

(47) 不連続性岩盤内の熱と水の連成解析

埼玉大学工学部 浜 島 良 吉 ○ 桜 井 考 臣
間組技術研究所 草 深 守 人
ソフトウェアサイエンス研究所 渡 辺 正 明
地質調査所 小 出 仁

1. まえがき

近年、放射性廃棄物地層処分等からんで不連続性岩盤内の熱および水の移動が重要な問題になっている。これら、熱と水の移動は応力との連成作用で考える必要があり、そのため熱および水の移動、さらに応力解析に対して不連続性を考慮することが必要である。これまで不連続性岩盤の応力解析に対しては種々のアプローチがなされ、カンドールモデル、ジョイントエレメント、剛体パネモデルなどにより不連続体そのものの解析がなされている。また損傷テンソル、クラックテンソルにより構成則の中に不連続性を加味した解析がなされ、また不連続性の構造的モデルが種々提案されている。

ところで、LNGの地下岩盤内空洞貯蔵における空洞の安定性を評価するに際し、空洞周辺部には収縮ひずみにより亀裂が発生し、現実にはこうした亀裂性岩盤内での熱と水と応力の連成解析が必要となる。また地熱開発における水圧破砕に伴う問題においてもこうした岩盤の亀裂の進展を評価しながら熱と水と応力の連成解析が必要となる。さらに三原山の噴火にみられるようなマグマと地下構造の関連を調べるに際してもこうした連成解析が必要とされる。

本研究においては上記問題に対して保存則モデルを用いた解析を行う。応力解析については剛体パネモデルは保存則モデルを用いたものと解釈することができる。本研究ではこうした保存則をベースにした剛体パネモデルを応力解析として用いることを前提とし、その第一段階として保存則をベースにした熱と水の連成解析を扱う。

2. 保存則モデルを用いた熱と流体の連成解析

熱と流体の連成解析についても多くの研究がなされている。^{1), 2)} ここでは密度 ρ は温度によって変化するが密度と温度との関係が

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = -\beta (T - T_0) \quad \rho_0, T_0 : \text{基準座標および基準温度} \\ \beta : \text{熱膨張係数}$$

のように直線近似できる場合とし、密度変化を浮力効果として扱い、流体を非圧縮性として考えることにする。これにより密度変化が鉛直方向の重力項にのみ作用するものとみなして扱うことができ、非定常伝熱および非定常地下水流れの基礎微分方程式が次式で与えられる。

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p T v_i)_{,i} = (\lambda T_{,i})_{,i} \quad (1)$$

$$\left\{ \frac{K}{\mu} (P_{,i} + (1 - \beta (T - T_0) \rho g \delta_{i3}) \right\}_{,i} = \frac{1}{m} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2)$$

$$v_i = -\frac{K}{\mu} (P_{,i} + (1 - \beta (T - T_0) \rho g \delta_{i3}) \quad (3)$$

ここで、 T : 温度、 ρ : 密度、 C_p : 低圧比熱、 v_i : 流体速度、 λ : 熱伝導率、 μ : 動粘性係数、 P : 間隙圧であり、 $K' (= \rho g K / \mu)$ は透水係数、 $S_s (= \rho g / m)$ は貯留係数を表す。

まず、式 (1) において、フーリエの法則

$$q_i = -\lambda T_{,i} \quad (4)$$

を用いある領域 V について積分を行い、ガウスの定理を用いて整理すると

$$\int_V \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dV = - \int_S \rho C_p T v_i n_i ds - \int_S q_i n_i ds \quad (5)$$

これは、Newton 流体における非圧縮性流体のエネルギー保存則において散逸項を無視したものでありこれを離散化することを考える。離散化に当たって次の仮定を設ける。

- 1) 要素内温度は一定
- 2) 要素境界面で熱流束は一定
- 3) 要素境界面で流速は一定

今、要素 i の体積を V_i 、隣接要素 j との接触面積を S_{ij} 、要素の温度を T_i とする。ここで境界面における温度は隣接要素との温度の平均をとるものとする。

$$T_{ij}' = \frac{T_i + T_j}{2} \quad (6)$$

これにより式 (5) は次のように離散化される。

$$\rho_i C_{pi} \frac{\partial T_i}{\partial t} V_i = - \sum_j \rho_i C_{pi} v_{ij}' T_{ij}' S_{ij} - \sum_j q_{ij} S_{ij} \quad (7)$$

ここで、 v_{ij}' 、 q_{ij} はそれぞれ要素境界面の外向き法線方向の流速と熱流束である。ただし、式 (7) の座標 i, j は式 (1), (2) がテンソル表示を示すのと異なり単に要素 i, j を表しており $\sum_j$ が隣接要素に対する和を表す。また熱流束 q_{ij} は熱通過係数 k_{ij} を用いることにより次式で与えられる。⁸

$$q_{ij} = -k_{ij} (T_j - T_i)$$

ここで k_{ij} の値は隣接要素との熱の収支の方法により定義が異なり、次のようになる。

- 1) 熱伝導の場合 $k_{ij} = \lambda / l_{ij}$ (λ : 熱伝導率, l_{ij} : 要素重心点間距離)
- 2) 熱伝達の場合 $k_{ij} = \alpha$ (α : 熱伝達係数) (9)
- 3) 熱輻射の場合 $k_{ij} = \sigma \epsilon F (T_i + T_j) (T_i^2 + T_j^2)$
(σ : ステファンボルツマン定数, ϵ : 放射率, F : 形状係数, T_i, T_j : 要素 i, j の温度)

式 (6), (7), (8) より

$$\rho_i C_{pi} \frac{\partial T_i}{\partial t} V_i = - \sum_j \rho_i C_{pi} v_{ij}' \left(\frac{T_i + T_j}{2} \right) S_{ij} + \sum_j k_{ij} (T_j - T_i) S_{ij} \quad (10)$$

ここで時間積分に対して係数 θ を用いて荷重平均近似を行えば式 (10) は次のようになる。

$$\left[\rho_i C_{pi} V_i + \theta \Delta t \sum_j \left(\frac{1}{2} \rho_i C_{pi} v_{ij}'^{(n)} + k_{ij}^{(n)} \right) S_{ij} \right] T_i^{(n+1)} + \left[\theta \Delta t \sum_j \left\{ \left(\frac{1}{2} \rho_i C_{pi} v_{ij}'^{(n)} - k_{ij}^{(n)} \right) S_{ij} T_j^{(n+1)} \right\} \right]$$

$$= \left[p_i (c_{pi} T_i - (1-\theta) \Delta t \sum_j \left(\frac{1}{2} p_{ij} (c_{pi} v_{ij}^{(n)} + k_{ij}^{(n)}) S_{ij} \right) T_i^{(n)} \right. \\ \left. - \left((1-\theta) \Delta t \sum_j \left\{ \left(\frac{1}{2} p_{ij} (c_{pi} v_{ij}^{(n)} - k_{ij}^{(n)}) S_{ij} \right) T_j^{(n)} \right\} \right) \right] \quad (11)$$

ここで $\theta = 0$ とおくと前進差分(オイラー法)となるが、この場合時間ステップを大きくすると発散してしまうという欠点があり、長時間にわたって温度分布を求める非定常解析に対しては時間がかかりすぎ適さない。そこで本解析ではクランクニ科尔ソン法 ($\theta = 0.5$) の場合について解析を行う。この場合、式(11)は次のように簡単化して表現できる。

$$a_i^{(n)} T_i^{(n+1)} + \sum_j b_{ij}^{(n)} T_j^{(n+1)} = c_i^{(n)} \quad (12)$$

ここで $a_i^{(n)}$, $b_{ij}^{(n)}$, $c_i^{(n)}$ は式(11)において $T_i^{(n+1)}$, $T_j^{(n+1)}$ の係数および右辺項である。

式(12)は要素 i についてたてられた式であり、これを分割した全ての要素について考えれば非対称な係数行列を有する連立方程式が得られる。

次に非定常浸透流に対する式(2)についても式(1)の場合と同様にして積分表示すれば次式となる。

$$\int_S \frac{K}{\mu} (p_{i,i} + (1-\beta)(T-T_0) \rho g \delta_{i,3}) n_i dS = 0 \quad (13)$$

ここで、 $\delta_{i,3}$ は $i=3$ において1, $i \neq 3$ において零である。式(13)の離散化に当たって次の仮定をする。

- 1) 要素内の間隙圧は一定
- 2) 要素境界面で圧力勾配は一定

また境界面の圧力勾配は隣接要素の間隙圧との差を重心点間距離で割ったものとすれば式(13)は次式となる。

$$\left[\frac{1}{m_i} v_i + \theta \Delta t \sum_j \frac{K_{ij}}{\mu} S_{ij} \right] p_i^{(n+1)} \\ + \left[\theta \Delta t \sum_j \left(-\frac{K_{ij}}{\mu l_{ij}} \right) S_{ij} p_j^{(n+1)} \right] \\ = \left[\frac{1}{m_i} v_i - (1-\theta) \Delta t \sum_j \frac{K_{ij}}{\mu l_{ij}} S_{ij} \right] p_i^{(n)} \\ - \left[(1-\theta) \Delta t \sum_j \left(-\frac{K_{ij}}{\mu l_{ij}} \right) S_{ij} p_j^{(n)} \right] \\ - \Delta t \sum_j \left(\frac{K_{ij} \rho g \beta}{\mu} n_{zij} \right) \left(\frac{T_i^{(n)} + T_j^{(n)}}{2} - T_0 \right) S_{ij} \\ + \Delta t \sum_j \left(\frac{K_{ij} \rho g}{\mu} n_{zij} \right) S_{ij} \quad (14)$$

ここで n_{zij} は境界の外向き単位法線ベクトルの鉛直方向の成分である。

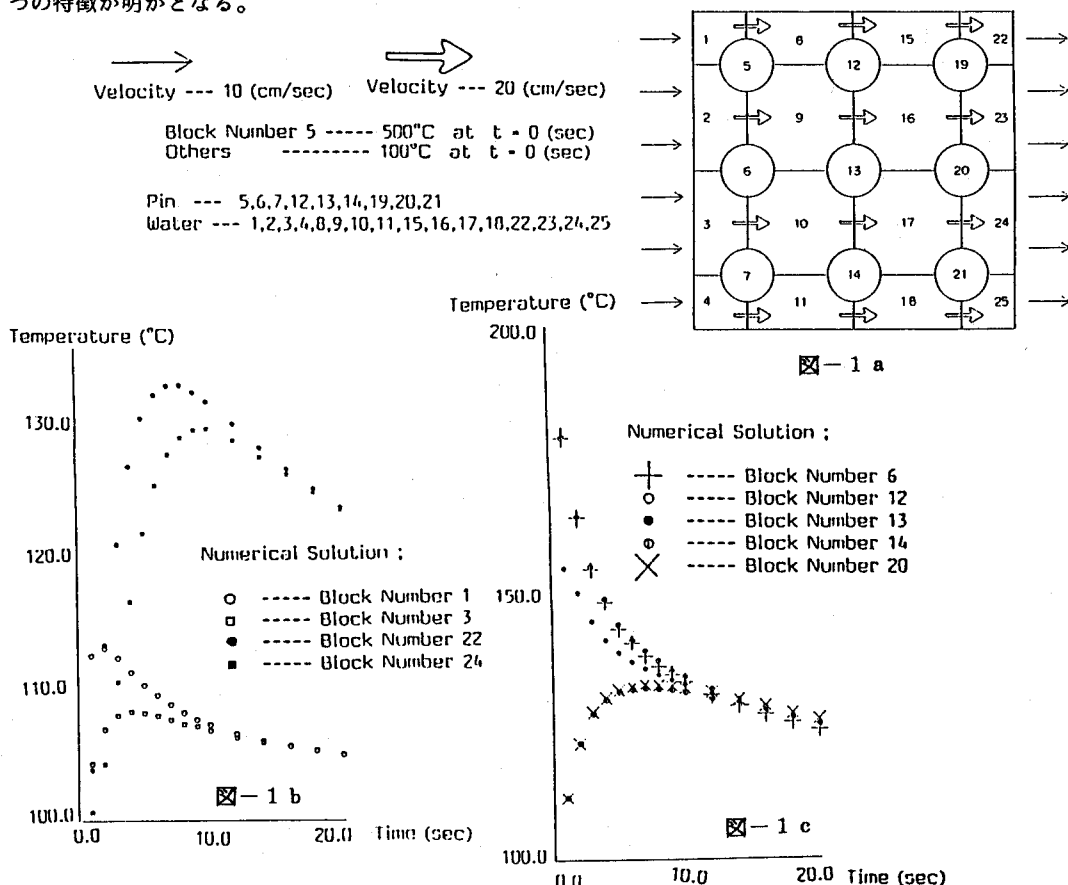
次にダルシー則より得られた流速 v_{ij} に対する式 (3) を離散化すれば次式となる。

$$v_{ij} = -\frac{K_{ij}}{\mu} \left[\frac{P_i^{(n)} - P_j^{(n)}}{L_{ij}} - \rho g \beta n_{zij} \left(\frac{T_i^{(n)} + T_j^{(n)}}{2} - T_0 \right) + \rho g n_{zij} \right] \quad (15)$$

3. 計算例

本解析手法は、熱伝導、熱伝達、熱輻射が同時に生ずる問題にも適用しうるものであり、岩盤の亀裂進展を考慮しながら建成解析を行うのに都合が良い。こうした問題として、今、図-1に示されるように配置されたピン間を流体が流れ、1本のピンが高温になったときの冷却過程のシュミレーションを考える。流体は図のピン間を矢印の方向に流れている。いま $t = 0$ (sec) で5番のピンが500℃になり、その他のピンや水は一樣に100℃であったとする。この場合、接する流体間には熱伝導、流体とピン間には熱伝達、ピン間には熱輻射によって熱のやりとりがなされるものとする。

図-1 b は流体に関するグラフであり、図-1 c はピンに関するグラフである。これより本解析法の1つの特徴が明かとなる。



参考文献

- 1) 佐藤他 : 土木学会論文集, vol 363 / II-4, pp. 97-106. 1985
- 2) Utsugida Y. : 5th Int. Conf. on Num. Meth. in Geo., pp. 711-716. 1985

(47) COUPLED ANALYSIS OF WATER FLOW AND HEAT TRANSFER
FOR DISCONTINUOUS ROCK MASSES

Saitama Univ. : R. Hamajima , T. Sakurai
Technical Res. Inst. HAZAMA-GUMI LTD, : M. Kusabuka
Software Science Lab Co.,LTD : M.WATWNABE
Geological Survey of Japan : H. Koide

ABSTRACT

New discrete analysis model presented by Kawai, which is one of the limit analysis for the solid mechanics, have been recognized to be useful for various fields, and especially applied to actual design analysis in geotechnical and rock engineering fields.

In this method divided to finite elements as in the usual finite element method, the displacement in the interior of their elements are supposed to be rigid. This method said to be finite element method with lower- order shape functions may be more useful in case of flow analysis than in the case of nonlinear analysis of solid mechanics, because use of the higher- order shape function used in the usual finite element analysis may cause serious problem with regard to computation and cost in practice in flow problem analysis.

In this paper we present a method to apply this new discrete model to flow analysis such as thermal transportation problem. This problem of flow analysis can not be introduced from variational principle usually used in solid mechanics. It is generally known, however, that the fundamental differential equations for the problems of transport phenomena are introduced from the conservative law. Therefore these conservative laws in integral forms are directly divided and these numerical analysis method based on these conservative laws are applied to thermal conduction, convection and radiation problem, furthermore to the analysis of thermal distribution in high-level waste repository.