

(52) 動的計画法を用いたトンネルの破壊面の決定方法

東急建設 技術研究所 正会員 ○壺内達也

〃 〃 後藤有志

1. はじめに

従来のトンネル支保の設計方法には、地山分類に基づく経験的手法の他に、Terzaghiのゆるみ上圧やRabciewicz法に代表される理論解析に基づく方法と、FEM解析に基づく設計手法がある。

理論解析に基づく方法は手軽に用いることができるが、複雑な初期地圧が作用している場合や、トンネル形状が複雑な場合、地盤が不均質な場合などにおいては、その適用は困難である。

一方、FEM解析に基づく方法は、このような複雑な条件下においてもトンネル周辺地山の応力分布を精度良く求めることが可能である。しかし、FEMを用いた場合、弾性解析においては局所安全率を求めることはできても、トンネル周辺地山に発生する破壊線を決定することはできない。また、弾塑性解析では、かかる労力が大きく、しかも、トンネル周辺地山の安定性を評価する基準もあいまいである。

山上ら^{1)~3)}は、FEM解析によって与えられた応力を用いて、全体安全率が最小になる破壊線の形状とその位置を求めるアルゴリズムを動的計画法に基づいて構築しており、フーチング基礎や、盛土の安定解析に適用している。

著者らは、複雑な初期応力状態のもとで任意形状のトンネルを施工した場合の設計を簡単に行なうことを目的として、山上らの提案する方法をトンネル周辺地山の破壊線の探索に適用することを考えた。

ここでは、その例として、トンネル天端に発生する破壊線、トンネル側壁に発生する破壊線、トンネル底部から地表面にかけて発生する破壊線の3つを探索した。以下にその探索方法と探索結果について述べる。

2. 動的計画法

ここで取り扱う「最小安全率を有する破壊線を選び出す問題」は最適化問題であり、ここではこの問題に対し動的計画法と呼ばれる数学的手法を用いる。

動的計画法では、最適化問題を多段階の決定からなる問題に置き換え、Bellmanの唱えた最適性原理に基づき、その問題に対する関数再帰方程式と呼ばれる漸化式を導く。この漸化式を各段階ごとに順次解いてゆき、最適政策を導く。つまり、最適化問題を総合的に解くのではなく、各段階において最適な決定を順次下すことにより解くものである。詳しくは文献(4)を参照されたい。

3. 破壊線の決定方法

図1に示す地山内に想定した破壊線Sの安全率を、クーロンの破壊基準を用いて次式により定義する。

$$F_S = \frac{\int_S (C + \sigma \cdot \tan \phi) \cdot dS}{\int_S \tau \cdot dS} \quad (1)$$

ここで、 σ は曲線Sに垂直な応力、 τ は曲線Sに沿うせん断応力である。C、 ϕ はそれぞれ地山の粘着力、内部摩擦角である。

探索対象とする破壊線を規定するために、地山内に図2に示すような点列を設ける。この点列をステージと呼び、ステージ上の点をステートと呼ぶ。第1ステージのいずれかのステートから出発し、各ステージの

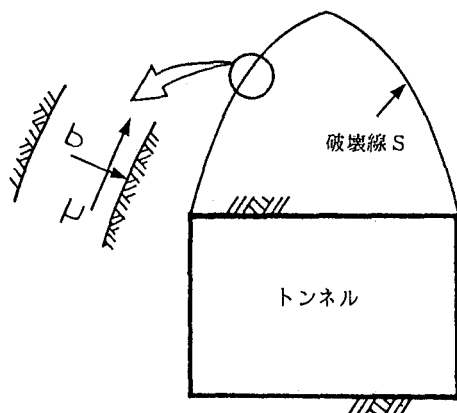


図1 破壊線と安全率

いずれかのステートを通り最終ステージのいずれかのステートに至る全ての曲線を想定破壊線と考え、これらのうち安全率を最小とする曲線を探索する。

これらの曲線の内の一つを取り出すと、この曲線に対して、式(1)は次式ようになる。

$$F_s = \frac{\sum_{i=2}^M R_i}{\sum_{i=2}^M T_i} \quad (2)$$

ただし、

$$R_i = \int_{S_i} (C + \sigma \cdot \tan \phi) \cdot dS_i \quad (3)$$

$$T_i = \int_{S_i} \tau \cdot dS_i \quad (4)$$

ここで、 S_i は*i*ステージ上のステートと*i-1*ステージ上のステートとを結んだ直線であり、 M はステージの総数である(図2参照)。

FEMにより地山内の応力が与えられておれば、その値を用いて式(3)(4)は、計算できる。ここではFEMに用いる各要素内において、応力および物性値が一定であるとする。これにより式(3)(4)は、次式のようになる。

$$R_i = \sum_{p=1}^Q (C_p + \sigma_p \cdot \tan \phi_p) \cdot l_p \quad (5)$$

$$T_i = \sum_{p=1}^Q \tau_p \cdot l_p \quad (6)$$

ここで総和は直線 S_i が横切るFEMの要素についてとる。添え字の*p*は直線 S_i が横切るFEMの各要素を示し、 C_p 、 ϕ_p 、 σ_p 、 τ_p はFEMの各要素内の値であり、 l_p は直線 S_i が各要素を横切る長さである(図3参照)。 Q は直線 S_i が横切るFEMの要素の総数である。

この問題に動的計画法を適用するには、次式で示される新たな変数*G*を設ける必要がある。

$$G = \sum_{i=2}^M R_i - F_s \cdot \sum_{i=2}^M T_i = \sum_{i=2}^M (R_i - F_s \cdot T_i) = \sum_{i=2}^M D_i \quad (7)$$

ここで

$$D_i = R_i - F_s \cdot T_i \quad (8)$$

動的計画法では D_i を利得と呼んでいる。式(2)で

される F_s を最小にすることと式(7)で示される*G*を最小にすることは同等であることが知られている。

よって、式(8)で示される利得 D_i の合計*G*を最小にする経路を探索すれば良いことになる。動的計画法を用いて、この経路を探索する手順を以下に示す。

- ① 第1ステージ上の j_1 ステートと第2ステージ上の j_2 ステートとを結んだ直線に対して式(8)により計算した利得 D_i の値を $D(j_1, j_2)$ とする。 j_2 を固定し、 j_1 を変化させ、 $D(j_1, j_2)$ の内の最小値を選びその値を $H(j_2)$ と置く。この操作を第2ステージの全てのステートに対して行う(図4(a)参照)。
- ② 第2ステージ上の j_2 ステートと第3ステージ上の j_3 ステートとを結んだ直線に対して式(8)により計算した利得 D_i の値を $D(j_2, j_3)$ とする。 j_3 を固定し j_2 を変化させ、 $H(j_2) + D(j_2, j_3)$ の内の最小値を選びその値を $H(j_3)$ と置く。この操作を第3ステージの全てのステートに対して行う(図4(b)参照)。

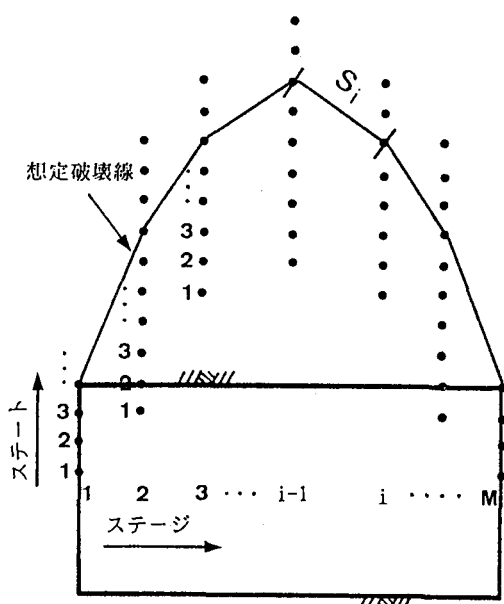


図2 ステージとステート

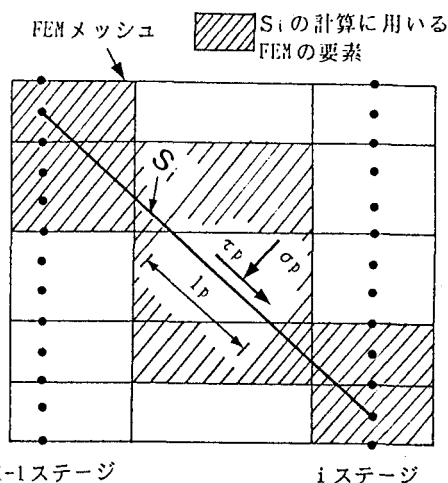


図3 式(5)(6)の説明

- ③ ②と同様の操作を各ステージに対して順次行い、最終ステージ（第Mステージ）まで至る。この操作を式に表わすと次式ようになる。

$$H(j_1) = 0$$

$$H(j_i) = \min_{1 \leq j_{i-1} \leq N_{i-1}} [H(j_{i-1}) + D(j_{i-1}, j_i)] \quad (j_i=1, N_i) (i=2, M) \quad (9)$$

ここで、下添え字はステージの番号を示し、 j_i は第*i*番目のステージ上の状態を示し、 N_i は第*i*番目のステージの状態の総数である。式(9)がこの問題における関数再帰方程式である。

- ④ 最後に最終ステージにおいて次式を実行し、利得の合計の最小値 G_{min} を求める。

$$G_{min} = \min_{1 \leq j_M \leq N_M} H(j_M) \quad (10)$$

- ⑤ G_{min} を与えた経路を最終ステージから逆にたどることにより G_{min} を与える経路が明らかになる。

以上の手順において式(8)中の F_s は未知であるので、ある値を仮定し、求まった経路に対し式(2)により F_s を計算し直し、仮定値と一致するまで繰り返し計算を行う。収束後の F_s の値が最小安全率となり、これを与える経路を、破壊線と考える。

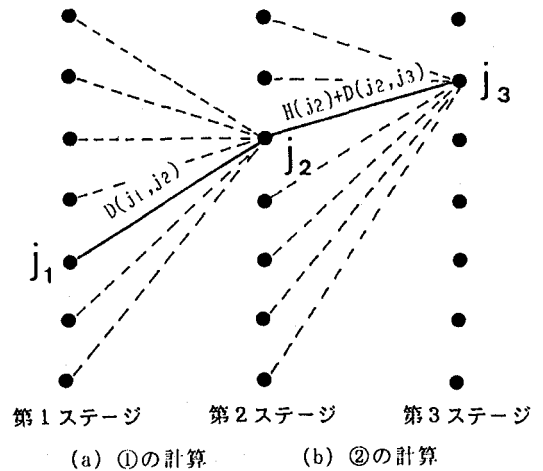


図4 Gを最小にする経路の探索

4. 適用例

一様な地盤内に矩形断面のトンネルを掘削した場合の応力をFEM弾性解析により求め、この応力を用いてトンネル周辺地盤に発生する破壊線を探索した。解析に用いた物性値は表1の通りである。

探索の対象とした破壊線は以下の3つである。

- ① トンネル底部より地表面にかけて発生する破壊線
- ② トンネル天端に発生する破壊線
- ③ トンネル側壁に発生する破壊線

それぞれの破壊線の探索結果とその破壊線の安全率を図5～7に示す。なお図中にはFEM解析に用いたメッシュと、破壊線の探索に用いた点列を示した。

このトンネルの場合には、側壁に発生する破壊線の安全率が最も小さく、トンネル天端に発生する破壊線と地表面に達する破壊線との安全率はほぼ等しくなっている。

今回の解析で明らかとなった問題点を上げると以下の通りである。

- 式(1)で定義した安全率は、せん断破壊に対する安全率である。せん断破壊を取り扱う場合には共役な破壊線が存在し、本手法をそのまま用いた場合には、現実には有り得ない形状の破壊線が求まることがある。ここでは、どちらの破壊線を選ぶのかをあらかじめ規定した。
- 天端付近では引張応力が発生していたが、ここではクーロンの破壊基準をそのまま引張側に延長させた破壊基準用いた。
- ここで求めた破壊線の安全率は全て1より大きくなっているが、側壁部分には局所的に安全率が1を下まわる部分が存在していた。このような局所的な破壊域は、別途考慮する必要があるものと思われる。

5. おわりに

トンネル周辺地山の応力をFEMにより求め、これを用いて最小安全率を有する曲線を動的計画法に基づき探索する手法を示した。この手法を用いてトンネル周辺地盤に発生する代表的な3種類の破壊線を探索し

表1 解析に用いた物性値

単位体積重量	2.0 t/m ³
粘着力	10.0 t/m ²
内部摩擦力	35°
ポアソン比	0.33
側圧係数	0.5

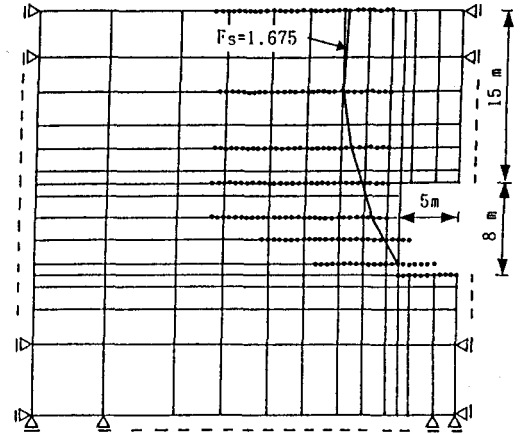


図5 地表面に至る破壊線の探索結果

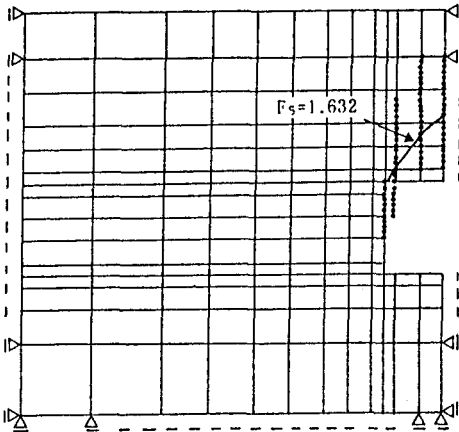


図6 天端に発生する破壊線の探索結果

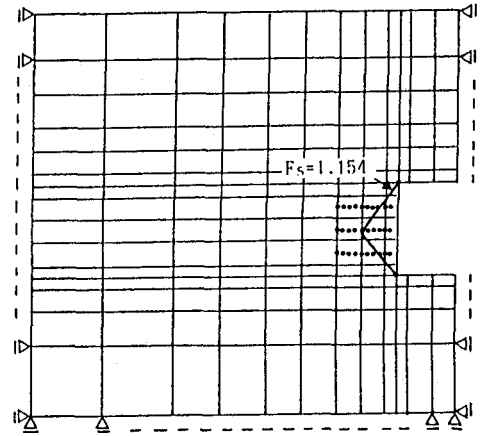


図7 側壁に発生する破壊線の探索結果

た結果を示した。トンネルの破壊に関する研究は昇降戸実験や、模型実験等、多数行われており、今後はこれらとの比較検討を行う必要がある。

本手法は任意形状のトンネル、任意の応力場、不均質な地盤に対して適用可能であり、今後は、斜面直下のトンネル、双設トンネル、ロックボルトを打設したトンネル等の破壊線の探索にも適用してゆくつもりである。

参考文献

- 1) 山上, 上田: 動的計画法にもとづく潜在すべり面の決定 (第1報), 第19回土質工学研究発表会講演集, pp.901-902, 昭和59年6月
- 2) 山上, 上田, 他1名: 動的計画法にもとづく潜在すべり面の決定 (第2報), 第39回土木学会年次講演概要集, 第3部門, pp.157-158, 昭和59年9月
- 3) 山上, 上田, 他1名: DPにもとづく潜在すべり面探索手法の2、3の適用例, 第20回土質工学研究発表会講演集, pp.1001-1002, 昭和60年6月
- 4) 尾形克彦: ダイナミック・プログラミング, 倍風館, 昭和48年9月

(52) Search for Failure Line around Tunnel by using FEM and Dynamic Programming

Tatsuya Tsubouchi

Yuji Goto

Tokyu Construction Co., Ltd.

Abstract

Tunnels have been designed by theoretical approaches or FEM analysis. Theoretical approaches can be easily used, and failure lines are given by these approaches. But, these approaches can be applied to only simple problems. FEM is applicable to complex problems, but failure lines can not be given by FEM.

Searching technic for failure lines, using FEM and Dynamic Programming, is proposed in this paper. This technic is applicable to complex problems, and safety factors of failure lines are given by this method.

The failure lines around a rectangular tunnel are searched by this technic. The lines searched by this technic are similar to failure lines given by theoretical approaches.