

(78) 等価体積欠損に基づいた岩盤変形挙動の数値解法

熊本大学工学部 正会員○金子勝比古
日本ボーリング(株) 正会員 柴 拓海
熊本大学大学院 野田兼司
熊本大学工学部 正会員 菅原勝彦

Numerical Method for Rock Deformation Analysis
basing on Equivalent Volume Defect

Katsuhiko KANEKO, Kumamoto University
Takumi SHIBA, Nippon Boring Ltd.
Kenji NODA, Graduate student of Kumamoto University
Katsuhiko SUGAWARA, Kumamoto University

ABSTRACT

A new method, Equivalent Volume Defect Method (EVDM), to estimate the deformability of jointed rock is proposed. Equivalent Volume Defect (EVD) is theoretically defined as its effect on the deformability is equivalent to the effect of joint. Basing on the EVD concept, stress/strain relationship of jointed rock is simply formulated as it can be treated in a framework of continuum mechanics.

The Effective elastic compliance of the elastic body which contains many cracks is expressed as a function of EVD and the intrinsic elastic moduli of the body. EVD is determined by the crack length, the crack orientation and the frictional coefficient on the crack surface of each crack.

To examine the proposed method for its validity, model calculations have been performed. The result obtained by EVDM agrees fairly with that by Displacement Discontinuity Method, hence it is confirmed that EVDM gives a good approximation for deformability of jointed rock. Furthermore, a numerical procedure for Finite Element Analysis based on EVDM is presented and its applicability is also confirmed.

1. はじめに

大規模岩盤構造物の設計においては、空洞開削に伴う岩盤変形と周囲岩盤内の応力状態の的確な予測が不可欠である。特に、中硬岩以上の岩盤では、これら岩盤挙動の予測において、岩盤の不連続性を考慮した数値解析が重要である。ここで、岩盤の力学的性質に影響を与える因子としては不連続面の数、大きさ、方向性ととともにそれらの幾何学的配置と不連続面の開口状態、せん断特性を挙げることができる。したがって、不連続性岩盤の変形挙動予測においては、これらの因子の影響を合理的に表現する数理モデルが不可欠となる。

ここでは、新たに、等価体積欠損の概念を導入し、不連続性岩盤の変形性、変形挙動を簡単かつ、合理的に予測する手法、等価体積欠損法を提案する。また、数値例に基づいて本手法の妥当性を確認するとともに、その有限要素法への適用法ならびに非線形挙動の解析法について論ずる。

2. 等価体積欠損法の原理⁽¹⁾

等価体積欠損の概念を説明するために、図1(a)に示すように、内部に複数の亀裂を有する矩形の弾性体に、 x_2 方向から応力 σ_{22} が作用しているものとする。このとき、 x_2 方向の平均ひずみ ε^*_{22} は式(1)で与えられ、弾性体に蓄えられるひずみエネルギー W^* は式(2)と書ける。

$$\varepsilon^*_{22} = \lambda^*_{2222} \sigma_{22} \quad (1)$$

$$W^* = (V/2) \varepsilon^*_{22} \sigma_{22} \quad (2)$$

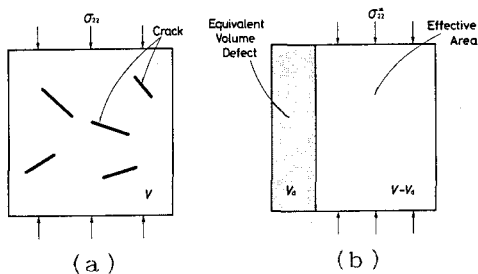


図1 亀裂と等価体積欠損の関係を示す模式図

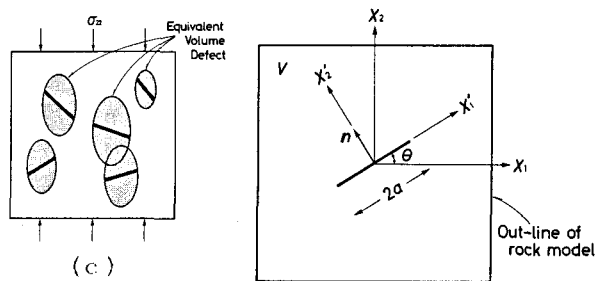


図2 亀裂を有する弾性体

ここに、 λ_{2222}^* は弾性体の有効コンプライアンスの2222成分であり、 V は弾性体の体積である。いま、体積の単位をもつある量 V_d ($V_d < V$)を導入すると、式(2)をつぎのように書き換えることができる。

$$W^* = (V - V_d) / 2 \cdot \epsilon_{22}^* \cdot V / (V - V_d) \cdot \sigma_{22} = (V - V_d) / 2 \cdot \epsilon_{22}^* \cdot \sigma_{22} \quad (3)$$

ここに、 $\sigma_{22}^* = V / (V - V_d) \cdot \sigma_{22}$ である。式(3)は、 W^* が図1(b)に示すように、体積 $V - V_d$ の内部に亀裂のない弾性体に一様応力 σ_{22}^* が作用する場合のひずみエネルギーに等しいことを示している。内部に亀裂のない弾性体のコンプライアンスを λ_{2222} とすると、 ϵ_{22}^* は σ_{22}^* を用いて式(4)のように書き換えられ、これにより、 λ_{2222}^* は式(5)となる。

$$\epsilon_{22}^* = \lambda_{2222} \sigma_{22}^* = V / (V - V_d) \cdot \lambda_{2222} \sigma_{22} \quad (4), \quad \lambda_{2222}^* = V / (V - V_d) \cdot \lambda_{2222} \quad (5)$$

式(5)中の V_d は亀裂に起因した体積の欠損と解釈できるので、ここでは、 V_d を等価体積欠損、 $(V - V_d) / V_d$ を等価体積欠損率と呼ぶ。

結局、図1(a)に示す弾性体のひずみ ϵ_{22} は等価体積欠損 V_d を既知とすれば、図1(b)に示す問題として算定できる。したがって、亀裂に起因した等価体積欠損 V_d をどのように算定するかが問題となる。仮に、図1(c)に模式的に示すように、個々の亀裂の等価体積欠損を定義し、等価体積欠損 V_d を個々の亀裂の等価体積欠損の和集合として与えるならば、個々の亀裂の等価体積欠損の評価法が問題となる。また、このとき、亀裂の相互干渉の力学的効果についても、個々の亀裂の等価体積欠損領域が交わるとき、等価体積欠損 V_d をいかに算定するかという問題に置き換えて考えることができる。いま、個々の亀裂の等価体積欠損を図1(c)の暗色領域のようにとり、亀裂の存在による免圧圏であると考え、 V_d の算定に際して交わり部分を重複して数えない方が適当と考えられる。このような推察に立脚した方法が等価体積欠損法であり、 V_d は図1(c)の暗色領域の面積にモデルの厚さをかけたものと定義される。

3. 等価体積欠損に基づく応力ひずみ関係の定式化^{2), 3)}

前章に示した前提に従うと複数の亀裂による等価体積欠損は個々の亀裂の等価体積欠損の和集合で与えられる。したがって、個々の亀裂の等価体積欠損の算定が重要となるが、これは単一亀裂問題における弾性解から次のようにして与えられる。

図2に示すように厚さ h 、体積 V の弾性体を考え、その内部に長さ $2a$ の2次元亀裂が存在する場合を考える。いま、この弾性体の外部境界に応力 σ_{ij} に等価な表面力が作用すると、ひずみ ϵ_{ij}^* はつぎのように与えられる。

$$\epsilon_{ij}^* = \epsilon_{ij} + \Delta \epsilon_{ij} \quad (6)$$

ただし、 ϵ_{ij} は亀裂が存在しない場合のひずみである。また、 $\Delta \epsilon_{ij}$ は亀裂によるひずみ増分であり、開口亀裂に対しては式(7)で与えられる。

$$\Delta \epsilon_{ij} = \alpha \sigma_{kl} w_{ik} \delta_{jl} / V \quad (7)$$

ただし、 $w_{ik} = 2\pi a^2 h n_i n_k$ であり、 δ_{jl} はクロネッカーのデルタ、 n_j は亀裂の単位法線ベクトルであ

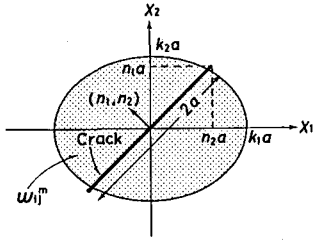


図3 単独の亀裂に対する等価体積欠損の定義

表1 開口亀裂の等価体積欠損

Equivalent volume defect	Normalized major and minor axes		Direction parameter
	k_1	k_2	k_3
ω_{11}	$2 n_1 $	$ n_1 $	+
ω_{22}	$ n_2 $	$2 n_2 $	+
ω_{33}	$\sqrt{2/\gamma}$	$\sqrt{2/\gamma}$	+
ω_{12} ω_{21}	0	0	/
ω_{13} ω_{31}	$\sqrt{2 n_2 }$	$\sqrt{2 n_1 }$	$n_1 n_2$
ω_{23} ω_{32}	$\sqrt{2 n_2 }$	$\sqrt{2 n_1 }$	$n_1 n_2$

2a : crack length; $n(n_1, n_2)$: unit vector normal to crack surface.

表2 閉合亀裂の等価体積欠損

Equivalent volume defect	Normalized major and minor axes		Direction parameter
	k_1	k_2	k_3
ω_{11}	$2 \xi_{11} n_1 $	$ n_1 $	ξ_{11}
ω_{12}	$\sqrt{2 \xi_{12} } n_2 $	$\sqrt{2 \xi_{12} } n_1 $	$\xi_{12} n_1 n_2$
ω_{13}	$\sqrt{2 \xi_{13} } n_2 $	$\sqrt{2 \xi_{13} } n_1 $	$\xi_{13} n_1 n_2$
ω_{21}	$\sqrt{2 \xi_{21} } n_2 $	$\sqrt{2 \xi_{21} } n_1 $	$\xi_{21} n_1 n_2$
ω_{22}	$ n_2 $	$2 \xi_{22} n_2 $	ξ_{22}
ω_{23}	$\sqrt{2 \xi_{23} } n_2 $	$\sqrt{2 \xi_{23} } n_1 $	$\xi_{23} n_1 n_2$
ω_{31}	$\sqrt{2 \eta \xi_{21} }$	$\sqrt{2 \eta \xi_{21} }$	$\eta \xi_{21}$
ω_{32}	$\sqrt{2 \eta \xi_{12} }$	$\sqrt{2 \eta \xi_{12} }$	$-\eta \xi_{12}$
ω_{33}	$\sqrt{2 \eta \xi /\gamma}$	$\sqrt{2 \eta \xi /\gamma}$	$\eta \xi$

2a : crack length; $n(n_1, n_2)$: unit vector normal to crack surface;

μ : frictional coefficient on crack surface;

f : polarity of frictional sliding;

$\xi_{11} = n_2^2 + \mu f n_1 n_2$; $\xi_{12} = -n_1 n_2 + \mu f n_2^2$;

$\xi_{21} = -n_1 n_2 - \mu f n_1^2$; $\xi_{22} = n_1^2 - \mu f n_1 n_2$;

$\xi = (n_1^2 - n_2^2) - 2\mu f n_1 n_2$; $\eta = n_1^2 - n_2^2$.

る。さらに、 α は、弾性体実質部のヤング率 E 、ポアソン比 ν を用いて、平面ひずみで $\alpha = (1 - \nu^2)/E$ 、平面応力で $\alpha = 1/E$ となる。また、亀裂が閉合亀裂の場合には相対する亀裂面の摩擦すべりを考慮する必要がある。この摩擦すべりの条件は、粘着力項を無視すると、亀裂面の摩擦係数 μ と亀裂面に作用する直応力 σ_n' およびせん断応力 τ' との関係により決定される。すなわち、 $|\tau'| \leq \mu |\sigma_n'|$ 、 $\sigma_n' < 0$ では $\Delta \epsilon_{11} = 0$ となり、また、 $|\tau'| > \mu |\sigma_n'|$ 、 $\sigma_n' < 0$ では $\Delta \epsilon_{11}$ は式(8)で与えられる。

$$\Delta \epsilon_{11} = \alpha w_{11} \xi_{11} / V \cdot \sigma_{k1} \quad (8)$$

ただし、 $\xi_{11} = n_2^2 + \mu f n_1 n_2$ 、 $\xi_{12} = -n_1 n_2 + \mu f n_2^2$ 、 $\xi_{21} = -n_1 n_2 - \mu f n_1^2$ 、 $\xi_{22} = n_1^2 - \mu f n_1 n_2$ 、 $f = \text{sgn}(\tau')$ である。したがって、以上の関係により弾性体の応力ひずみ関係が決定される。

次に、応力 σ_{ij} およびひずみ ϵ_{ij}^* をマトリックス表現して、 $\sigma = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})^T$ 、 $\epsilon^* = (\epsilon_{11}^*, \epsilon_{22}^*, \epsilon_{12}^* + \epsilon_{21}^*)^T$ とおき、コンプライアンスマトリックスを D^* と表すと、 σ と ϵ^* の関係は式(9)で与えられる。

$$\epsilon^* = D^* \sigma = \alpha (\Omega + R) \sigma \quad (9)$$

式(9)は、コンプライアンスマトリックス D^* を亀裂の影響を表すマトリックス Ω と定数項からなるマトリックス R に分解して表すことを意味する。式(6)～(8)の関係を式(9)に適用すると Ω および R はそれぞれ式(10)および式(11)で与えられる。

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1/(1-\omega_{11}/V) & 1/(1-\omega_{12}/V) & 1/(1-\omega_{13}/V) \\ 1/(1-\omega_{21}/V) & 1/(1-\omega_{22}/V) & 1/(1-\omega_{23}/V) \\ 1/(1-\omega_{31}/V) & 1/(1-\omega_{32}/V) & \gamma/(1-\omega_{33}/V) \end{bmatrix} \quad (10) \quad R = \begin{bmatrix} 0 & \beta - 1 & -1 \\ \beta - 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここに、 β および γ は、それぞれ平面ひずみの場合 $\beta = -\nu/(1-\nu)$ 、 $\gamma = 2/(1-\nu)$ 、平面応力の場合 $\beta = -\nu$ 、 $\gamma = 1 + 2\nu$ である。式中の ω_{ij} が単独の亀裂に対する等価体積欠損である。そこで、 ω_{ij} を図3に示すような楕円板領域の体積として表現すると式(12)となる。

$$\omega_{ij} = \pi \cdot k_{1a} \cdot k_{2a} \cdot \text{sgn}(k_3) \cdot h \quad (12)$$

ただし、 k_{1a} 、 k_{2a} はそれぞれ x_1 方向、 x_2 方向の径を表し、 k_1 、 k_2 、 k_3 は開口亀裂の場合表1で、閉合亀裂で摩擦すべりが生ずる場合表2で与えられる。また、閉合亀裂で摩擦すべりが生じない場合は ω_{ij}

=0となる。

以上の前提のもとに、図1に示すような、厚さ h 、体積 V の弾性体中に N 個の亀裂が分布する場合を考えると、この場合のマトリックス Ω は式(13)で与えられることになる。

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1/(1-\tilde{\omega}_{11}/V) & 1/(1-\tilde{\omega}_{12}/V) & 1/(1-\tilde{\omega}_{13}/V) \\ 1/(1-\tilde{\omega}_{21}/V) & 1/(1-\tilde{\omega}_{22}/V) & 1/(1-\tilde{\omega}_{23}/V) \\ 1/(1-\tilde{\omega}_{31}/V) & 1/(1-\tilde{\omega}_{32}/V) & r/(1-\tilde{\omega}_{33}/V) \end{bmatrix} \quad (13)$$

式(13)中の $\tilde{\omega}_{ij}$ が前述の V_i に対応する等価体積欠損であり、 $\tilde{\omega}_{ij} = \sum \omega_{ij}^m$ で与えられる。ただし、 $\sum$ は和集合の体積を示す。また、 ω_{ij}^m は亀裂 m ($m=1 \sim N$)に対する等価体積欠損であり亀裂 m が開口亀裂である場合および閉合亀裂である場合それぞれについて式(12)で算定される。

したがって、問題とする岩盤領域について、亀裂の分布、開・閉合状態、亀裂面の摩擦係数が与えられれば、等価体積欠損が算定され、その有効コンプライアンスが決定される。特に、等価体積欠損は図式的に与えられるため、任意の亀裂配置でも、これを算定することは容易である。

4. 等価体積欠損法と変位くい違い法の解析結果の比較

等価体積欠損法の妥当性を検討するために、まず、種々のモデルについて本法による解析値と変位くい違い法⁴⁾による解析値とを比較検討した。解析結果の一例として、すべての亀裂が開口亀裂であり、亀裂密度が一定で、応力 σ および亀裂方位の異なる6種のモデルについて、等価体積欠損法および変位くい違い法により解析されたモデル外形の変形状態を示すと、図4となる。図中の細実線は解析モデルを示し、太実線および点はそれぞれ $\nu=0.25$ の条件における等価体積欠損法、および変位くい違い法の結果を示している。なお、変位くい違い法解析における要素分割数は亀裂が各10、外周が80の計320であり、亀裂の要素分割は最適分割法⁵⁾を採用している。図4より、すべての例において、等価体積欠損法と変位くい違い法の結果は良く対応していることがわかる。特に、亀裂の傾斜角によっては直応力 σ によりせん断ひずみが生ずること、せん断応力 τ により直ひずみが生ずることが確認され、等価体積欠損法によりこれらの変形挙動が良く表現されていることがわかる。

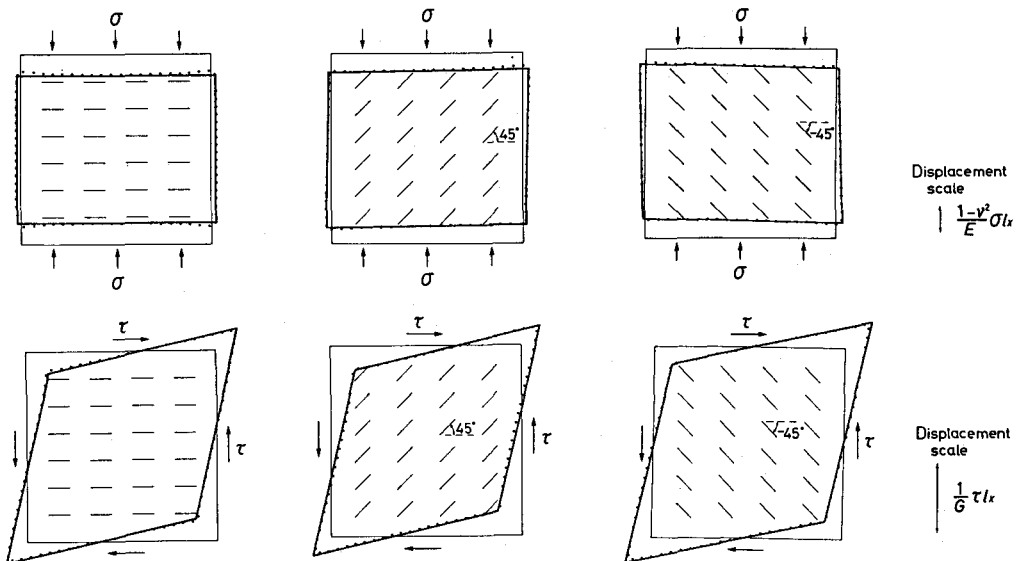


図4 等価体積欠損法と変位くい違い法による解析値の比較
太実線:等価体積欠損法;点:変位くい違い法;細実線:解析モデル

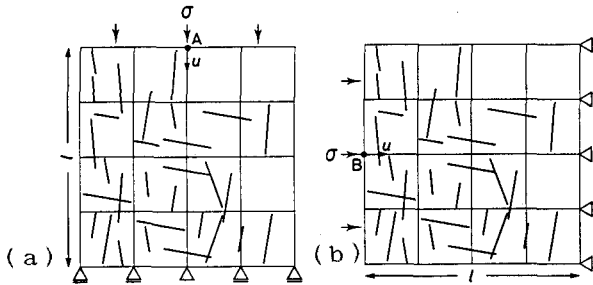


図5 解析モデルと境界条件

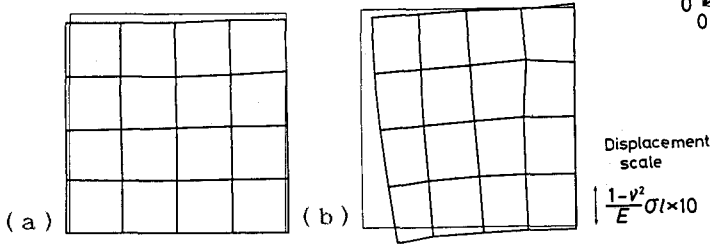


図7 モデルの変形状態 (a), (b)は図5 (a), (b)に対応する。

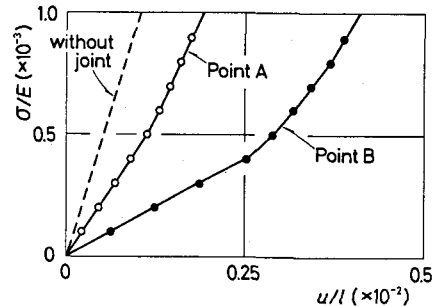


図6 応力-変形曲線

点A, Bおよび変位uの方向は図5を参照。

5. 等価体積欠損に基づく有限要素解析

等価体積欠損法では、問題とする領域に対して等価体積欠損が定まれば、そのコンプライアンスマトリックス D^* が決定されるため、領域を複数の有限要素に分割した場合でも、その要素ごとに D^* を決定することができる。したがって、この前提のもとに、領域全体の力学的釣合いを解こうとすると、それは異方弾性体に対する有限要素定式化に外ならないことになる⁹⁾。また、開口亀裂に対して、その亀裂の初期開口量と閉合条件を与え増分形式の計算を行えば、亀裂閉合に伴う非線形弾性挙動の解析も可能となる。この考えのもとに、図5に示すモデルについて、一軸圧縮載荷に伴う変形挙動を解析したものが図6, 7である。図6は、図5中のA点およびB点の応力-変形曲線を、図7は $\sigma/E = 0.0008$ におけるモデルの変形状態を示したものである。ただし、亀裂は無載荷状態ですべて開口亀裂であり、それらのアスペクト比 a_R および亀裂閉合圧 p_c をそれぞれ $a_R = 10^{-3}$ 、 $p_c = -2 a_R / \alpha$ とおいている。図6, 7より、応力増大に伴う非線形挙動と変形の異方性さらには亀裂配置に関係した変形の偏りが表現されていることがわかる。

6. おわりに

等価体積欠損の概念に基づいて亀裂性岩盤の変形挙動を簡単に、かつ、高精度に予測する手法について論じた。また、提案した手法の妥当性を確認するとともに、その有限要素法への適用法、さらには、非線形弾性挙動の解析法について論じた。

参考文献

- 1) 柴 拓海, 野田兼司, 金子勝比古: 等価体積欠損法による不連続体の変形性評価, 第10回西日本岩盤工学シンポジウム論文集, pp. 93-98, 1989.
- 2) 金子勝比古, 柴 拓海: 等価体積欠損に基づく岩盤変形挙動の数値解法, 資源・素材学会誌, 掲載決定.
- 3) 金子勝比古, 柴 拓海, 野田兼司: 等価体積欠損法の閉合亀裂問題への適用, 資源・素材学会誌, 投稿中.
- 4) Crouch, S.L. and A.M. Starfield: Boundary element methods in solid mechanics, George Allen & Unwin Ltd. (London), 1983.
- 5) 柴 拓海, 金子勝比古, 尾原祐三, 菅原勝彦: 変位くい違い法の亀裂問題への適用性について, 資源・素材学会誌, Vol. 105, No. 13, pp. 981-986, 1989.
- 6) 金子勝比古, 柴 拓海: 不連続性岩盤の変形挙動の予測法, 資源・素材 '89, M1, pp. 1-4, 1989.