

(89) 多層系地盤の弾性・塑性解析

埼玉大学大学院 中山秀雄
 埼玉大学工学部 小田匡寛
 明治大学農学部 田中忠次

1. はじめに

自然条件の中で堆積した土は、例えば砂と粘土の互層などに見られる通り、多層系をなすことがしばしば観察される(図-1)。この様な互層地盤の支持力を議論する場合、堆積面と最大主応力方向とのなす角度の違いによって生じてくる、場所場所での地盤のせん断強度の違い、すなわち異方せん断強度を無視できない。

この様な多層系地盤が示す異方性を、各層を一つ一つ採り上げてその強度特性を調べても良いが、実際問題としてそれは非常に不経済であり、しかし、全体を異方弾性体、異方塑性体としてその強度特性を巨視的な立場から調べる事は、単に支持力に留まらず補強土等を議論するに当たっても興味深い所である。本研究はこの様な立場から、多層系地盤が示す巨視的な強度異方性を数値実験によって追えるかどうかに着目し、同条件で行なった要素試験の結果と比較し、層間の相互作用の巨視的強度特性への効果を解明しようとしたものである。さらに、Gerrard(1982)によって提案された斜方晶系層から成る岩塊の等価な弾性係数の有効性を検証した。

2. 多層系地盤の強度特性

2-1. 数値実験

数値実験に用いたモデルは、非関連流れ則を適用し弾・完全塑性モデルであり、降伏関数 f と塑性ポテンシャル g には、応力の第一不変量を I_1 、第二不変量を J_2 とすると、式(1)、(2)の様な Drucker-Prager型を適用した。

$$f = \alpha I_1 + J_2^{1/2} - K \quad \dots\dots(1)$$

$$g = \alpha^* I_1 + J_2^{1/2} - K^* \quad \dots\dots(2)$$

α, α^*, K, K^* : 定数

尚、ここで降伏関数 f と塑性ポテンシャル関数 g に現れる α, α^* は、各々内部摩擦角 ϕ とダイラタンシー角 ψ の関数であるが、特に ψ はストレス・ダイラタンシー関係から決定される量である。 f, g を用いると、応力と塑性ひずみ増分との関係は式(3)で表される。

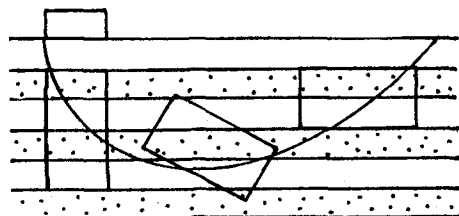


図-1 互層地盤

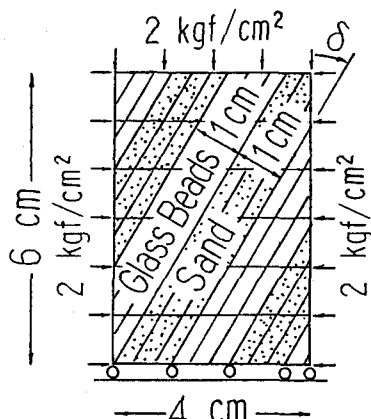


図-2 有限要素モデル

表-1 入力パラメータ

	Sand	Glass Beads
E (kgf/cm ²)	350	250
ν	0.2	0.2
ϕ	45°	35°
ψ	11°	17°
γ (kgf/cm ³)	0.0016	0.0015
K_0	0.2929	0.4264

E : ヤング率
 ν : ボアソン比
 ϕ : 内部摩擦角
 ψ : ダイラタンシー角
 γ : 単位体積重量
 K_0 : 静止土圧係数

$$d\sigma_{ij} = \left(E_{ij} - \frac{E_{im} E_{nj} \frac{\partial f}{\partial \sigma_m} \frac{\partial g}{\partial \sigma_n}}{E_{mn} \frac{\partial f}{\partial \sigma_m} \frac{\partial g}{\partial \sigma_n} - \frac{\partial f}{\partial \sigma_m} \frac{\partial g}{\partial \sigma_m}} \right) d\varepsilon_{ij} \dots\dots(3)$$

先ず、数値実験値を要素試験の結果と比較し、モデルの妥当性を検討してみた。図-2に有限要素モデルを示す。実際の要素試験の条件に合わせ、最小主応力（拘束圧）を一定とし、平面ひずみ条件下で荷重した。供試体寸法が高さ6cm、幅4cmである直方体にガラスビーズと砂を用いて互層を作った。ガラスビーズ層と砂層の厚さは各々1cmずつで、式(4)の様に λ を定義すれば、図-2の例は $\lambda=1$ に相当する。

$$\lambda = \frac{\text{ガラスビーズ層の厚さ}}{\text{砂層の厚さ}} \dots\dots(4)$$

入力パラメータは、要素試験の結果に基づき表-1の様に決定された。拘束圧2kgf/cm²で圧密後、これを堆積面と最大主応力方向とのなす角 δ を0°から90°まで30°毎に変化させて、鉛直方向から変位制御で荷重した。

2-2. 数値実験結果

この様な数値実験から得られる応力・ひずみ曲線を図-3に示す。この応力・ひずみ曲線を図-4に示される実測値の結果と比較すると、数値実験値はひずみ軟化を生じないが、ピークまでの曲線の形は良く類似している。

この各々の場合のピーク値から計算される ϕ と、 δ との関係を示したのが図-5である。ここに、○を実線で結んだものが数値実験値であり、点線は同条件で行なった要素試験の実測値である。実際、要素試験を行なう上での難しさから生じてくる実測値の変動性を考慮すると、この数値実験値は、実測値と定量的にも類似していると考えてよい。

（ただ、 $\delta=90^\circ$ とする数値実験の結果は実測値と若干小さ目の値を示す。この結果は、実験における砂が等方性から相当にずれていて、計算に用いた ϕ の値より大き目の摩擦角がモービライズしていた事によるものである。）

従って、非関連流れ則に基づく弾・完全塑性による数値実験は、多層系地盤が有する強度異方性を十分な精度で表現できるものと思われる。

次に、 λ の変化に伴う強度異方性の変化を調べた。 $\lambda=0.2, 5$ の場合の数値実験を行なった。

これより得られる ϕ と δ との関係を図-6に示す。ここに、 $\lambda=0.2$ の場合を●で、 $\lambda=5$ の場合を◎で示す。また、○は先程の $\lambda=1$ の場合のものである。これを見ると、 λ の値が0.2, 1, 5と大きくなるに従って、 ϕ の値が下がっているの分かる。

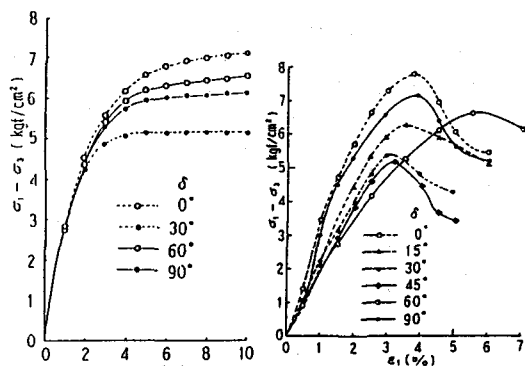


図-3 $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$
(数値実験値)

図-4 $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$
(実測値)

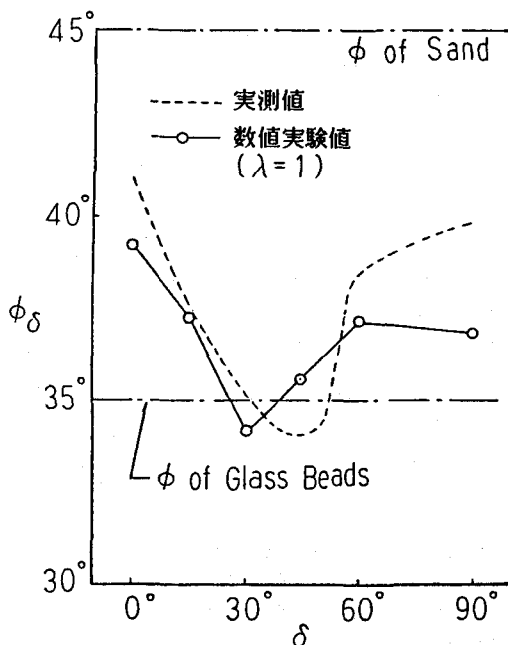


図-5 $\phi \sim \delta$ (数値実験値と実測値)

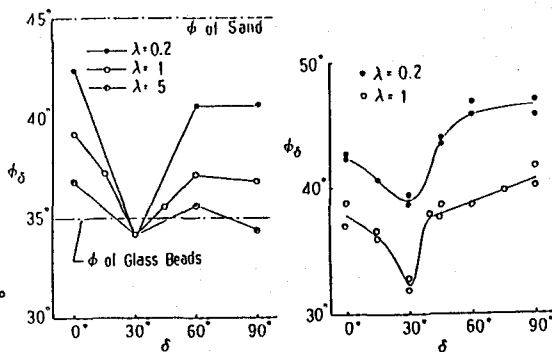


図-6 $\phi \sim \delta$
(数値実験値)

図-7 $\phi \sim \delta$ (実測値)

一方、図-7は実際の要素試験において、 λ の値を変化させて行なった結果より得られた ϕ と δ との関係である。●が $\lambda=0.2$ 、○が $\lambda=5$ の結果を表している。尚、この試験の場合、供試体作成時に各層を細い棒で突く作業は行なっていないので、各層は強い異方性を有している。従って数値実験値の結果を実測値と直接的には比較できないが、 λ の値の増加に伴う強度の低下は、各層が等方体でもその傾向は変わらないと思われる。

図-6の数値実験の結果は、 λ が増加するに従い ϕ が下がる、つまり全体に対する砂層の割合が小さくなるに従い強度も下がる傾向にあり、実地盤の強度特性を具体的に表していると言える。特に $\delta=30^\circ$ 付近で、多層系は極めて不安定な挙動を示している事に注意したい。

以上、非関連流れ則に基づく弾・完全塑性モデルによって、多層系地盤が有する巨視的強度異方性を表現できるかを調べたが、結果は要素試験のものと良い類似性を示していて、しかも層厚の比の変化に伴う強度特性の変化を良く表している。

3. Gerrardの研究及び数値実験による検討

3-1. Gerrardの研究

この様に、多層系地盤が有する強度異方性を巨視的な立場から解明しようとする試みは、近年層状岩塊を取り扱った分野でも盛んになりつつある。中でも、Gerrard(1982)による斜方晶層から成る岩塊の等価弾性係数の考え方は非常に興味深いものであり、以下に論文紹介を兼ねて彼の理論を数値実験的に検討してみた。

Gerrardは図-8に示すように、直交異方弾性性材料が幾層にも積み重なり、層間に非弾性的な相対すべりは生じない地盤状態を考えた。 x_1, x_2, x_3 は直交デカルト座標軸であって、 x_1, x_2 は堆積面に平行、 x_3 は堆積面に垂直である。また、個々の層の厚さは全体の高さよりも十分に小さく、層厚と個々の層の物性値は既知とし、各々の値は x_3 方向にのみ変化するものとする。Gerrardは、ある種のエネルギー原理を用いて、多層系地盤の巨視的弾性係数を次の様に定式化した。

$$\nu_{12} = \frac{\zeta}{\alpha} ; \nu_{13} = \lambda - \frac{\lambda \zeta}{\alpha} ; \nu_{23} = \lambda - \frac{\lambda \zeta}{\beta}$$

$$E_1 = \frac{\alpha \beta - \zeta^2}{\alpha} ; E_2 = \frac{\alpha \beta - \zeta^2}{\beta}$$

$$\frac{1}{E_3} = \sum_i \frac{t_i}{E_{3i}} + \sum_i \left(\frac{\nu_{13}}{E_1} - \frac{\nu_{13i}}{E_{1i}} \right) x_i + \sum_i \left(\frac{\nu_{23}}{E_2} - \frac{\nu_{23i}}{E_{2i}} \right) \lambda_i$$

$$G_{12} = \sum_i t_i G_{12i} ; \frac{1}{G_{13}} = \sum_i \frac{t_i}{G_{13i}} ; \frac{1}{G_{23}} = \sum_i \frac{t_i}{G_{23i}}$$

.....(5)

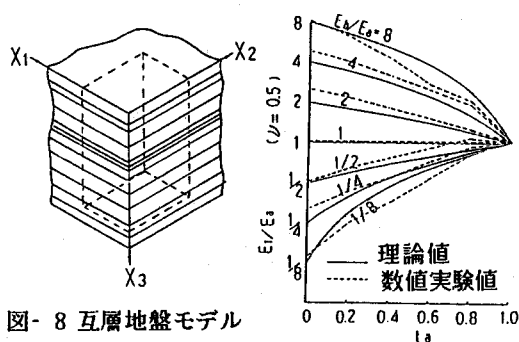
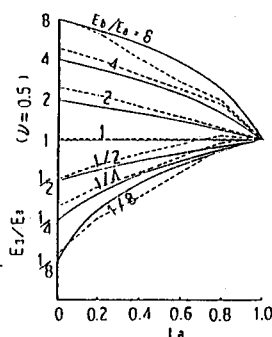
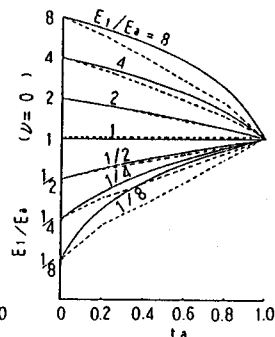


図-8 互層地盤モデル

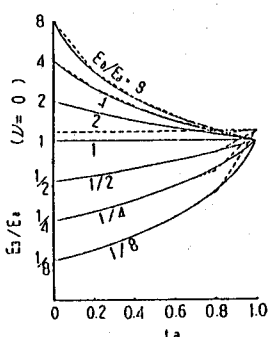
a) $E_1 (\nu=0.5)$



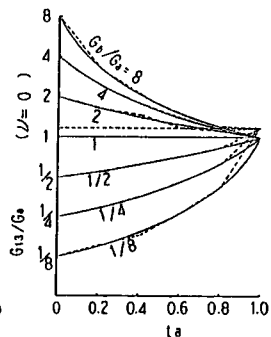
b) $E_3 (\nu=0.5)$



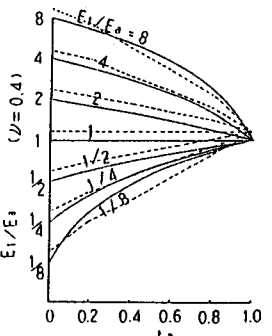
c) $E_1 (\nu=0)$



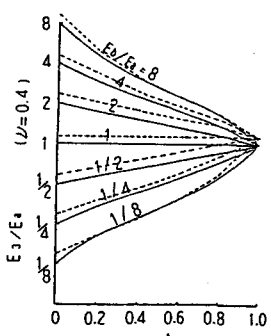
d) $E_3 (\nu=0)$



e) $G_{13} (\nu=0)$



f) $E_1 (\nu=0.4)$



g) $E_3 (\nu=0.4)$

図-9 $E_1, E_3, G_{13} \sim t/a$

ここに、

$$\alpha = \sum_i \frac{t_i E_{2i}}{1 - \nu_{12i} \nu_{21i}} \quad \beta = \sum_i \frac{t_i E_{1i}}{1 - \nu_{12i} \nu_{21i}}$$

$$\zeta = \sum_i \frac{t_i E_{2i} \nu_{12i}}{1 - \nu_{12i} \nu_{21i}} = \sum_i \frac{t_i E_{1i} \nu_{21i}}{1 - \nu_{12i} \nu_{21i}}$$

$$X_i = \frac{t_i (\nu_{13i} + \nu_{12i} \nu_{23i})}{1 - \nu_{12i} \nu_{21i}} \quad \lambda_i = \frac{t_i (\nu_{23i} + \nu_{13i} \nu_{21i})}{1 - \nu_{12i} \nu_{21i}}$$

$$X = \sum_i X_i \quad \lambda = \sum_i \lambda_i \quad \sum_i t_i = 1$$

であり、添え字 i は、 i 番目の層に関する値であることを示している。

Gerrard は、 a 層と b 層の 2 層から成る互層の簡単な場合について例を挙げている。各層は擬似等方性材料であり、 E_i , G_i , ν_i は互いに独立であるとし、次の関係が a 層、 b 層について存在する。

$$E_{1i} = E_{2i} = E_{3i} = E_i$$

$$\nu_{12i} = \nu_{13i} = \nu_{23i} = \nu_i$$

$$G_{12i} = G_{13i} = G_{23i} = G_i$$

$$\nu_a = \nu_b$$

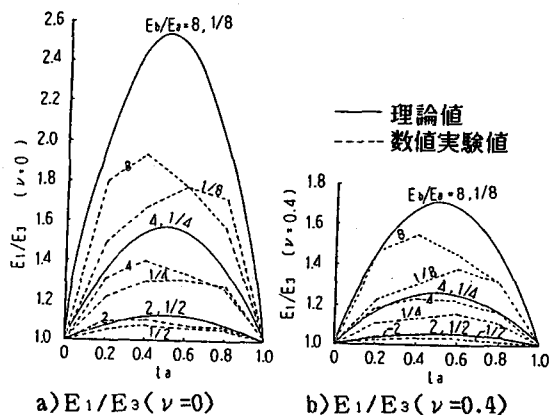
これに基づいて、 $t_a = 0 \sim 1$ の変化に対応する E_1/E_a , E_3/E_a , G_{13}/G_a の変化を $\nu = 0, 0.4, 0.5$ の場合について追ったものが図 - 9-a) ~ g) の実線で示されるものである。また、 $t_a = 0 \sim 1$ の変化に対応する E_1/E_3 の変化を $\nu = 0, 0.4$ の場合について示したものが図 - 10-a) ~ b) の実線である。

3-2. 数値実験による検討

式(5)の有効性を検討するために、この例と同条件で弾性有限要素解析による数値実験を行なった。使用した有限要素モデルを図 - 11 に示し、応力制御で載荷した。得られた結果を図 - 9-a) ~ g), 10-a) ~ b) に破線で示す。 $t_a = 0$ で数値実験値と理論値とが一致しなかったり、数値実験値どうしが交わっているのは数値実験上の誤差と考えられる。このような誤差を考慮すると数値実験値と理論値は、定量的にも類似していると考えられる。従って、巨視的な弾性係数を与える式(5)は、多層系地盤の弾性定数を求める上で有効であると思われる。

4. おわりに

自然条件で多層系または層状を成す地盤、更には人工的に層状を造る補強土等の強度特性を巨視的な立場から調べる事は、今後ますます必要となるであろう。その場合、非関連流れ則を適用した本弾・完全塑性モデルや、Gerrard の提案した式(5)は有効な方法論を提供してくれるものと期待される。



(89) Elastic and Plastic Analysis for Multi-layered Ground

H. Nakayama

M. Oda

T. Tanaka

In-situ rocks often possess layered structures which may cause the anisotropic behaviour. To characterize such layered rocks macroscopically, numerical experiments have been done by using a elasto perfectly plastic constitutive equation together with non-associated flow rule in FEM analysis, with the following conclusions:

1) FEM analysis is in well accordance with the results of plane strain tests on multi-layered specimens.

2) Equivalent elastic moduli of a rock mass consisting of orthohombic layeres, which has been proposed by gerrard(1982), is verified to be useful for estimating the corresponding macroscopic elastic compliance tensor of layered rock masses.