

(4) 混合モード (K_{I} , K_{II}) 下における岩質材料の破壊条件

京都大学工学部 正会員 矢富盟祥
徳島大学工学部 正会員 藤井清司
山口大学工学部 学生員 菊地 正
山口大学工学部 正会員 中川浩二

1. 緒言

筆者らは、最近岩盤の掘削や原位置試験における岩盤破壊の進行に関する研究を進めてきている。これらの研究の中で現場実験、あるいはモデル岩盤供試体による室内実験において破壊の進展を追跡することがしばしば必要となる。このような場合、き裂等の先端における応力状態は開口型のみならず開口型にせん断型の重ね合わされた混合モード状態となることが通常である。今日、有限要素法や境界要素法の発達により、破壊の進展状況そのものを数値シミュレーションすることが岩盤の掘削、原位置試験に限らずしばしば試みられる。この場合破壊進展の条件となる混合モード下における材料の破壊条件を明らかにすることはこれらの数値解析法の今後のますますの発展を考えると非常に重要なことと考えられる。

2. 混合モード破壊条件

混合モード破壊条件の代表的なものとして Erdogan & Sih による最大周応力説¹⁾、Hussain らによるひずみエネルギー解放率一定説²⁾、Sih によるひずみエネルギー密度最小説³⁾などがある。これらの概略と特徴は次のようである。

図-1に示すようにき裂先端近傍の応力を σ_r 、 σ_θ 、 $\tau_{r\theta}$ とする。ここで、Erdogan & Sih は σ_r が主応力となる方向にき裂が進展し、その方向の要素の σ_θ が一定の値、 $\sigma_{\theta cr}$ に達することがき裂の進展の開始条件としている。破壊の開始がこの条件によって支配されるとき、モード I のみおよびモード II のみでき裂の進展が生じる場合の限界応力拡大係数をそれぞれ K_{Ic} 、 K_{IIc} とすると計算上求められる K_{IIC} と K_{Ic} の比、 K_{IIC}/K_{Ic} はおよそ 0.87 となる。Hussain らの提唱したひずみエネルギー解放率一定の条件によると K_{IIC}/K_{Ic} は、およそ 0.63 となる。また Sih はき裂先端近傍である要素内のひずみエネルギー密度が最小値をとる方向にき裂は進展するとしている。この説によると、き裂進展開始の条件およびき裂進展の方向は材料のポアソン比 ν の関数として表される。ポアソン比を 0.2 および 0.3 とした場合の K_{IIC}/K_{Ic} の値はそれぞれおよそ 1.07 および 0.96 となる。

モード I、モード II の混合モード破壊条件を求めるための実験法として平板にスリットを入れた試験片⁴⁾や、中空円筒にスリットを入れた試験片⁵⁾などを用いた試験法、あるいは、スリットを有する円板の圧裂試験法⁶⁾などが提案されている。試験材料としてはアルミニウム合金や鋼材、あるいは黒鉛、石こう、大理石等に関する実験が行われている。また岩石供試体については切り欠き位置と载荷点を工夫した切り欠きばりの曲げ試験⁷⁾が行われている。これらの実験の結果による

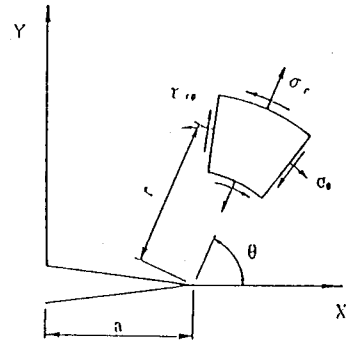


図-1 き裂先端の座標軸と応力状態

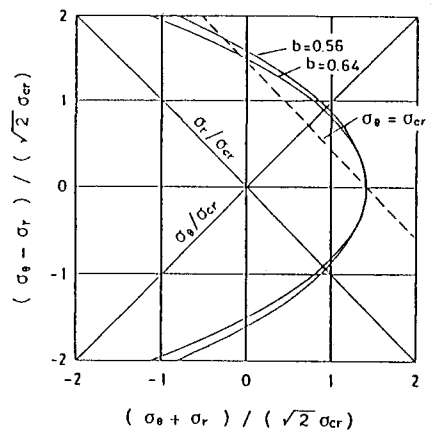


図-2 放物型の複合応力関係

と K_{IIC}/K_{IC} の値は二、三の結果を除いてほぼ1.0~1.2の範囲内にある。この値は前項で示した最大周応力説やひずみエネルギー解放率一定説で予測される K_{IIC}/K_{IC} の値よりかなり大きくなっている。また K_{IIC}/K_{IC} の値は材料のポアソン比によっても特に大きく変化する傾向はみられず、ひずみエネルギー密度最小説にも反する結果となっている。

一方、き裂の進展方向についてはほぼ最大周応力説で予測される方向になるとしてよいようである。

3. 複合応力仮説による混合モード破壊条件

図-1における応力 σ_r 、 σ_θ 、 $\tau_{r\theta}$ は次のように表される。

$$\sigma_r \cong \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left\{ K_I (3-\cos\theta) \cos \frac{\theta}{2} - K_{II} (3\cos\theta-1) \sin \frac{\theta}{2} \right\} \cdots \cdots ①$$

$$\sigma_\theta \cong \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left\{ K_I (1+\cos\theta) \cos \frac{\theta}{2} + K_{II} (3\sin\theta) \cos \frac{\theta}{2} \right\} \cdots \cdots ②$$

$$\tau_{r\theta} \cong \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left\{ K_I \sin\theta \cos \frac{\theta}{2} - K_{II} (3\cos\theta-1) \cos \frac{\theta}{2} \right\} \cdots \cdots ③$$

最大周応力説では切り欠き先端近傍の材料要素の周方向応力が主応力となる関係より(3)式において $\tau_{r\theta} = 0$ として

$$\frac{K_I}{K_{II}} = \frac{3\cos\theta-1}{\sin\theta} \cdots \cdots ④$$

を満足する角度の要素で破壊が生じるとしている。また、この仮説では要素の理想引張強度を σ_{cr} とおくと、 $\sigma_\theta = \sigma_{cr}$ で破壊が生じると仮定される。

この考え方では、材料要素の破壊開始は要素の周応力 σ にのみ支配されるとしている。しかるに、この破壊が開始するとされている要素には σ_θ の他にもう一つの主応力 σ_r が作用しており、それも一般には特異性を持ち、大きな値となっている。(例えば、モードI型で $\theta = 0$ 上では $\sigma_r = \sigma_\theta$ で等方引張状態である。) そこで破壊の方向は σ_θ に垂直な方向としても破壊の開始条件には σ_θ のみならず σ_r もまた関与すると考える。材料要素の理想強度に関することであり、ここでは推定する以外に方法はないが、 σ_r の関与について次のようにMohrの破壊条件のような放物型の複合応力関係を考える。

$$b \left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{\sqrt{2} \sigma_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{\sqrt{2} \sigma_{cr}} \right) - C = 0 \cdots \cdots ⑤$$

ここで、 b 、 c は正の無次元定数、 $\sigma_{cr} \cong K_{IIC}/\sqrt{2\pi r}$ である。 $x = \tan(\theta/2)$ とおくと

$$K_{II} = \frac{x}{1-x^2} K_I \cdots \cdots ⑥$$

であり、(1)、(2)式の関係を(5)式に代入すると、

$$b \frac{2x^2}{1+x^2} (K_{II}/K_{IC})^2 + \frac{2(1-x^2)}{x(1+x^2)} (K_{II}/K_{IC}) - C = 0 \cdots \cdots ⑦$$

を得る。(6)式を(7)式に代入して、 $x=0$ の時 $K_I = K_{IC}$ であることから、 $c \equiv \sqrt{2}$ となる。この時の(5)式の関係を図示すると図-2のようになる。ここで、両座標軸は σ_{cr} で無次元化してある。この複合応力関係は周応力一定 ($\sigma_\theta = \sigma_{cr}$: 図中破線) の考え方に対してもう一つの主応力の効果を考えたものである。 $b=0.56$ あるいは $b=0.64$ の場合の破壊条件の $\sigma_\theta = \sigma_{cr}$ の条件に対する関係が図より理解されよう。ここで、 $x=1/\sqrt{2}$ の時、 $K_I=0$ であるから、これを(7)式に代入して、

$$\frac{K_{IIC}}{K_{IC}} = \frac{\sqrt{6}}{4} \frac{\sqrt{1+4\sqrt{2}b-1}}{b} \cdots \cdots ⑧$$

が得られる(図-3参照)。結局、(6)式と(7)式より x をパラメータとした $K_I \sim K_{II}$ 関係、すなわち、混合モードの破壊条件が得られる。例えば、 $b=0.54$ 、 0.60 、 0.64 の3つの値の場合を図示すると図-4の

ようになる。ここで、両座標軸は K_{Ic} で無次元化してある。
 $b=0.60$ の時、(8)式より、 $K_{IIc}/K_{Ic}=1.14$ となり、既存の実験結果をほぼ説明できることになる。

き裂の進行方向は(4)式で示すように最大周応力説で与えられるものと一致することになる。

4. 実験

4-1 中心部に切り欠きを有する円板を用いた

混合モード破壊靱性試験

き裂を有する円板を圧裂することによる混合モード破壊条件の検討が金ら⁶⁾および淡路ら⁹⁾によりなされている。この方法は図-5に示すようなき裂を有する円板を圧縮するときのき裂先端での応力拡大係数を解析し、その結果をもとに破壊開始時の混合モード破壊靱性値を求めるものである。

本研究ではこの条件を満足する供試体を用いた実験を行い、モデルの混合モード破壊靱性値を求めた。

4-2 実験

フライアッシュセメントペースト（以下F C P）供試体の混合モード破壊靱性試験を次のようにして行った。すなわちF C P供試体作製のために用いた材料は早強ポルトランドセメントおよびフライアッシュと水である。配合はセメント：フライアッシュ：水=1:1:0.55である。打設時に図-6に示す両端に両側テーパを付けた厚さ1mmの薄板を円板に垂直に埋め込み、F C Pの半硬化後に抜き取るにより切り欠きを作製した。切り欠きの長さは供試体直径15.0cmに対して3.0cmである。また供試体の厚さは4.0cmである。打設後1日で脱型し8日間水中養生を行い、その後1日間気中養生を行った後試験に供した。

4-3 実験結果と検討

各試験から得られる破壊開始荷重を用いて破壊開始時における K_I および K_{II} の値を求める。図-7は得られた結果を縦軸に K_{II} 、横軸に K_I をとり K_{Ic} の平均値 K_{Ic0} (8.57N/mm^{3/2})で無次元化して示したものである。また、本論文で提案した仮説より得た混合モード破壊条件（(11)式で $b=0.64$ の場合）を図中実線で示している。これによると提案した破壊条件は $K_I < 0$ の部分を含めて実験結果と良く一致している。

次に破壊開始角を測定したものを図-8に示す。この図では縦軸に破壊開始角、横軸に (K_{II}/K_I) の逆正接をとって表している。また、この図には前章で示した最大周応力説による破壊開始角を実線で示している。

5. 結言

提案された混合モード破壊条件（複合応力仮説）は切り欠き先端の材料要素のき裂開始条件を要素内

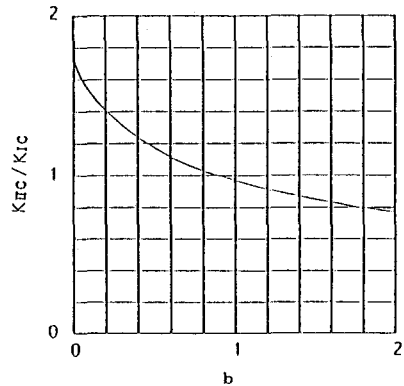


図-3 複合応力仮説による限界応力拡大係数の比

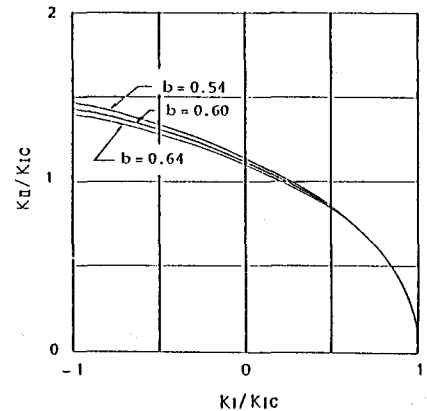


図-4 複合応力仮説による混合モード破壊条件

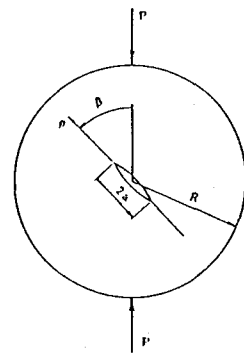


図-5 中央にき裂を有する円板圧裂試験用供試体

の主応力差と主応力和を用いてMohrの破壊条件のように放物線関係で表すものである。これにより、既存の混合モード破壊に関する実験結果はほぼ満足のいく程度に説明され、 $K_I < 0$ の範囲についてもき裂が切り欠き先端から発生すると認められる限りは実験結果は理論値とほぼ一致した。

また、既存の実験結果によるとき裂の発生方向は最大周応力説で予測される方向とよく一致している。本論文で提案した複合応力仮説の予測するき裂発生方向も最大周応力説のそれと同一と仮定しているから、既存の実験結果とよく一致することになる。また、本研究で行った $K_I < 0$ の範囲を含めた実験においても計測の困難さによる誤差は考えられるが、仮説は実験結果をよく説明している。

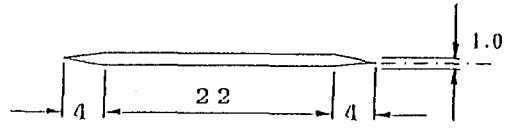


図-6 圧裂供試体中に作られたき裂の形状
(単位 mm)

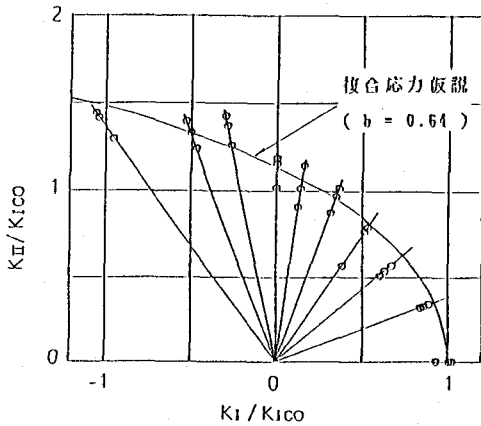


図-7 混合モード破壊条件の複合応力仮説と
実験結果との比較

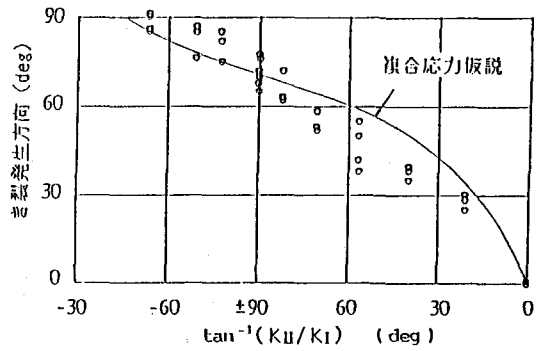


図-8 混合モード下におけるき裂発生方向の
複合応力仮説と実験結果との比較

参考文献

- 1) Erdogan, F. and G. C. Sih, ASME, J. of Basic Engr., 85, 519~527 (1963)
- 2) Hussian, M. A., S. L. Pu, and J. Underwood, Fracture Analysis, ASTM STP 560, 2~28 (1974)
- 3) Sih, G. C., Eng. Fract. Mech., 5, 365~377 (1973)
- 4) たとえば、Pook, L. P., Eng. Fract. Mech., 3, 205~218 (1971)
- 5) 横堀武夫、石崎保博、横堀寿光 機械学会論文集 (A) 46-406, 509~597 (1980)
- 6) 金相哲、陶山正憲、北川英夫第9回岩盤力学に関するシンポジウム概要集、土木学会、16~19 (1975)
- 7) Ingraffea, A. R., Proc. 22nd U.S. Symposium on Rock Mechanics, Cambridge, MA, 199~204 (1981)
- 8) 小林昭一 材料. 20-209 164~173 (1971)
- 9) Awaji, H. and S. Sato, ASME, J. of Engr. Mater. Tech., 100, 175~182 (1978)

(4) COMBINED MODE FRACTURE CRITERION BY COMPOUND STRESS
HYPOTHESIS AND ITS EXPERIMENTAL CONFIRMATION

Chikayoshi Yatomi *
Kiyoshi Fujii **
Tadashi Kikuchi ***
Koji Nakagawa ***

Abstract

Taking account of a compound singular stress state near a crack tip, we present a new hypothesis for determining fracture toughness criterion of rock-like materials under combined mode I and II loading. The compound stress hypothesis gives a reasonable K_{Ic}/K_{IIc} , which is in good agreement with published data on rock-like materials. The combined mode fracture criterion derived by the hypothesis is tested by the measurement of K_I and K_{II} of flyash cement paste using the cracked disk specimens. The results are presented to confirm the use of this hypothesis for the problem of combined mode fracture toughness including negative K_I .

* Kyoto University
** Tokushima University
*** Yamaguchi University