

(61) 三次元逆解析法のトンネル現場への適用

近畿大学理工学部 正会員 ○ 久 武 勝 保
西松建設株式会社 正会員 稲 葉 力
西松建設株式会社 正会員 平 田 篤 夫

1. 緒 論

トンネルの挙動は、地山の初期応力や力学特性と共に、節理や断層など構造特性の影響を顕著に受けるので、この挙動を小規模な試験から推定するのは容易でない。そこで、近年、施工中の種々の計測結果を直接逆解析して施工管理を行ったり^{1)~3)}、あるいは逆解析から地山の平均的な力学定数などを推定し、それを用いて通常の解析（以後、順解析）を行い、実際の挙動と解析結果との比較を通して、以後の設計・施工を合理的に行う^{4)~6)}、いわゆる逆解析の研究が行われ始めた。

本研究では、三次元有限要素法による順解析と最適化手法を組み合わせた逆解析法⁴⁾により弾性または粘弾性地山の最大・最小主応力およびそれらの方向を求める手法を述べ、またその手法をトンネル現場に適用した例について報告する。

2. 最大・最小主応力とその方向の推定

トンネルの断面形状により、トンネル壁面の変位、応力は大きく影響を受けるが、その断面形状の決定に際しては、地山の主応力比 ($K = \sigma_3 / \sigma_1$) および主応力方向 (図1に示す θ) を把握しておく必要がある。いま、弾性地山において、鉛直方向の初期応力 σ_v を $\sigma_v = \gamma \cdot h$ (ここに、 γ : 地山の単位体積重量、 h : 土被り高さ) と仮定する⁷⁾ と、最大主応力 σ_1 、最小主応力 σ_3 は、未知量 K 、 θ を用いて、以下のように表される。

$$\sigma_1 = \frac{2\gamma h}{(1+K) + (1-K)\cos 2\theta}, \quad \sigma_3 = \frac{2\gamma h K}{(1+K) + (1-K)\cos 2\theta} \quad \text{---(1)}$$

ただし、トンネル軸方向の応力は $K\sigma_1$ で仮定する。すると、切羽での1間掘削時の解放節点力は容易に求められるので、 K 、 θ および地山の弾性係数 E は、現場計測された覆工内面変位 $\hat{u}$ と、三次元FEM解析から求められる覆工内面変位 u を用いて、次式の目的関数 J を最小化して求められる。

$$J = \sum_{i=1}^n (u_i - \hat{u}_i)^2 \longrightarrow \text{Minimum} \quad \text{---(2)}$$

ここに、 n は計測点数である。

ところで、最適化手法によって解を求める場合、未知数が多いと収束値が得られないことがあり、あるいは、収束値が得られても、計算時間・費用が大となり、得策でない場合がある。また、トンネル内では、通常B計測が行われるので、図-1の測線 a 、 b 、 c の変化量 Δa 、 Δb 、 Δc (測線長の減少を正とする) から、直接 K と θ を求めることができれば好都合である。そこで、 K 、 θ および無次元量 $(\Delta b/b)/(\Delta a/a)$ 、 $(\Delta b/b)/(\Delta c/c)$ の関係を通常の順解析から作成したのが図-2である。ただし、計測断面は図-3のA-A断面であり、1間掘削に起因

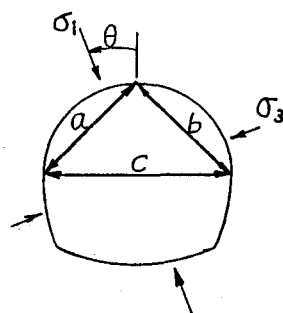


図-1 測線 a 、 b 、 c および最大 (σ_1)、最小 (σ_3) 主応力とその方向

する計測量を用いている。また、地山と覆工の力学特性は、表一に示す通りである。この図を用いれば、両計測変位置量 $(\Delta b/b)/(\Delta a/a)$ 、 $(\Delta b/b)/(\Delta c/c)$ を同時にまんとくする K 、 θ の値をただちに決定できる。ところで、図一2の作成に当たって、地山の弾性係数 E を50,000tf/m²としているが、現実の地山の E はこの値と異なるのが普通である。しかし、 E の変化量が K 、 θ の値に大きく影響しないことは、次の例から理解できる。

いま、 $E = 250,000\text{tf/m}^2$ 、 $K = 0.5$ 、 $\theta = 30^\circ$ の場合について、1間掘削による変位置量を求め、次に、この変位置量を図一2に適用して K 、 θ の値を逆解析したところ、 $K = 0.47$ 、 $\theta = 33^\circ$ となった。すなわち、工学的な立場からすれば、地山の E の値にかかわらず、図一2が利用できることがわかる。

以上のようにして K 、 θ がわかれば、これを式(1)に適用して σ_1 、 σ_3 がわかるので、次にこれらから切羽掘削

時の解放節点力が算出される。そして式(2)により最適な地山の弾性係数を求めることができる。上記の例について、図一4に目的関数 J の収束状況を示し、求められた E の値は真値と数%しか異ならなかった。なお、三次元FEM解析結果と最適化手法を併用した本手法では、一度の最適化解析(未知量は一つ)でよく、経済的である。

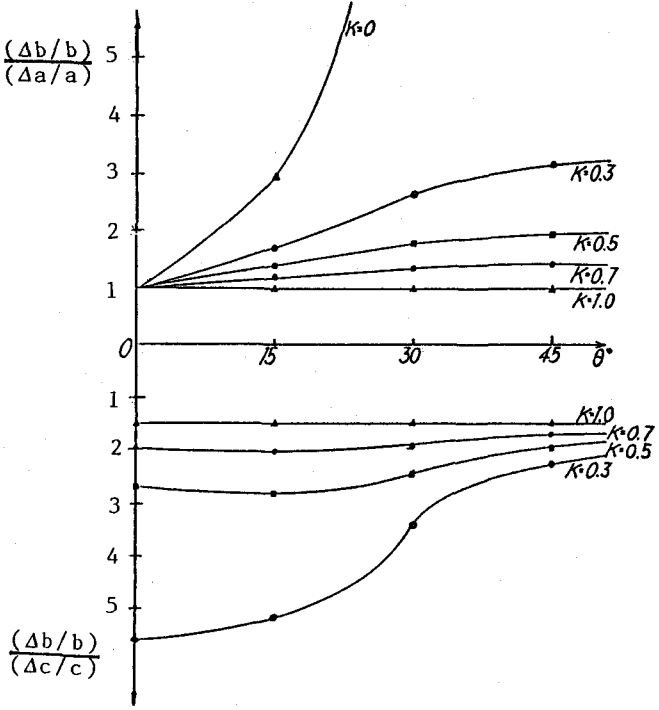
3. クリープ関数の推定

軟岩中のトンネル掘削に起因する地山の経時変位から、地山のクリープ関数 $\phi(t)$ を逆解析したところ、これは次式の対数関数で表現されることが示されている^{a)}。

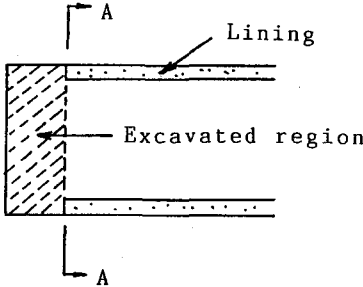
$$\phi(t) = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \ln(1+t) \quad , \quad (t: \text{1日}) \quad \text{--- (3)}$$

表一 地山と覆工の力学特性

Modulus of elasticity of the ground(t/m ²)	50,000
Modulus of elasticity of the lining(t/m ²)	1000,000
Poisson's ratio of the ground	0.3
Poisson's ratio of the lining	0.15
Initial stress in vertical direction(t/m ²)	175



図一2 主応力比 K 、最大主応力の方向 θ および無次元変位の関係



図一3 計測断面A-A

そこで、以下では地山のクリープ関数は式(3)のような形で表されるものとする。ここに、 $E_1 (=E)$ 、 E_2 は未知であり、経時変位を逆解析することより決定される定数である。

ところで、2.で示したように、 K 、 θ の値は地山の弾性係数の値に大きく影響されないので、切羽掘削ある時間経過後の図-3、A-A断面の計測値から、 K 、 θ 値が求められる。したがって、以下ではクリープ関数に含まれる E_1 、 E_2 のみを、経時計測変位から逆解析する手法について述べることにする。

いま、図-5の計測点Mの変位量 $u_m(t)$ について考えるが、切羽が Δz 掘削され、時間 t_1 経過後の変位は

$$u_m(t_1) = \Delta u (z = \Delta z, \phi(t = t_1)) \text{ ----- (4)}$$

ここに、 Δu は1掘削による変位量を表し、 t は掘削時を基準にしている。次に、最初の一掘削が行われてから $t = t_1$ 後に、さらに、 Δz だけ切羽が掘削されるものとする、 $t = t_2 = 2t_1$ における変位量は

$$u_m(t_2) = \Delta u (\Delta z, \phi(t_2)) + \Delta u (2\Delta z, \phi(t_1)) \text{ ----- (5)}$$

ところで、Leeの対応原理⁹⁾と、ラプラス逆変換に関するSchapergのDirect Method¹⁰⁾を利用すれば、変位は近似的に次のように表される。

$$\begin{aligned} \{u(t)\} &= L^{-1} \{u^*(s)\} \doteq \{s \cdot u(s)\} |_{s=0.5/t} \\ &= \{s [\bar{K}(s \phi^*(s))]^{-1}\} \cdot \{f/s\} |_{s=0.5/t} \\ &= [\bar{K}(s \phi^*(s))]^{-1} \{f\} |_{s=0.5/t} \text{ ----- (6)} \end{aligned}$$

ここに、 $[\bar{K}]$ 、 $\{f\}$ はFEMにおける剛性マトリックスおよび切羽掘削時の解放節点力であり $\{f\}$ とポアソン比は時間的に変化しないとしている。また、 $*$ 、 L^{-1} 、 S はそれぞれラプラス変換、ラプラス逆変換、ラプラス演算子である。ここで、さらに次の関係 $\phi(t) \doteq S \phi^*(S) |_{s=0.5/t}$ を式(6)に適用すると、

$$\{u(t)\} = [\bar{K}(1/\bar{E}(t))]^{-1} \{f\} \text{ ---- (7)}$$

ここに、 $1/\bar{E}(t) = S \phi^*(S) |_{s=0.5/t} = 1/E_1 + (\theta_1(1+t))/E_2$

a	b	c	d	e
$E_a^c=1,451,000 \text{ t/m}^2$				
$E_b^c=1,827,000 \text{ t/m}^2$				
$E_c^c=2,052,000 \text{ t/m}^2$				
$E_d^c=2,189,000 \text{ t/m}^2$				
$E_e^c=2,359,000 \text{ t/m}^2$				

図-6 吹付コンクリートの弾性係数

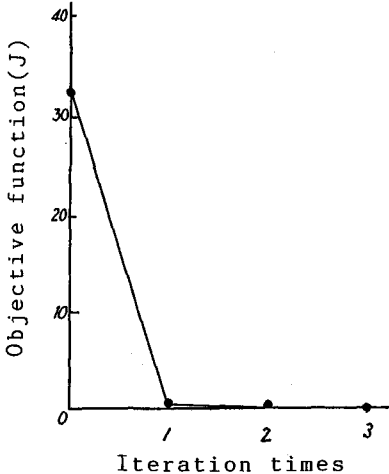


図-4 目的関数Jの収束状況

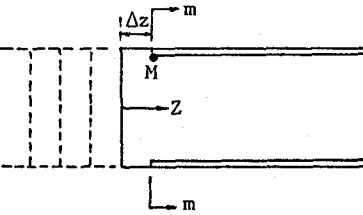


図-5 切羽掘削長 Δz と座標 z

表-2 施工条件

Tunnel radius	5.1m
Number of rock bolts in a cross section	15
Rock bolt length	4m
E of rock bolt	$2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2$
Cross section area of rock bolt	$5.07 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
E of steel support (H-200)	$2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2$
Cross section area of steel support	$63.53 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
Thickness of shotcrete	20cm
E of shotcrete	Fig.6
Overburden	8.5m
Unit weight of the ground	2.46 t/m^3
Excavation length at the tunnel face	1.25m

$\bar{E}(t)$ は、時間 t における見かけの弾性係数である。ここで、 $t = t_1$ での変位（式（4））と $t = t_2$ での変位（式（5）の $\Delta u(\Delta z, \phi(t_2))$ ）を用いて2度の最適化解析を行い $\bar{E}(t_1)$ と $\bar{E}(t_2)$ を求めれば、これから E_1 と E_2 は次のように決定される。

$$E_1 = \frac{\bar{E}(t_1)\bar{E}(t_2)\phi_1\{(1+t_2)/(1+t_1)\}}{\bar{E}(t_1)\phi_1\{(1+t_2)/(1+t_1)\} + \bar{E}(t_1) - \bar{E}(t_2)}, \quad E_2 = \frac{\bar{E}(t_1)\bar{E}(t_2)\phi_1\{(1+t_2)/(1+t_1)\}}{\bar{E}(t_1) - \bar{E}(t_2)} \quad (8)$$

表-2に示す施工条件下のトンネル現場に本手法を適用（ $t_1 = 1$ 日、 $t_2 = 2$ 日）、得られたクリープ関数を用いて順解析を行い、実測と解析の変位を比較して示したのが図-7である。ただし、吹付コンクリートの弾性係数は経時的に増大するので図-6に示すように考慮した。

4. 結 論

無次元化されたB計測変位量と主応力比 K 、最大主応力方向 θ の関係は、地山弾性係数 E の影響をあまり受けないので、あらかじめこれらの関係を三次元FEM順解析で求めておけば、B計測変位から K 、 θ がただちに求められる。また、クリープ関数の推定法を述べ、その妥当性を現場計測結果により検証した。

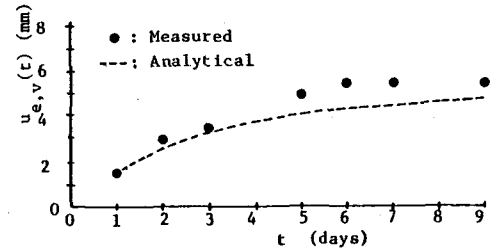


図-7 クラウン沈下の実測と解析の比較

参考文献

- 1) Hisatake, M. and Ito, T. : Back Analysis Methods to Tunnel Linings, Proc. Int. Symp. Field Measurements in Geomech., pp.1047-1056, 1983.
- 2) Kovari, K., Amstad, Ch. and Fritz, P. : Integrated Measuring Technique for Rock Pressure Determination, Proc. Int. Sympo. on Field Measurements in Rock Mech., pp.289-316, 1977.
- 3) Giorda, G. and Jurina, L. : Identification of Earth Pressure on Tunnel Liners, Proc. 10th Int. Conf. Soil Mech. and Foundation Engg., Vol.1, pp.301-304, 1981.
- 4) Hisatake, M. and Ito, T. : Back Analysis for Tunnels by Optimization Method, Proc. 5th Int. Conf. on Numerical Methods in Geomech., Vol.2, pp.1301-1307, 1985
- 5) 桜井春輔・武内邦文 : トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法, 土木学会論文報告集, No.337, PP.137, 1981
- 6) 久武勝保 : トンネルにおける三次元逆解析法の開発, 土木学会論文集, Vol.376/Ⅲ-6, 1986.
- 7) Herget, G. : Change of Ground Stresses with Depth in the Canadian Shield, Proc. Int. Symp. Rock Stress Measure., PP.61-68, 1986.
- 8) Ito, T. and Hisatake, M. : Analytical Study of NATM, Proc. 10th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Vol.1, Section 2, PP.311-314, 1981.
- 9) Lee, E. H. : Stress Analysis in Viscoelastic Bodies, Quart. Appl. Math., Vol.13, No.2, pp.183-190, 1955.
- 10) Schaperg, R.A : Approximate Methods of Transform Inversion for Viscoelastic Stress Analysis, Proc. 4th U.S. National Cong. Appl. Mech., Vol.2, pp.1075-1085, 1962.

(61) DEVELOPMENT OF THREE DIMENSIONAL BACK ANALYSIS FOR TUNNEL
IN VISCOELASTIC GROUND

HISATAKE, M.	KINKI UNIVERSITY
INABA, T.	NISHIMATSU-KENSETSU
HIRATA, A.	NISHIMATSU-KENSETSU

ABSTRACT

In order to estimate values of parameters K [(the maximum initial stress of the ground)/(the minimum initial stress of the ground)], θ [=direction of the maximum initial stress] and creep function, a new method has been developed. K and θ are easily evaluated from non-dimensional displacements of field measurements (a , b , c) shown in Fig.2 which is obtained from three dimensional finite element analysis. After determination of K and θ , creep function of the ground is back analyzed by utilizing optimization technique of two times. Appropriateness of the proposed method has been verified by comparing field measurements and analytical results.