

(4) トンネルA計測変位による覆工応力の推定

近畿大学理工学部	正会員	久武 勝保
大阪工業大学	正会員	伊藤 富雄
阪急電鉄 株式会社		上久保裕介
株式会社 地崎工業		○村上 敏夫

Estimation of Stresses in Lining by tunnel convergence data

Masayasu HISATAKE	Kinki University
Tomio ITO	Osaka Institute of Technology
Yusuke KAMIKUBO	Hankyu-Dentetsu Co.,Ltd.
Toshio MURAKAMI	Chizaki-Kogyo Co.,Ltd.

Abstract

In order to back-analyze tunnel lining stresses by a few field measurement displacements, a theoretical formulation is newly proposed here. The formulation is derived from making the external energy of the lining minimum, which energy is produced by nodal forces acting on lining boundaries.

Application of the method to several tunnel models shows appropriateness of the method. High accuracy of the method is also confirmed through comparing real stresses and back-analyzed ones.

1. 緒 論

トンネルの安全は、地山及び覆工の安定によって保たれる。従って、トンネルを安全に建設するためには、それら両者を観測し、安定性を確認しながら施工することが重要である。しかし、覆工施工後において、トンネルの安定性のみを確認することに主眼をおけば、観測は覆工だけでよい。なぜなら、仮に地山が限界状態に達していたとしても、覆工に十分余力があれば、トンネルは安定を保つと考えられるし、逆に、地山が限界状態に至っていないくても、覆工の耐荷力が不足していれば、トンネルは安定とは考えられないからである。

本研究は、上記の立場から、通常行なわれているトンネルA計測結果より、覆工の応力、ひずみ及び変位を逆解析してトンネル安全性を検討する新しい逆解析手法を提示し、その妥当性を検討したものである。

トンネル覆工の力学量の逆解析手法については、すでに、Kovari¹⁾らのアーチ状支保工の外荷重算定手法、スプライン関数を用いたHisatake²⁾らの覆工応力推定法などがあるが、これらはいずれも、必要な精度を確保するには変位計測点数が多すぎて、現場計測に多くの時間を必要とする欠点がある。本手法は、覆工A計測値を生じさす外力組合わせは無数にあるが、その中から、覆工に蓄えられるエネルギーが最小である外力組合わせを見つけたす方法であり、従来の手法に比べて計測点数を格段に減少させると共に、工学上十分な精度が確保されるという特徴がある。計測点数を少なくすることは、現場への適用性、経済性の点から非常に重要である。

2. 逆解析手法の定式化

2-1. 概説

覆工内面節点の測定変位数 N_i と覆工外面節点に作用する外力 F の成分数 N_f が、 $N_i \geq N_f$ という条件下では、 F 及び未知節点変位の解を一意的に求めることができる。しかし、この条件を満足させるのは現実的でない。また、精度向上のために要素分割を細かくすればする程、この条件は満足されにくくなる。そこで、たとえこの条件を満足していなくても、工学的に十分満足ゆく精度の近似解が得られる方法が見つかれば好都合である。以下ではそのような方法の定式化を提案する。

2-2 提案法の定式化

切羽に近接した位置での覆工応力は、3次元的に分布するが、しかし、トンネル横断面内の覆工応力、地圧はその横断面を平面歪状態と仮定した2次元逆解析により工学上十分な精度で求められることが示されている。²⁾そこで以下では、2次元平面歪状態下の弾性覆工を対象にする。

さて、トンネルA計測では N_A は、 N_f よりもはるかに小であるが、このような場合でも、拘束条件を与えることにより唯一解を得ることができる。ここでは、緒論で示した方法により、逆解析定式化を行うことにする。

いま、2次元有限要素法において、 u を変位ベクトルとすれば、これは次のように既知計測変位ベクトル u_A^* と未知変位ベクトル u_B に分けることができる。

$$u = \begin{pmatrix} u_A^* \\ u_B \end{pmatrix} \quad (1)$$

次に節点力 F と u の間には

$$F = Ku \quad (2)$$

という関係がある。但し K は剛性マトリックスで次のように表わす。

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{AA} & K_{BA} \\ K_{AB} & K_{BB} \end{bmatrix} \quad (3)$$

外力により覆工に蓄えられるエネルギーの総和 E は

$$E = \frac{1}{2} F^T u = \frac{1}{2} (u^T K^T) u = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_A^* \\ u_B \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{AA} & K_{BA} \\ K_{AB} & K_{BB} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_A^* \\ u_B \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここで、 E を最小となす変位ベクトル u_B は、次式を満足しなければならない。

$$\frac{\partial E}{\partial u_B} = 0 \quad (5)$$

式(4)、式(5)より、 u_B について解くと次式を得る。

$$u_B = -K_{BB}^{-1} \cdot K_{AB} \cdot u_A^* \quad (6)$$

式(6)より、 u_B の成分数に関係なく、 u_A^* のみから u_B の近似値を求めることができる。従って、それを、変位・ひずみ関係式、応力・ひずみ関係式に適用することにより、覆工の全ての力学量が決定される。この場合、推定される外力は、エネルギー総和 E が最小となるように選ばれるため、要素の特定の節点に集中することなく全節点にわたって分布すると考えられる。したがって、順解析で用いる外力とは、一般に異なってくる。しかし、覆工の安全性を検討する際には、覆工の応力、ひずみの推定は重要であるが、覆工外力の推定は必ずしも重要でなく、これが真値と一致しなくてもよいわけだから、以下では、本手法により求めた覆工応力の精度について、種々検討することとする。

3. 提案逆解析法の検証

逆解析応力値の精度におよぼす荷重条件および測定点数の影響について検討する。まず、覆工モデルと覆工外面に作用する荷重モデルを仮定し、順解析より変位および応力をあらかじめ計算しておき、それを真値とみなす。次に、上記で得られた覆工内面変位をトンネルA計測値とし、これを本逆解析法に入力して覆工応力を求め、これと先程の真値応力と比較することとする。

解析で用いた覆工モデルを図-1に、荷重条件等を表-1および図-3に示す。トンネルA計測は図-2に示されるような、計測点数の異なる9種類のタイプで実施されるものとした。なお、順解析および逆解析は覆工端点を拘束して行ない、応力結果は、特徴的な計測タイプ③、⑤、⑦について考察する。覆工の弾性係数 E は $1.0 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ 、ポアソン比 ν は 0.15とした。

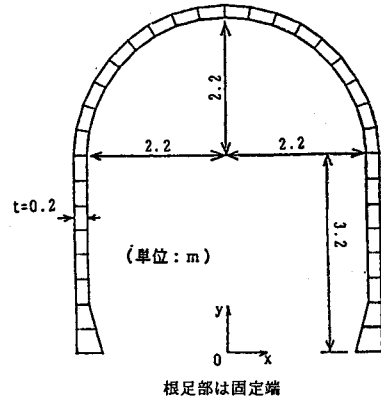
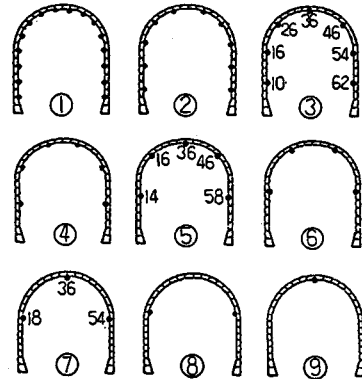


図-1 解析モデル

表-1 荷重条件

($q = 2.0 \text{ tf/m}^2$)

荷重 Case	荷重状態
1	図-3(A)に示す分布荷重
2	図-3(B)に示す線形分布荷重
3	図-3(C)に示す局所的変圧のある線形分布荷重



○印内の数字は計測タイプ番号
●印は計測位置、隣の数字は節点番号

図-2 計測タイプ

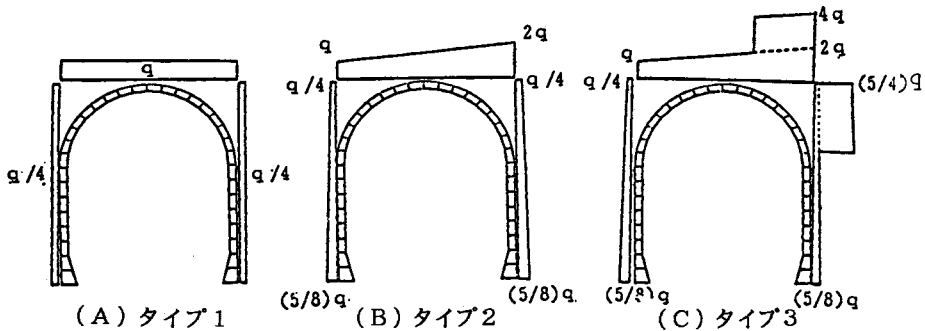


図-3 荷重タイプ

3-1. 分布荷重（荷重タイプ1）が作用する場合

計測タイプ③、⑤および⑦の逆解析から得られた覆工応力をそれぞれ図-4（A）、（B）および（C）に示す。図中、●印が逆解析結果、☆印が逆解析での変位入力節点、○印が順解析結果を表わす。

計測タイプ③で逆解析した場合、覆工天端で10%程の誤差がみられるが、その他では精度の高い結果が得られている。

計測タイプ⑤で逆解析した場合、天端部で約15%、側面部で20%程の誤差がみられるが、最大の応力発生位置での精度は高い。

計測タイプ⑦で逆解析した場合、天端部で約35%、側面部で40%程の誤差がみられる。位置は異なるが逆解析と順解析の最大応力での比較では、20%程の誤差である。

図-5に入力する測点変位の個数と精度の関係を示す。誤差 Error は次式で定義される。

$$\text{Error} = \sum_{i=1}^N |\tau_{(i)}^* \cdot \max - \tau_{(i)} \cdot \max| / \tau_{(i)}^* \cdot \max \times 100 / N$$

ここでNは要素数、 $\tau_{(i)} \cdot \max$ は逆解析による覆工の最大せん断応力、 $\tau_{(i)}^* \cdot \max$ はその順解析値である。○印内の数字は、図-2に示す計測タイプである。入力変位数は一測点につき2方向の変位が入力される。同図より入力変位数が6個以上であれば、十分現場に適用できる精度が得られることがわかる。また、天端の変位を入力変位とした場合、精度が他の場合より向上している。

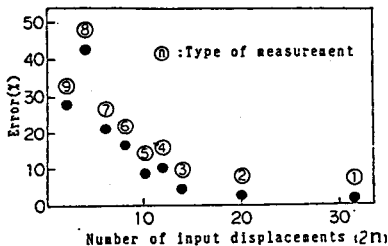
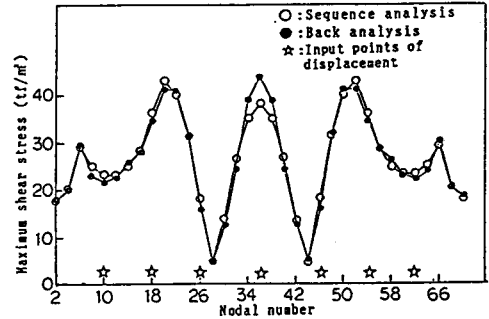
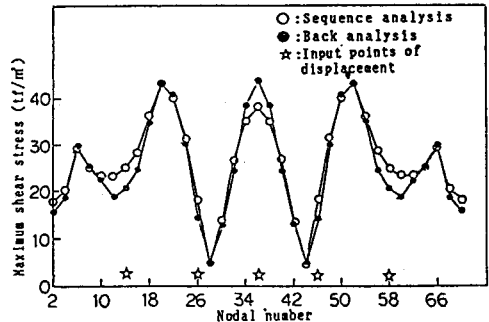


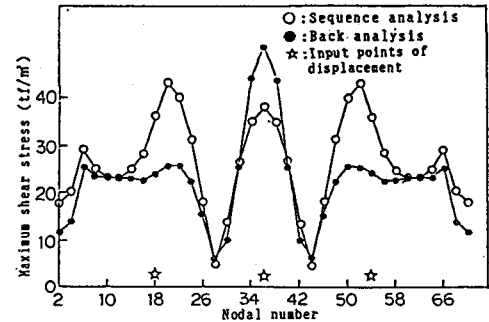
図-5 入力変位数と逆解析の精度
（荷重タイプ1）



（A）計測タイプ③の場合



（B）計測タイプ⑤の場合



（C）計測タイプ⑦の場合

図-4 覆工応力の逆解析結果（荷重タイプ1）

3-2. 線形分布荷重 (荷重タイプ2) および局所的偏圧のある荷重 (荷重タイプ3) が作用する場合

荷重タイプ2が作用する場合の覆工応力の逆解析結果および入力変位数と誤差の関係を図-6、図-7に、同じく荷重タイプ3が作用する場合のそれらを図-8、図-9に示す。なお、計測タイプ③および⑤での逆解析結果は両方の荷重タイプとも前述の荷重タイプ1と同程度の高い精度で順解析の結果と一致したので、計測タイプ⑦の場合のみを示した。荷重タイプ2では、側壁部で最大45%程度の誤差がみられるが、順解析と逆解析の最大応力は、ほぼ等しい値となっている。また、図-7では、天端の変位を入力すると誤差が改善される傾向がみられるのに対し、荷重タイプ3 (図-9) では、その傾向はなくなっている。また、両方の荷重タイプとも、入力変位数を6個以上であれば、誤差が20%前後におさまることがわかる。

4. 結 論

本論文では、トンネル覆工の変位から、覆工応力を一意的に求める逆解析手法を提案し、その妥当性を検討した。結論を列挙すれば以下の通りである。

- 1) 本提案法は、覆工に作用する外力のなす仕事量が最小となる外力を見つけ出す方法であり、計測変位数に関係なく、覆工応力の逆解析ができる。
- 2) 計測点の数およびその位置は結果に大きな影響を与えるので、現場計測においては、計測点の数およびその位置の決定には十分注意しなければならない。本提案法においては、3点の計測点数 (6変位成分) で、20%程度以下の精度で覆工応力を推定できることが確認され、現場に十分適用できることが分かった。
- 3) 本提案法は、作用する荷重を構造物全領域にわたって分布するような形で算出するものであるので、その性質にあった構造物、例えばトンネル覆工のように、地山外力を覆工全体で受ける構造物には適当である。

-----参考文献-----

- 1) Kovari, K., Amstad, Ch. and Fritz, P.: Integrated Technique for Rock Pressure Determination, Proc. Int. Sympo. on field Measurements in Rock Mech., pp. 289-316, 1977.
- 2) Hisatake, M. and Ito, T.: Back Analysis for Tunnels by Optimization Method, Proc. 5th int. Conf. on Numerical Methods in Geomech., Vol. 2, pp. 1301-1307, 1985.

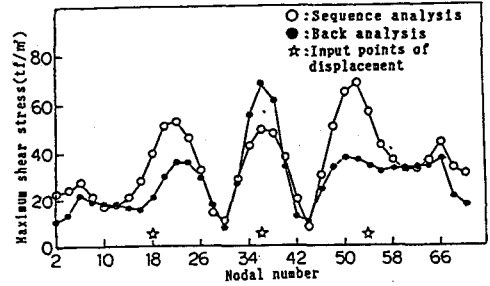


図-6 覆工応力の逆解析結果
(荷重タイプ2、計測タイプ⑦)

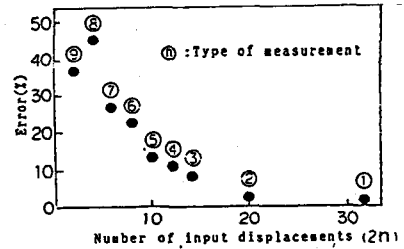


図-7 入力変位数と逆解析の精度
(荷重タイプ2)

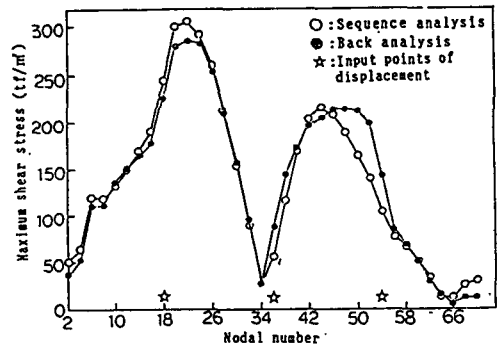


図-8 覆工応力の逆解析結果
(荷重タイプ3、計測タイプ⑦)

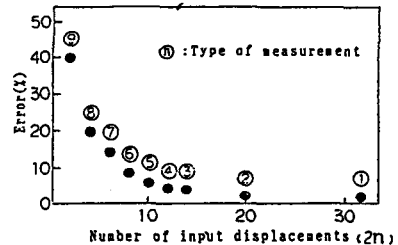


図-9 入力変位数と逆解析の精度
(荷重タイプ3)