aligned}$$

ただし、 ν はポアソン比であり、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta, \gamma_1, \gamma_2$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 1/2\{(l_1^2 \sin^2 \alpha + l_2^2 + l_3^2 \cos^2 \alpha - 2l_3 l_1 \sin \alpha \cos \alpha) \sigma_1 \\ &\quad + (m_1^2 \sin^2 \alpha + m_2^2 + m_3^2 \cos^2 \alpha - 2m_3 m_1 \sin \alpha \cos \alpha) \sigma_2 \\ &\quad + (n_1^2 \sin^2 \alpha + n_2^2 + n_3^2 \cos^2 \alpha - 2n_3 n_1 \sin \alpha \cos \alpha) \sigma_3\} \\ \alpha_2 &= 1/2\{(-l_1^2 \sin^2 \alpha + l_2^2 - l_3^2 \cos^2 \alpha + 2l_3 l_1 \sin \alpha \cos \alpha) \sigma_1 \\ &\quad + (-m_1^2 \sin^2 \alpha + m_2^2 - m_3^2 \cos^2 \alpha + 2m_3 m_1 \sin \alpha \cos \alpha) \sigma_2 \\ &\quad + (-n_1^2 \sin^2 \alpha + n_2^2 - n_3^2 \cos^2 \alpha + 2n_3 n_1 \sin \alpha \cos \alpha) \sigma_3\} \\ \alpha_3 &= (l_2 l_3 \cos \alpha - l_1 l_2 \sin \alpha) \sigma_1 + (m_2 m_3 \cos \alpha - m_1 m_2 \sin \alpha) \sigma_2 \\ &\quad + (n_2 n_3 \cos \alpha - n_1 n_2 \sin \alpha) \sigma_3 \\ \beta &= (l_1^2 \cos^2 \alpha + l_3^2 \sin^2 \alpha + 2l_3 l_1 \sin \alpha \cos \alpha) \sigma_1 \\ &\quad + (m_1^2 \cos^2 \alpha + m_3^2 \sin^2 \alpha + 2m_3 m_1 \sin \alpha \cos \alpha) \sigma_2 \\ &\quad + (n_1^2 \cos^2 \alpha + n_3^2 \sin^2 \alpha + 2n_3 n_1 \sin \alpha \cos \alpha) \sigma_3 \\ \gamma_1 &= \{-l_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + l_3^2 \sin \alpha \cos \alpha + l_3 l_1 (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)\} \sigma_1 \\ &\quad + \{-m_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + m_3^2 \sin \alpha \cos \alpha + m_3 m_1 (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)\} \sigma_2 \\ &\quad + \{-n_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + n_3^2 \sin \alpha \cos \alpha + n_3 n_1 (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)\} \sigma_3 \\ \gamma_2 &= (-l_2 l_3 \sin \alpha - l_1 l_2 \cos \alpha) \sigma_1 + (-m_2 m_3 \sin \alpha - m_1 m_2 \cos \alpha) \sigma_2 \\ &\quad + (-n_2 n_3 \sin \alpha - n_1 n_2 \cos \alpha) \sigma_3\end{aligned}$$

接線応力 σ_θ が最小となる角度 θ_m は次式で計算され、従来の応力測定理論ではこの位置での接線応力 σ_m が地盤の引張強度 T に等しくなる時の載荷圧 P_b で亀裂が発生するとされている。

$$\begin{aligned}\theta_m &= 1/2 \cdot \tan^{-1}(\alpha_3 / \alpha_2) \\ \sigma_m &= 2\alpha_1 - 4\alpha_2 \cos 2\theta_m - 4\alpha_3 \sin 2\theta_m - P_b\end{aligned}$$

しかし、ボーリング壁面のそれぞれの位置での最小の応力 σ_m' は次式で表われ、 σ_m' が最小値を示す角度 θ_m での応力が T に等しくなった場合に亀裂が発生する。

$$\sigma_m' = 1/2\{\sigma_\theta + \sigma_\xi - \sqrt{(\sigma_\theta - \sigma_\xi)^2 + 4\tau_{\theta\xi}^2}\}$$

従って、最初に発生する亀裂はボーリング軸に沿ったものではなく、図-4に示すようにボーリング軸から γ_m 傾いた方向となる。

$$\gamma_m = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{\theta\xi}}{\sigma_\theta - \sigma_\xi} \right)$$

3 3次元応力場の決定

方向の異なる数本のボーリング孔を利用したダブルフラクチャリング法（または水圧破砕法）による応力測定で得られる1次亀裂発生データからシンプレックス法を用いて3次元応力を決定する方法を以下に示す。入力値としては次のものを用いる。ただし、NBはボーリングの本数である。

- (1) 岩盤のポアソン比 ν 、引張強度 T
- (2) ボーリング孔の位置 α_j, β_j ($j=1, NB$)
- (3) 亀裂発生時の載荷圧 P_{bj} 、亀裂発生位置 θ_{mj} 、初期亀裂の傾き γ_{mj} ($j=1, NB$)

真の地山応力場での3主応力は図-3の座標系に関する次の6個の応力成分で表わされる。

$$\sigma_k = g(\sigma_N, \sigma_E, \sigma_V, \tau_{NE}, \tau_{EV}, \tau_{VN}) \quad k=1, 3$$

従って、シンプレックスの初期値として、それぞれ異なる7組の応力状態を仮定し、それらの組の目的関数 f の値を比較し、それが最小となるように f が大きい組を規則的に変更しながらシンプレックスを改変していくことによって真の値を探索する。このフローチャートを図-5に示す。まず最初に仮定した

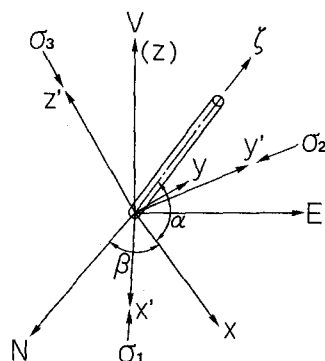


図-3 NEV座標系とxyz座標系との関係および $x'y'z'$ 座標(主応力)

3次元応力場($\sigma_{Ni}, \sigma_{Ei}, \sigma_{Vi}, \tau_{NEi}, \tau_{EVi}, \tau_{VNi}$)に対する亀裂発生時の載荷圧 P_{Bij} , 亀裂の発生位置 θ_{Mij} , 初期亀裂の傾き γ_{mj} を計算する。目的関数 f_i は, 測定値との誤差の2乗の和とし, 載荷圧は土被り圧 $\gamma \cdot h$ で, 角度は $\pi/2$ で除して無次元化する。

$$f_i = \sum_{j=1}^{NB} \{ (P_{Bij} - P_{Bj}) / \gamma \cdot h \}^2 + \sum_{j=1}^{NB} \{ (\theta_{Mij} - \theta_{Mj}) / \pi/2 \}^2 + \sum_{j=1}^{NB} \{ (\gamma_{mj} - \gamma_{mj}) / \pi/2 \}^2$$

シンプレックス法のフローチャートについては文献⁴⁾を参照されたい。 f の最大値を与える点 x^h , 2番目に大きな値を与える点 x^a , 最小値を与える点 x^l , また x^h 以外の点から生成される平均値 x^o を用いて, 次のような基本的な手続きを定義する。

- (1) 鏡映 x^r
 $x^r = (1+a_1) \cdot x^o - a_1 \cdot x^h \quad a_1 > 0$
- (2) 拡張 x^e
 $x^e = a_3 \cdot x^r + (1-a_3) \cdot x^o \quad a_3 > 1$
- (3) 収縮 x^c
 $x^c = a_2 \cdot x^h + (1-a_2) \cdot x^o$

ここでは, $a_1=1, a_2=0.5, a_3=2$ の値を用いた。規定回数のシンプレックス解析を行なった後, f を最小にする応力成分を真の3次元応力場とし, それらを用いて各主応力の大きさとその方向を決定する。

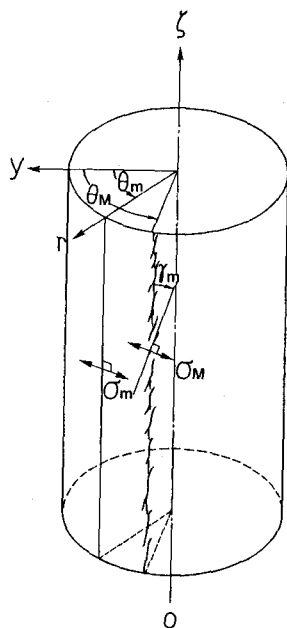


図-4 最大引張応力(σ_M)が発生する面の方向(γ_m)と位置(θ_M)およびボーリング孔軸に垂直な面内の最大引張応力(σ_m)が発生する位置(θ_m)

4 解析例

ここで報告した3次元応力の決定方法の妥当性及び従来の方法による算定の誤差を検討するため, 表-1に示すような応力状態を設定し, 任意の方向に掘削されたボーリング孔について亀裂が発生する時の載荷圧, 亀裂の発生位置, 初期亀裂の傾きを求め, その結果を表-2に示す。また, この値を入力値として今回の方法を用いて3次元応力場を決定した結果を表-3に示す。この表には, 従来の方法によって算定された3次元応力場, すなわち, 表-2の P_B と θ_M を P_b と θ_m として算定された3次元応力場も合わせて示す。

5 考察

たとえ主応力がボーリング孔軸と傾斜していても3主応力間の差が大きくなければ, 原理的に P_B と P_b との差, θ_M と θ_m との差および γ_m は小さい。また, 3主応力間の差がある程度大きい場合でも, 岩盤の引張強度が最大主応力に比べて非常に大きければ P_B, P_b ともに大きくなるのでそれらの差は相対的に小さくなり, θ_M と θ_m との差や γ_m は非常に小さくなるのが理論的にわかる。

表-1に示されているように, 例題として設定された3次元応力場と岩盤物性をみると

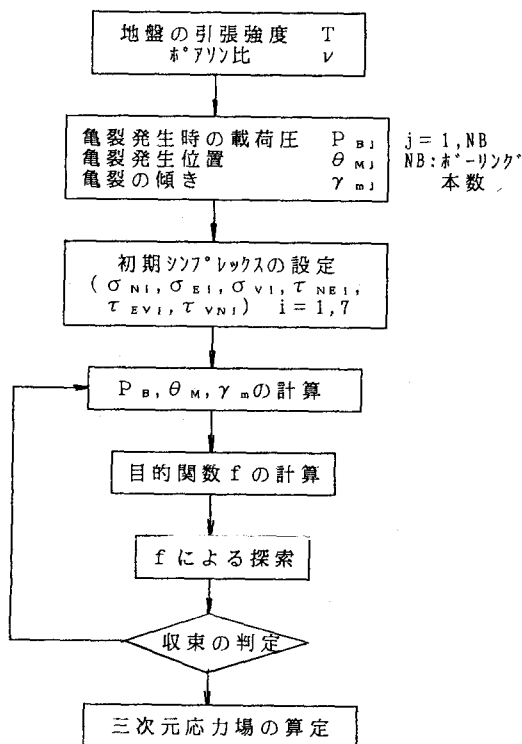


図-5 3次元応力場算定のためのフローチャート

最小主応力と最大主応力との比が 0.5 で、引張強度と最大主応力との比が 1 である。すなわち主応力差がそれほど大きくなり引張強度も相対的に小さくはない。このような場合でも、たとえば 4 本のボーリング孔の方向と主応力方向とが表-2 に示される関係にあれば、表-3 に示されているように、従来の方法で算定すると無視できない大きさの誤差が生ずることがわかる。したがって、最大と最小の主応力比がもっと大きい場合に、引張強度が最大主応力と比較してそれほど小さくなく、かつすべてのボーリング孔軸の方向と主応力方向とが大きく傾斜する場合には、従来の算定方法によれば相当の誤差が生ずることが想像される。

表-1 設定された3次元主応力場および岩盤物性

主応力	大きさ	方向	
		$\alpha(^{\circ})$	$\beta(^{\circ})$
σ_1	1.0	0.0	0.0
σ_2	0.8	0.0	90.0
σ_3	0.5	90.0	90.0
T	1.0		
ν	0.3		

6 おわりに

ダブルフラクチャリング法や水圧破碎法による3次元応力測定においてボーリング孔軸が主応力方向と傾斜する場合には、初期に発生する1次亀裂の方向は一般にボーリング孔軸方向に対して傾斜する。また亀裂発生位置もボーリング孔軸に垂直な面内での最大引張応力が発生する位置と異なってくる。そこで、このような1次亀裂発生条件を厳密に考慮して3次元応力場を逆解析するシステムを開発し、これを用いれば3次元応力場が実際に算定できることを示した。また、算定された結果を従来の簡易算定法によって逆解析された結果と比較した。その結果つぎのことがわかった。 σ_3/σ_1 が大きい場合に T/σ_1 がそれほど小さくなく、すべてのボーリング孔軸が主応力方向と大きく傾斜する場合には、簡易算定法によって算定される3次元応力場には相当の誤差が生じると思われる。

なお、実際の演算は山口大学大学院工学研究科学生 徳永 和広 君に協力して頂いた。ここに謝意を表する。

参考文献

- 1) 佐久間 彰三, 菊池 慎二, 水田 義明, 世良田 章正, ダブルフラクチャリング法による地山応力の測定, 土木学会論文集 第406号/III-11(1989)
- 2) Y. Mizuta, O. Sano, S. Ogino and H. Katoh, Three Dimensional Stress Determination by Hydraulic Fracturing for Underground Excavation Design, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 24, No. 1 p. 15-29(1987)
- 3) M. Kuriyagawa, H. Kobayashi, I. Matsunaga, T. Yamaguchi, and K. Hibiya, Application of Hydraulic Fracturing to Three Dimensional In-situ Stress Measurements, Proc. 2nd Int. Workshop on Hydraulic Fracturing Stress Measurement(Minneapolis) p. 307-340(1988)
- 4) 山本 善之, 小山 健夫 共訳, J. コワリック, M.R. オスボーン 共著, 非線形最適化問題, 培風館, p. 27-31(1976)

表-2 適当に設定された4本のボーリング孔に対して理論的に計算された1次亀裂データ

ボーリング方向		き裂発生時の載荷圧	き裂発生位置	き裂の傾き
$\alpha(^{\circ})$	$\beta(^{\circ})$	PB	θ_m	γ_m
60.0	30.0	2.35	37.7	9.5
30.0	80.0	1.69	1.9	10.1
10.0	60.0	1.57	1.6	4.2
45.0	135.0	2.03	165.5	-12.8

表-3 厳密に算定された結果と従来の方法によって算定された結果との比較

算定方法	引張強度	主応力	大きさ	方向	
				$\alpha(^{\circ})$	$\beta(^{\circ})$
厳密算定	T=1.0	σ_1	1.003	0.0	-0.4
		σ_2	0.801	0.0	89.6
		σ_3	0.501	90.0	89.6
簡易算定	T=1.0	σ_1	1.035	8.2	26.9
		σ_2	0.859	8.7	118.1
		σ_3	0.514	78.0	74.0