

(43) クラックテンソルによる異方弾性変形解析と実岩盤への適用性

埼玉大学工学部 ○ 山辺 正
 埼玉大学工学部 小田 匡寛
 埼玉大学大学院 原 夏生

1. はじめに

岩盤には本来、多数の不連続面が存在し、その規模の大小や成因により断層、層理、節理などと呼ばれている。岩盤の力学特性を理解する上で、これら地質不連続面の力学的取り扱いとその評価が重要であることは言うまでもない。特に複雑な地質履歴を受けた地域を対象とする場合には、多数の不連続面を含む領域と等価な連続体を定義する手法が必要であると思われる。小田は、これらの不連続面の幾何学性を一般的かつ定量的に表現するクラックテンソルの概念を提唱した^{1), 2)}。この概念により、多数の不連続面を含む岩盤をそれと等価な連続体として評価し、その変形問題³⁾、浸透問題^{4), 5)}、それらの連成問題⁶⁾、さらには岩盤におけるP波速度の異方性と幾何学特性との相関⁷⁾をも記述できることが明らかにされつつある。本論文では多数の不連続面を含む岩盤をそれと等価な連続体として評価したときの変形問題に限定してクラックテンソル理論の適用性を検討する。

2. クラックテンソルによる不連続性岩盤の変形解析手法

岩盤で観察される多数の亀裂群の幾何学性を一般的かつ定量的に表現するクラックテンソルは、(1)式で表される偶数階のテンソルである^{1), 2)}。

$$\underbrace{F_{ij \dots k}}_p = \frac{\pi \rho}{4} \int_0^{r_m} \int_{\Omega} \underbrace{r^{(L)} n_i n_j \dots n_k E(n, r)}_p dr d\Omega \quad \dots(1)$$

(1)式で、 r =クラックの代表長さ、 $r_m=r$ の最大値、 Ω =クラックの単位法線ベクトル、 ρ =単位体積当りのクラック数、 $E(\Omega, r)=\Omega$ と r の分布を表す確率密度関数、 Ω =全立体角、 p =階数、 L =次数を表す。ただし、(1)式の積分形は例として2階をとりあげると(2)式の加算形でも書き表せる。

$$F_{ij}^{(3)} = \frac{\pi}{4V} \sum_{k=1}^{m^{(V)}} (\tau^{(k)})^3 n_i^{(k)} n_j^{(k)} \quad \dots(2)$$

$$A^{(F)} = \sqrt{3} (F_{ij} F_{ji} - F_0^2/3)^{1/2} / F_0 \quad \dots(3)$$

(2)式において、 $m^{(V)}$ は考えている体積 V 中に含まれるクラックの総数であり $m^{(V)} = \rho V$ である。その他は(1)式の定義に用いられている量と同じ意味をもつ。ただし、 (k) は単に k 番目であることを表し、総和規約に従わない。なお、本論文で取扱うような弾性問題に限れば、用いるクラックテンソルの次数は全て3と置けるが、亀裂性岩盤の透水テンソルを考える場合には $L=5$ とするテンソルが重要となる^{4), 5)}。

$$\bar{K} = \frac{K_0 + C \sigma_{ij} N_{ij}}{r} = \frac{K(\sigma, N)}{r} \quad \dots(4)$$

$$\bar{G} = \frac{G_0 + G_1 \sigma_{ij} N_{ij}}{r} = \frac{G(\sigma, N)}{r} \quad \dots(5)$$

$$N_{ij} = \int_{\Omega} n_i n_j E(n) d\Omega \quad \dots(6)$$

2階のクラックテンソル F_{ij} を特徴づける量として F_{ij} の跡(trace)である F_0 ($=F_{11} + F_{22} + F_{33}$)と、異方性の尺度である $A^{(F)}$ がある。 F_0 はその値が大きいほどクラック密度が高いことを示す。また、 $A^{(F)}$ は(3)式で

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \bar{T}_{ijhl} \bar{\sigma}_{hl} = (\bar{M}_{ijhl} + \bar{C}_{ijhl}) \bar{\sigma}_{hl} \quad \dots(7)$$

$$\bar{M}_{ijhl} = \frac{1+\nu}{E} \delta_{ih} \delta_{jl} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \delta_{hl} \quad \dots(8)$$

与えられ $A^{(F)} = \sqrt{2}$ であれば全てのクラックが同一の方向に配列している異方性、 $A^{(F)} = 0$ であればランダムな配列の等方クラックであることを表す。

岩盤に含まれるクラックを2枚の平板で置き換え、その力学的性質を2枚の板を連結する垂直バネとセン断バネで表せるものとすればバネの垂直剛性 K およびセン断剛性 G は、それらの応力依存性を考慮して(4)および(5)式で近次できる。両式において K_0 , G_0 , G_i はバネに関する物理定数, σ_{ij} は平均化した応力, C はクラックのアスペクト比, である。クラックの初期厚さを t_0 とすれば、(1)式の r を用いて、 $C = r/t_0$ で表される。また、 N_{ij} は(6)式で与えられ、 $E(\Omega)$ はクラック方向の確率密度関数である。

(4), (5)式においては、個々のクラックに作用する垂直応力を考える代わりに領域 V にあるクラックの平均的垂直応力 $\sigma_{ij} N_{ij}$ に置き換える平均化が施されている点が特徴的である。さらに岩盤の力学定数の寸法効果が $1/r$ の形式で表現されていて、多くの実験結果とも整合的である。これらの構成関係を用いて、小田は不連続性岩盤に対する弾性コンプライアンスを与える構成式を提案している⁶⁾。すなわち、亀裂を含む岩盤全体の变形が岩盤を構成する岩石実質部分の变形と亀裂部分の变形の和で表されるとし、それぞれの弾性コンプライアンスを $\bar{T}_{ijkl}$, $\bar{M}_{ijkl}$, $\bar{C}_{ijkl}$ とすれば、それらの間には(7)式の関係が成立する。(7)式の $\bar{\epsilon}_{ij}$ は平均化したひずみであり、岩石実質部分に対して等方均質な弾性体を仮定すれば、 $\bar{M}_{ijkl}$ は、ヤング率 E , ポアソン比 ν を用いて(8)式で表せる。ただし、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。

次に、岩盤内で考えた測線に沿って、クラックに垂直な相対変位およびセン断方向の相対変位を考慮して、測線方向の変位の総和を求め、それと等価なひずみテンソルを求める事により $\bar{C}_{ijkl}$ は、2階、4階のクラックテンソルおよび(4), (5)式の $K(\underline{a}, N)$, $G(\underline{a}, N)$ を用いて(9)式となる。

$$\bar{C}_{ijkl} = \left\{ \frac{1}{K(\underline{\sigma}, N)} - \frac{1}{G(\underline{\sigma}, N)} \right\} F_{ijkl} + \frac{1}{4G(\underline{\sigma}, N)} (\delta_{ik} F_{jl} + \delta_{jk} F_{il} + \delta_{ji} F_{lk} + \delta_{li} F_{jk}) \quad \dots(9)$$

(9)式に含まれる K, G は応力に依存しているので、(7)–(9)式は、異方性を有する非線形弾性体の弾性コンプライアンスを与える。特に、 E を岩石実質部分のヤング率として、 $\alpha = E/K = E/G = \text{const.}$ と置いた時(9)式は(10)式となり、(7), (8)式と併せて線形異方弾性体の弾性コンプライアンスとなる。 α は、バネ定数のヤング率に対する相対的な剛性を与えるパラメータといえる。なお $\alpha = 8/3\pi$ とすれば三次元の領域においてクラックの形状を penny-shape に仮定した弾性解と一致する。

$$\bar{C}_{ijkl} = \frac{\alpha}{4E} (\delta_{ik} F_{jl} + \delta_{jk} F_{il} + \delta_{ji} F_{lk} + \delta_{li} F_{jk}) \quad \dots(10)$$

3. 多数の不連続面を含む岩盤供試体の圧縮試験と非線形弾性解析

Thorpe⁸⁾ は、Sweden の Stripa 鉱山において花崗岩体から直径 1m, 高さ 2m の円柱供試体を採取しこの供試体を用いて不連続性岩盤供試体の水理、力学的特性を実験的に詳細に検討している。供試体に含まれる多数の不連続面をプラスチックシートの上にトレースした展開図が報告書に記載されており、この展開図を基に円柱供試体表面の不連続面を再現すれば図1となる。この大型供試体を長軸方向から一軸圧縮した結果が図2の experiment で示した応力–ひずみ曲線である。

図2の横軸は、供試体側面に貼付けられた多数の差動トランス型の変位計から求めた供試体全長に対する平均縦ひずみであり、端面の影響が除去されている。同図には不連続面を含まない岩石実質部分のヤング率 ($E_0 = 52.3 \text{ GPa}$) に相当する直線を without joint として示しており同一応力レベルにおいて、この直線からの離脱量がクラックの存

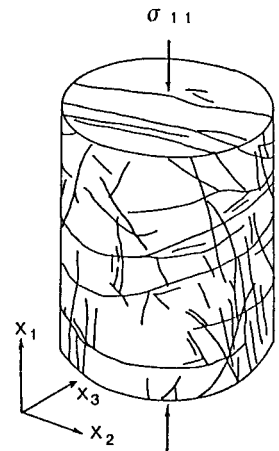


図1 Stripa 大型供試体 (直径1m, 高さ2m)の再現図と採用した座標系

在によるひずみ量である。これらの応力-ひずみ関係から、岩盤供試体に対して計測される応力-ひずみ曲線は、その初期応力レベルにおいて下に凸となる傾向が著しく、応力レベルが上昇するにつれて供試体に含まれるクラックが閉塞し、応力-ひずみ曲線の傾きは岩石実質部分の弾性係数に漸近することが判る。また、この大型供試体の一軸圧縮強度は7.4Mpaであり実質部分の約1/25であることが報告されている。このStripa大型供試体において図1に示したように上方を X_1 、展開図中のいわゆるorientation line の方向を X_3 とした右手系の座標を採用すれば、2階のクラックテンソル F_{ij} は(11)式で与えられる。この F_{ij} の跡(trace)は $F_0=11.35$ 、(3)式で与えられる異方性の尺度は $A^{(F)}=0.82$ となる。なお、 F_{ij} は(2)式に示した加算形に従って求めた。

$$F_{ij} = \begin{bmatrix} 3.97 & -0.756 & 2.20 \\ & 0.879 & -1.04 \\ \text{Sym.} & & 6.50 \end{bmatrix} \dots(11)$$

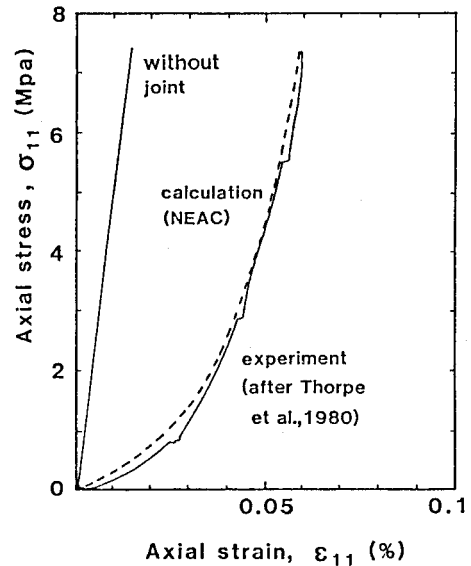


図2 Stripa 大型供試体の一軸圧縮試験結果(実線)とNEACによる非線形解析(点線)

F_{ij} を決定する上で必要となる情報が揃っていれば4階のクラックテンソル F_{ijkl} も(2)式において階数を4にすることで、同時に求めることが出来る。これらの幾何学性に関するデータを用いて、図2に示した非線形な応力-ひずみ関係を最もよくフィットする力学パラメータを決定し、クラックテンソルによる有限要素解析プログラム NEAC (Non-linear Elastic Analysis by Crack tensor theory) を用いた計算結果を、図2中に calculation として点線で示した。実験値の非線形な挙動をよく追跡できていることが判る。クラックテンソルによる有限要素解析プログラムNEACに必要なパラメータは、(6)-(9)式からも判るように次の3種類に分けることができる。すなわち、クラックの幾何学性から決定される (E, N) 、クラックの力学性から決定される (K_0, C, G_0, G_1) および基質部の変形性を示す (E, ν) である。これらパラメータの決定方法および一般的特徴については別途報告している⁹⁾のでここでは詳細には論じない。ただし、長野県下伊那郡の大西山崩壊現場で採取した多数の亀裂を含むミロナイトを用いた実験からクラックの力学性に関するパラメータ (K_0, C, G_0, G_1) が全供試体を通して一定であるとし、クラックの幾何学性に関するパラメータ (E, N) と基質部のヤング率 E のみが各供試体で異なる場合の解析結果を実験結果と比較し、 $F_0=3.99 \sim 16.4$ に至るいずれの場合にも実験値をよく説明する解析結果を得ることを確認している⁹⁾。なお、Stripa鉱山の花崗岩に含まれる不連続面にはクロライト、セリサイトなどの粘土鉱物が確認されており⁸⁾、大西山のミロナイトにおいても不連続面の内部に粘土鉱物としてクロライトが充填されていることが確認されている¹⁰⁾。

以上の非線形解析では、単純な一軸応力状態に対しても数値解析上ではロッキング材料の非線形解析となり、応力レベルに応じて材料パラメータが刻々と変化するので多数回の反復計算が必要となる。また、各増分変位量を微小にして計算を続行するなど誤差の集積には十分な注意を払わねばならない。別の角度から見れば、この種の非線形計算を実規模の岩盤構造物に対して実施するためには多大の計算時間と大規模な記憶容量が必要となり、現時点の大型計算機的能力を前提とする限りでは実用的な解析手法とは言い

難い。しかし、変形、熱、浸透などの連成現象を記述した構成方程式に含まれる物性パラメータを数値実験的に検討する立場からは、この種の実線形計算を実施する必要があると思われる。

4. 異方性岩盤供試体における割線弾性係数の変化

Stripaの大型供試体および大西山のミロナイトの応力-ひずみ曲線において、破壊強度の10%および50%の応力レベルに対する割線弾性係数を求めて E'_{10} および E'_{50} とする。これらの割線弾性係数を基質部の弾性係数 E で無次元化して縦軸にとり、横軸を F_{11} の11成分 F_{11} にすれば図3および図4を得る。両図において、図中の測点②-⑨はミロナイトの結果を表している¹⁰⁾。また、図中の曲線は(7),(8)および(10)式において一軸圧縮状態($\sigma_{11} \neq 0, \sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$)を考えた時、無次元化した弾性係数比 E'/E と F_{11} の関係を表している。ここで、 E' は E'_{10} あるいは E'_{50} を表しており、 α はミロナイトの実測値を最もよく説明する値を選んでいる。両図とも、 $F_{11}=0.14 \sim 8.46$ に至る広い範囲にわたって弾性係数比の低下傾向をよく表現していることが判る。同図にはStripa 大型供試体の結果も含めてあるが、 E'_{10} あるいは E'_{50} の何れの場合にもミロナイトの実験結果より、弾性係数比が低い値となっている。すなわち、クラックの内部に含まれる粘土鉱物の違いなどが、バネ剛性を低下させていると予想される。

クラックの形状をpenny-shape に仮定しクラック相互間の弾性干渉を無視した時 $\alpha=8/3\pi \approx 0.85$ であるから、本実験に用いたミロナイトにおいては E'_{50}/E に対する α としては、より低い値($\alpha=0.5$)を用いる必要があることが判る。以上から線形異方弾性体近似を用いても広範な F_{11} に対して割線弾性係数の変化を表現でき、実規模の岩盤構造物を対象とした数値解析においては適切な α を用いた線形異方弾性解析が適用できると考えられる。

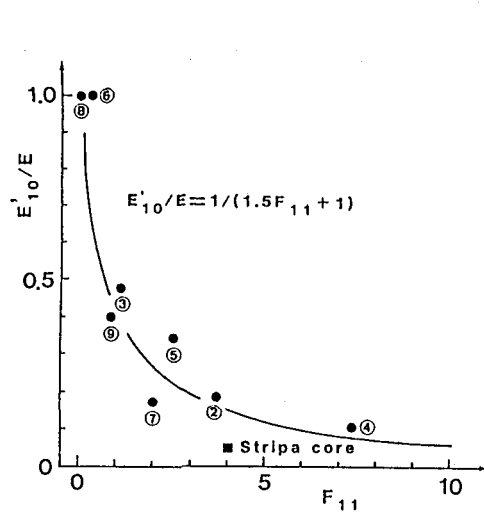


図3 ミロナイト(②~⑨)および Stripa 大型供試体の弾性係数比 E'_{10}/E と F_{11} の関係

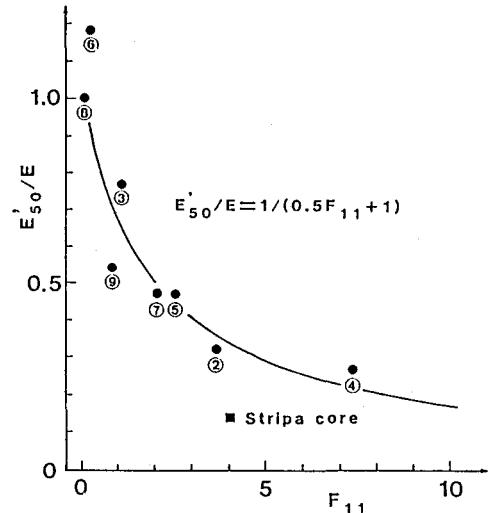


図4 ミロナイト(②~⑨)および Stripa 大型供試体の弾性係数比 E'_{50}/E と F_{11} の関係

5. まとめ

クラックテンソルの概念を適用し、多数の亀裂を含む岩盤と等価な非線形異方弾性体の有限要素解析を行い実測値と比較検討し、解析結果が実験値をよく説明することが判明した。また、実験から得られる割線弾性係数の変化を線形異方弾性体としての弾性コンプライアンスから予測できることを示した。

(43) Three dimensional elastic analyses of
jointed rock masses by crack tensor theory

By T.Yamabe, M.Oda & N.Hara

Department of Foundation Engineering,
Saitama University, Urawa, Saitama 338, Japan

ABSTRACT

Mechanical properties of a jointed rock masses are markedly influenced by the existence of discontinuities such as joints and faults. In this paper, finite element analyses on these discontinuous materials are performed by using the elastic compliance tensor in terms of the crack tensor. An elastic compliance tensor for discontinuous rock masses was formulated by treating each crack as an elastically equivalent parallel planar plates connected by two springs. The complex geometry of cracks, which is commonly observed in actual rock masses, was explicitly taken into account by means of the crack tensor. Elasticity of the samples, which have completely different appearances in the crack geometry, can be compared in a general manner with the help of the crack tensor concept. Experimental results on Young's moduli of the milonite samples and ultra-large Stripa core (after Thorpe et al.,1980) are well in accordance with the theoretical predictions.

References

- 1) Oda,M.(1983):A method for evaluating the effect of crack geometry on the mechanical behaviour of cracked rock masses, *Mechanics of Materials*, Vol.2, pp.163-171.
- 2) Oda,M.(1984):Similarity rule of crack geometry in statistically homogeneous rock masses, *Mechanics of Materials*, Vol.3, pp.119-129.
- 3) Oda,M.,Suzuki,K. & Maeshibu,T.(1984):Elastic compliance for rock-like materials with random cracks, *Soils & Found.*, Vol.24, No.4, pp.27-40. -495
- 4) Oda,M.(1985):Permeability tensor for jointed rock masses, *Geotechnique*, Vol.35, No.4,pp.483
- 5) Oda,M.,Hatuyama,Y. & Ohnishi,Y.(1987):Numerical experiments on permeability tensor and its application to jointed granite at Stripa mine, Sweden, *J. Geophysical Research*, Vol.92, No.B8, pp.8037-8048.
- 6) Oda,M.(1986):An equivalent continuum model for coupled stress and fluid flow analysis in jointed rock masses, *Water Resources Research*, Vol.22, No.3, pp.1845-1856.
- 7) Oda,M.,Yamabe,T. & Kamemura,K.(1986):Crack tensor and its relation to anisotropy of longitudinal wave velocity in jointed rock masses, *Int.J. Rock Mech.Min.Sci.& Geomech. Abstr.*, Vol.23,No.6,pp.387-397.
- 8) Thorpe,R., Watkins,D.J., Ralph,W.E., Hsu,R. & Flexser,S.(1980):Strength and permeability tests on ultra-large Stripa granite core, LBL-11203, SAC-31, pp.1-211.
- 9) 山辺・原・小田(1986):クラックテンソルによる節理性岩盤の弾性変形解析と入力パラメータの決定に関する研究, *土木学会論文集*, 第382号/Ⅲ-7,pp.121-130.
- 10) Oda,M.(1988):An experimental study of the elasticity of milonite rock with random cracks, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*(to appear).