

(3) 楕円形の等方性および異方性岩盤 トンネルにおける変位計測の逆解析

山梨大学工学部 正会員 平嶋 健一
山梨大学工学部 正会員 ○川上哲太郎
㈱大林組技術研究所 正会員 藤原 紀夫

Back Analysis Based on Displacement Measurements for
Elliptical Tunnel in Isotropic or Anisotropic Rock Mass

Ken-ichi HIRASHIMA, Yamanashi University
Tetsutaro KAWAKAMI, Yamanashi University
Toshio FUJIWARA, Ohbayasi Corporation

Abstract

A method of back analysis for estimation of material properties and initial stresses of rock mass is represented by the exact solutions of the displacements and stresses of an elliptical opening in an isotropic or an anisotropic medium under two-dimensional loading conditions.

The practical availabilities of this back analysis are shown by the numerical results applied to some field measurements.

1. はじめに

トンネル等の地下構造物の施工中の安全性・安定性は、地山（地盤）の力学的物性値や初期応力の値に大きく依存することから、これらの値を正確に把握することは極めて重要なこととなる。近年では、現場計測データーをもとに、当初設計に用いた地山の力学定数および初期応力等の見直しを行い、必要に応じて設計変更を行い、より安全かつ合理的に施工する方法がとられている。このような施工方法が有効に機能するためには、計測データーをコンピュータを用いて迅速に評価し、設計・施工への確にフィードバックするシステムが確立されていなければならない。

上述のことより最近では、空洞掘削時に行う種々の現場計測結果から、地山の力学定数や初期応力等を推定する解析方法、いわゆる「逆解析法」と呼ばれる解析方法が数多く提案されている。しかしながら、これらの逆解析手法のうち、理論的厳密解による場合には、トンネル断面形状は円形断面、地山の弾性的特性は等方性と仮定するのが普通である。また、有限要素法や境界要素法等の数値解析法を用いた逆解析手法の場合には、解析対象とするトンネル断面形状は、ほぼ任意断面とすることが可能であり実際の開削形状に近似することができるが、演算時間、メッシュサイズ等の点で制約を受けることは否定できない^{1), 2)}

本研究では、著者らがこれまで示してきた理論厳密解を用いた順解析法³⁾（初期応力・力学定数等を与えて空洞周辺部の変位、ひずみ、応力等の算定を行う方法）を応用することにより、トンネル形状は円形または楕円形、地山の力学特性は等方性または異方性の弾性体と仮定した場合の理論厳密解による逆解析手法を示し、その有用性を具体的な数値計算例を通して検討する。本研究において示された逆解析手法によれば、前述のような従来の逆解析手法におけるいくつかの制約を取り除くことが可能であり、より現実的かつ迅速な現場計測結果の設計・施工へのフィードバックシステムが確立されるものと考えられる。

2. 異方性弾性体中の楕円形トンネル問題に対する厳密解

ここでは、逆解析のもととなる順解析における異方性弾性体中の楕円形空洞周辺の変位および応力に関する理論厳密解について示す。まず、解析対象モデルとして無限遠方より一様な応力 $\sigma_x^{\infty}, \sigma_y^{\infty}, \tau_{xy}^{\infty}$ および、内圧 p が作用する楕円形の空洞を有する2次元異方性弾性体を考える(図-2 参照)。ここで、図-1(a)における楕円孔の境界を L とし、次式のような写像関数を設定する。

$$z_0 = x + iy = \omega(\zeta) = \frac{1}{2} \{ (a+b)\zeta + (a-b)\zeta^{-1} \} \dots\dots\dots (1)$$

この写像関数の ζ -平面上では、複素平面(z -平面)上の境界 L が、単位円($|\zeta| = 1$)の境界に対応する(図-1(b)参照)。次に、2次元異方性弾性体に対する一般化したHookの法則は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{16}\tau_{xy}, \\ \varepsilon_y &= a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{26}\tau_{xy}, \\ \gamma_{xy} &= a_{16}\sigma_x + a_{26}\sigma_y + a_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

ここに、 $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{66}$ は弾性コンプライアンスである。いま、直交異方性弾性体で、その弾性主軸が直交デカルト座標系の座標軸方向と一致している場合には、弾性コンプライアンスは次のように表わされる。

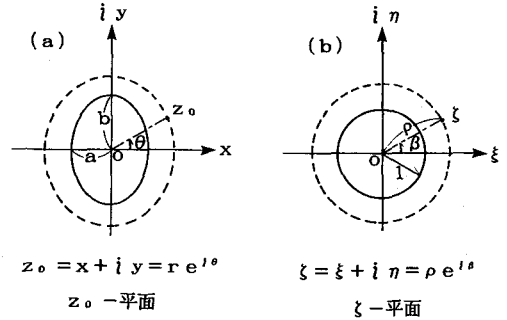


図-1 楕円境界の円境界への写像

$$a_{11}=1/E_1, a_{22}=1/E_2, a_{12}=-\nu_{21}/E_1=-\nu_{12}/E_2, a_{66}=1/G_{12}, a_{16}=a_{26}=0. \dots\dots (3)$$

ここに、 E_i, G_{ij}, ν_{ij} ($i, j=1, 2$)は、それぞれ弾性係数、せん断弾性係数およびポアソン比である。

z -平面内の任意位置における応力および変位は、二つの複素応力関数 $\Phi_k(z_k)$, ($k=1, 2$)を用いてそれぞれ次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x^{\infty} + 2 \operatorname{Re} [\mu_1^2 \Phi_1'(z_1) + \mu_2^2 \Phi_2'(z_2)], \\ \sigma_y &= \sigma_y^{\infty} + 2 \operatorname{Re} [\Phi_1'(z_1) + \Phi_2'(z_2)], \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy}^{\infty} - 2 \operatorname{Re} [\mu_1 \Phi_1'(z_1) + \mu_2 \Phi_2'(z_2)], \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= u_x^{\infty} + 2 \operatorname{Re} [p_1 \Phi_1(z_1) + p_2 \Phi_2(z_2)], \\ v &= u_y^{\infty} + 2 \operatorname{Re} [q_1 \Phi_1(z_1) + q_2 \Phi_2(z_2)]. \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

ここに、 u, v は各々 x 方向および y 方向の変位を表わし、 $u_x^{\infty}, u_y^{\infty}$ は初期変位である。また、複素係数 μ_k , ($k=1, 2$)は、式(2)で表わされる異方性弾性体に対する次の特性方程式の複素根として与えられる。

$$a_{11}\mu^4 + 2a_{16}\mu^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 - 2a_{26}\mu + a_{22} = 0. \dots\dots (6)$$

さらに、係数 p_k, q_k , ($k=1, 2$)はそれぞれ次式のように表わされる。

$$p_k = a_{11}\mu_k^2 + a_{12} - a_{16}\mu_k, q_k = a_{12}\mu_k + a_{22}/\mu_k - a_{26}. \dots\dots (7)$$

式(4), (5)において用いられる複素応力関数 $\Phi_k(z_k)$ および、この複素応力関数を z_k で1回微分した $\Phi_k'(z_k)$ は、具体的に次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(z_1) &= \frac{\bar{\beta}_1 - \mu_2 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_1}, & \Phi_2(z_2) &= -\frac{\bar{\beta}_1 - \mu_1 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_2}. \end{aligned} \right\}$$

$$\Phi_1'(z_1) = -\frac{\bar{\beta}_1 - \mu_2 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_1^2} \cdot \frac{1}{I_1}, \quad \Phi_2'(z_2) = \frac{\bar{\beta}_1 - \mu_1 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_2^2} \cdot \frac{1}{I_2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

$$\bar{\alpha}_1 = -a/2 (p + \sigma_y^{\infty}) + (b/2) i \tau_{xy}^{\infty}, \quad \bar{\beta}_1 = a/2 \tau_{xy}^{\infty} - (b/2) i (p + \sigma_x^{\infty}), \dots\dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} z_k &= x + \mu_k y = 1/2 \{ (a - i \mu_k b) \zeta_k + (a + i \mu_k b) \zeta_k^{-1} \}, \\ \zeta_k &= [z_k^2 \pm \{z_k^2 - (a^2 + \mu_k^2 b^2)\}^{1/2}] / (a - i \mu_k b), \\ I_k &= d z_k / d \zeta_k = 1/2 \{ (a - i \mu_k b) - (a + i \mu_k b) \zeta_k^{-2} \}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

なお、問題を平面ひずみ問題として取り扱う場合、弾性コンプライアンス a_{ij} の代わりに、次式で定義される β_{ij} を用いなければならない。

$$\beta_{ij} = a_{ij} - (a_{i3} a_{j3} / a_{33}), \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \dots\dots\dots (11)$$

3. 理論厳密解に基づく逆解析法

(1) 同定対象としたパラメータ

一般に逆解析手法としては、逆定式化法と直接定式化法があるが、ここでは前節において示された楕円孔を有する2次元異方性弾性体の理論厳密解を用いた、直接定式化法による逆解析法について示す。

まず、同定すべきパラメータとしては、図-2に示すように①弾性係数 E_1 ②弾性係数の比 $e = E_1/E_2$ ③最大主応力 σ_1^{∞} ④主応力比 $\tau = \sigma_2^{\infty}/\sigma_1^{\infty}$ ⑤最大主応力の方向 ϕ とし、弾性主軸の方向 α は切羽の目視観測等による節理・層理の状態より、ある程度類推されることから、既知量として与えることとした。また、ポアソン比については結果に与える影響は小さいものと考え、 $\nu_{12} = 0.25$ として与えた。

(2) 入力データー

図-2に示すように、内空変位計測を天端A点および孔壁面B、C点に計測ピンを設置して実施したものとする。これより、A-B、A-C、B-C各測線で測定された変位量を ΔL_{AB} 、 ΔL_{AC} 、 ΔL_{BC} とし、これらをもとの測線長で除した値を見掛けのひずみとして次式のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{AB} &= \Delta L_{AB} / L_{AB}, \quad \varepsilon_{AC} = \Delta L_{AC} / L_{AC}, \\ \varepsilon_{BC} &= \Delta L_{BC} / L_{BC}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

本研究では、計測結果より上式を用いて得られる見掛けのひずみを入力データーとして用いることとした。

(3) 逆解析方法

A、B、C各点の変位 u 、 v は、式(5)より前述の同定パラメータを適宜与えることにより容易に算定することができるから、式(12)で定義される値は自動的に決定され、例えば ε_{AB}^* と表わされる。これより、内空変位計測および厳密解より求められる見掛けのひずみの値が、次式の条件を満足するまで各パラメータを変化させながら繰り返し計算を行うことによって、最適なパラメータを同定することができる。

$$(\varepsilon_{AB} - \varepsilon_{AB}^*)^2 + (\varepsilon_{AC} - \varepsilon_{AC}^*)^2 + (\varepsilon_{BC} - \varepsilon_{BC}^*)^2 < \varepsilon_{or}^2 \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 ε_{or} は許容誤差を表わす。

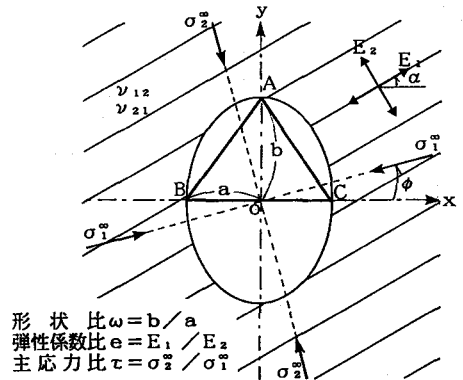


図-2 楕円孔を有する異方性弾性体モデル

4. 数値計算例

(1) 理論厳密解の確認

まず最初に、式(5)に示される厳密解の確認をするために、式(12)で定義される内空変位の見掛けのひずみの比、すなわち $\varepsilon_{BC}/\varepsilon_{AB}$ 、 $\varepsilon_{AC}/\varepsilon_{AB}$ と最大主応力の方向 ϕ との関係、主応力比 τ をパラメータとして示したのが図-3 である。ここで、トンネルの形状は円形とし、地山は等方性と仮定し計算を行ったものである。図-3 に示した結果は、足立・矢野¹⁾による解析解を用いた同様の計算結果と完全に一致している。図-4 はトンネル形状は円形、主応力比 $\tau = \sigma_2/\sigma_1 = 0$ すなわち一軸荷重状態と仮定し、図-3 と同様の関係を弾性係数の比 E_1/E_2 をパラメータとして示したものである。これより、 $\varepsilon_{AC}/\varepsilon_{AB}$ の値は $\phi < 45^\circ$ の範囲で $e = E_1/E_2$ の増加にともない減少し、 $\phi > 45^\circ$ の範囲では逆に増加していることがわかる。 $\varepsilon_{BC}/\varepsilon_{AB}$ についても同様の傾向が $\phi = 65^\circ$ 付近を境にして示されている。

(2) 逆解析法の確認

本研究で示された逆解析手法の確認を行うために、前出の論文で示されている内空変位計測結果の値を用いて、逆解析を行った結果を図-5 に示す。ここでは、弾性係数比 e は既知量と仮定し、同定パラメータである $\tau = \sigma_2/\sigma_1$ のトンネル形状比 (b/a) による変化を示したものである。なお、弾性主軸の方向は 0° とした。この図において $E_1/E_2 = 1.0$ 、 $b/a = 1.0$ の点、すなわち、等方性地山および円形トンネルにおける逆解析結果(主応力比)は前出の論文における逆解析結果と一致している。また、同定パラメータ(主応力比)に対するトンネル形状の違いによる影響は大きく、特に E_1/E_2 の値の減少にともないその影響は増大していく傾向が顕著に現われていることがわかる。

(3) 実際の現場計測結果への適用例

図-6 に示すような NATM トンネルにおける実際の内空変位計測結果を用いて逆解析を行った。逆解析において仮定したトンネル形状を図-7 に、また、入力データとして用いた内空変位計測値および、その他の諸を表-1 にそれぞれ示す。

表-2 に逆解析結果を示す。ここでは、トンネル形状は楕円形、地山を異方性とした解析の他に、円形-

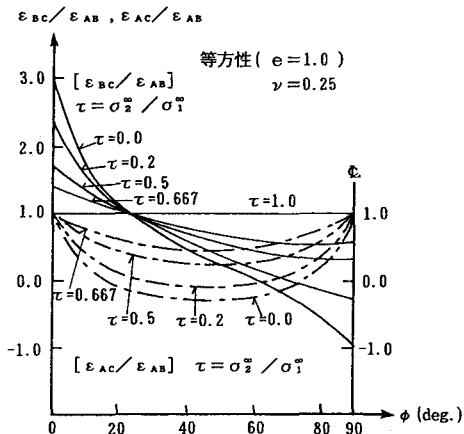


図-3 円孔を有する等方性体モデルによる順解析結果

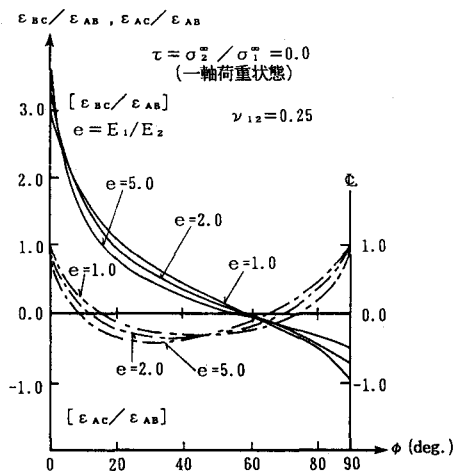


図-4 円孔を有する異方性体モデルによる順解析結果

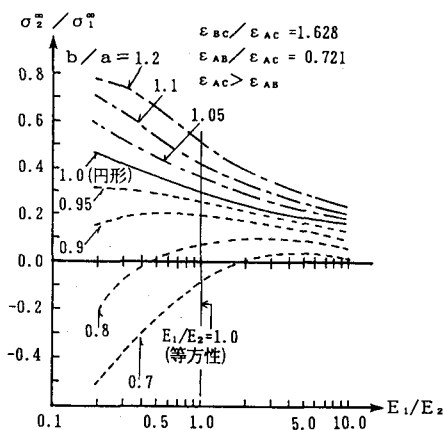


図-5 トンネル形状(形状比 $\omega = b/a$)の違いによる主応力比逆解析結果

異方性、楕円形－等方性、円形－等方性の4つのパターンを仮定して逆解析を行った結果を示す。ここで、内空変位計測は切羽後方で行われることから、計測変位量は切羽進行に伴う応力増加分に対応した量となる。したがって、全変位量から計測変位量を差し引いた残りの変位量が、全変位量にしめる割合を発現係数 $\hat{K}$ と定義し導入する。本解析では、種々の他のデータより $\hat{K}=0.2$ と設定し、表-2の弾性係数および最大主応力の値に乘じてある。

表-2より、同一のトンネル形状において地山を異方性と仮定した場合と、等方性とした場合の結果を比較してみると、弾性係数 E_1 および最大主応力 σ_1^0 の値は、異方性として解析した場合の方が大きく、逆に、主応力比 σ_2^0/σ_1^0 および主応力の方向 ϕ の値は、異方性とした場合の方が小さくなっている。また、地山を異方性として、トンネル形状の違いによる比較をしてみると、弾性係数比 e を除いた他の同定パラメータの値は、全体的に楕円形とした場合の方が小さくなっていることがわかる。

図-8は、同定されたパラメータの値（異方性、楕円形状の場合）を用いて順解析を行い、最大せん断ひずみの分布を求めた結果である。これより、孔周辺における最大せん断ひずみの値は、最大で約0.3%程度であることがわかる。

5. おわりに

本研究で示した理論厳密解を用いた逆解析法は、トンネル形状をより現実に近い楕円形として取り扱えるとともに、地山を異方性弾性体として逆解析することが可能であり、実際の計測変位を用いた逆解析への適応も十分可能であるといえる。なお、ここには示さなかったが、面外せん断荷重が作用する異方性体内の楕円形トンネルおよび、等方性体内の任意形状トンネルについても類似の解析が可能である。

参考文献

- 1) 足立紀尚, 矢野隆夫: トンネル掘削に伴う地山変位計測結果の簡易解析法, 土木学会論文集, 第388号, III-8, pp.207-216, 1987.
- 2) 門田俊一 他: 繰り返し拡張カルマンフィルターによる異方性岩盤物性の同定と地下空洞計測管理への適用, 土木学会論文集, 第406号, III-11, pp.107-116, 1989.
- 3) 平嶋健一, 浜野浩幹: 測定用の円柱状埋設物による異方性弾性地山の初期(変動)応力の解析理論, 土木学会論文集, 第406号, III-11, pp.175-184, 1989. およびその文献欄参照.

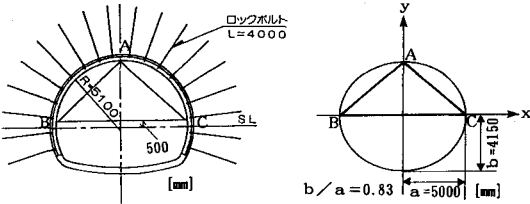


図-6 内空変位計測断面形 図-7 逆解析対象断面形

表-1 実測内空変位による入力データおよび設定値

ϵ_{AB}	ϵ_{AC}	ϵ_{BC}	α (deg.)	ν_{12}
1.69×10^{-3}	4.46×10^{-4}	1.36×10^{-3}	170.0	0.25

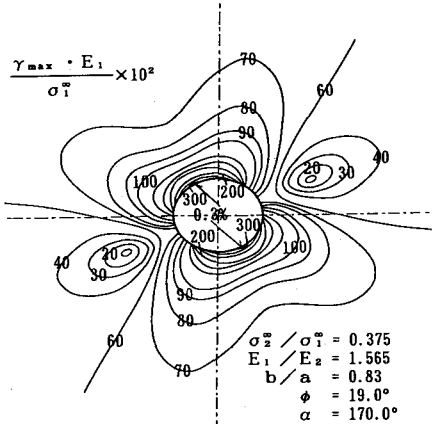


図-8 最大せん断ひずみ分布

表-2 逆解析結果

b/a	$E_1 (\times 10^5)$ (kgf/cm ²)	E_1/E_2	$\sigma_1^0 (\times 10^2)$ (kgf/cm ²)	σ_2^0/σ_1^0	ϕ (deg.)
1.0	0.361	1.0 *	0.254	0.481	28.0
1.0	0.590	1.216	0.391	0.462	25.0
0.83	0.442	1.0 *	0.341	0.425	24.5
0.83	0.571	1.565	0.390	0.375	19.0

*: 既知量