(85) き裂を含んだ岩盤の強度推定に関する信頼性工学的考察

東京大学工学部　正会員　西松裕一
東京大学工学部　正会員　大久保誠介

1。緒言

岩盤の強度がき裂や弱面など、いわゆる不連続面の影響を著しく受けることは周知のとおりである。したがって、岩盤の強度を正確に知るためには何らかの形で原位置試験を行わねばならない。現在そのために最も普通に用いられているのは原位置せん断試験である。しかし、この方法を実施するには、調査坑の掘削、供試体の切り出し・整形などに多大の費用と時間を要するので、測定場所や測定数は、極めて限られたものになる。特に、トンネルの建設や鉱山の開発などでは、この方法は、ほとんど採用できない。このような場合、工事計画や開発計画を立案する段階で利用できるのは専らボーリング孔を利用したデータだけである。

岩盤の力学的性質のうち、変形特性については、近年ボアホール変形試験などボーリング孔を利用した原位置試験が普及しつつあるが、強度については、現在まで、コア試験以外に有効な方法がほとんどない。

本報では、このような現状を考慮して、ボーリング孔によって得られたデータのうち、不連続面ないしき裂に関するデータであるＲ．Ｑ．Ｄ．とコア試験とを利用して、岩盤の強度を推定する方法について考察する。　その場合、特に岩盤強度の平均値だけでなく、そのばらつきについても推定し、さらにその推定精度についても評価することを試みる。

2．Ｒ．Ｑ．Ｄ．とコア試験用試験片の採取率

岩盤のき裂は、その間隔が指数分布することが報告されている［１、２］。また、その場合、き裂の平均間隔１／λとＲ．Ｑ．Ｄ．（の平均値）との間に

$$\mathrm{R.Q.D.} = 100 \cdot (1 + 0.1\lambda)\, e^{-0.1\lambda} \quad \text{------}(1)$$

が理論的に成立する［１］。ただし、λは１ｍあたりの平均き裂数である。周知のとおり、岩盤のき裂密度の指標として、最も容易に測定されるのは、Ｒ．Ｑ．Ｄ．であり、き裂密度λを直接測定することは、必ずしも容易ではない。しかし、岩盤内空間や岩盤斜面の安定性について、定量的に考察を行なう場合は、Ｒ．Ｑ．Ｄ．よりも、き裂密度の方が理論的にとり扱いやすい。　したがって、（１）式が成立することが実証されていれば、Ｒ．Ｑ．Ｄ．からき裂密度を求めて、以後の考察に利用することもできる。

いま一般にき裂間隔ｘの確率密度関数をｆ（ｘ）としたとき、長さが１より大きいコアが出現する確率ｐ（ｘ＞１）は、

$$P(x > 1) = \int_1^{\infty} f(x)\,dx \quad \text{------}(2)$$

いま、コアの平均長さをｍとすれば、総延長Ｌのコアボーリングが行なわれたときのコアの総本数はＬ／ｍである。他方、長さｘが

$$n \cdot a \leq x < (n+1) \cdot a \quad \text{------}(3)$$

のコアからは、高さａの円柱形試験片がｎ個作製できる。したがって総延長Ｌのコアボーリングによって得られる高さａの円柱形試験片の個数Ｎ(ａ）は、

$$N(a) = \frac{L}{m} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ i \cdot \int_{ia}^{(i+1)a} f(x)\,dx \right\} \quad \text{------}(4)$$

で与えられる。

すでにのべたように、き裂間隔が指数分布をするときは、

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{------}(5)$$

が成立する。ただし、λはき裂密度（単位長さを横切るき裂の個数）である。これより、コアの平均長さｍとして

$$m=\int_0^{\infty} x \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx=\frac{1}{\lambda} \quad ------ (6)$$

が得られる。

（５）式および（６）式を（４）式に代入すると

$$N(a)=\lambda L \cdot \frac{e^{-\lambda a}}{1-e^{-\lambda a}} \quad ------ (7)$$

が得られる。

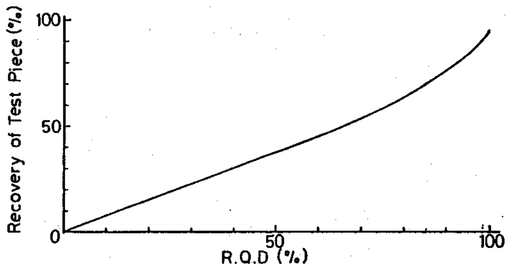

図１　Ｒ．Ｑ．Ｄ．と試験片採取率との関係

いま、簡単のためφ５０ｍｍのコアボーリングを行なったとしよう。この場合は、一軸圧縮試験用の試験片の高さとして、直径の２倍すなわち、ａ＝１００ｍｍ程度が望ましい［３］。

さらに簡単のためコアボーリングの総延長Ｌ＝１０ｍと仮定して、これらの数値を（７）式に代入すると得られる試験片の個数Ｎ（ａ）をき裂密度λの関数として求めることができる。他方、き裂密度λとＲ．Ｑ．Ｄ．との間には（１）式のような関係があるから、Ｒ．Ｑ．Ｄ．と得られる試験片の個数との関係も知り得る。このような計算によって得られたＲ．Ｑ．Ｄ．と得られる試験片の個数との関係は図１に示すとおりである。

なお、き裂が全くなければ、総延長１０ｍのボーリングコアから高さ１０ｃｍの試験片が１００本得られるはずであるから、図１の縦軸は、得られる試験片の数と同時に試験片採取率（％）を表わすことになる。

４．片寄った標本による平均値の推定

今までの考察によって、き裂を含んだ岩盤のボーリングコアから採取・作製することのできる試験片の個数は、き裂密度が増加するにつれて減少することがわかった。

我々は、採取・作製された試験片について、たとえば一軸圧縮試験をして、その結果から、岩盤の強度を推定しなければならない。その場合、採取・作製された試験片は、明らかに岩盤の最も強い部分を代表している。すなわち、き裂そのもの、あるいはき裂の存在によって弱くなっている部分は、試験片として採取・作製することが困難であるから、そのような部分を代表する試験片が欠落している。

このように強い方に片寄った試験片（標本）を用いて、岩盤の強度の平均値と分散を知るためには、き裂の存在のため試験片を採取・作製できなかった部分も含めた岩盤の各部分の強度が一つの母集団に属すると仮定し、その分布関数を与える必要がある。

同一の母集団とその分布関数を仮定することができるとき、ランダムサンプリングによって得られた片寄りのない標本から、平均値や分散を求めるためにはＢａｙｅｓの尤度関数を用いることができる［４］。しかし、今の場合は、標本が片寄っているので別の方法を用いる必要がある。　幸い、我々はＮ個の標本を大きい順に並べたとき、ν番目の標本の値Ｓνより大きい観測値が出現する確率Ｑνが近似的に

$$Q_\nu=\frac{\nu}{N+1} \qquad ----- (8)$$

で与えられることを知っている［５］。いま、岩盤の強度の確率密度関数がｇ（ｘ）で与えられたとすると、

$$Q_\nu=\int_{S_\nu}^{\infty} g(x)dx \quad ------ (9)$$

であるから、一般にｎ＜Ｎとして、

$$\Delta \overline{Q}^2=\sum_{\nu=1}^{n} \left\{\frac{\nu}{N+1}-\int_{S_\nu}^{\infty} g(x)\cdot dx\right\}^2 \quad ------ (10)$$

が最小になるように、ｇ（ｘ）の母数を求めることができる。いま例として、岩盤の強度が正規分布に従うと仮定して、試験片採取率ηで、試験片個数がｎ個の時、岩盤の強度の平均値と標準偏差を推定することを試みよう。試験片採取率ηでｎ個の試験片が得られたのであるから、本来得られるべき試験片の個数Ｎは

$$N=n/\eta \quad ----- (11)$$

で与えられる。この総個数Ｎの値を（８）式に代入して、確率Ｑνを計算し、これに対応する強度Ｓν（ν＝１，２－－－，ｎ）に対して、正規確率紙にプロットすれば、強度が正規分布に従うときは直線がえられるであろう。そして、Ｑ＝５０％に相当する強度Ｓの値をこの直線上またはその延長上で求めれば、岩盤強度の平均値を知ることができる［６］。

このような図式解法では、平均値は知ることができても、その推定精度について知ることができないので、これを解析的に解かねばならない。そのため、確率Ｐνとそれに対応する正規分布関数の下限値Ｚνとを次のように定義する。

$$P\nu=\frac{1}{2}-\frac{\nu}{N+1}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z\nu} e^{-\frac{1}{2}t}\cdot dt-\frac{1}{2} \quad --(12)$$

この式で定義されたＺνと対応する強度Ｓνとの間には

$$S\nu=a+b\cdot Z\cdot\nu+\Delta S\nu,\ (\nu=1,2,---,n)\ ------(13)$$

が成立する。ただし、ａ，ｂ，はそれぞれ岩盤強度の平均値と標準偏差、ΔＳνはあてはめ誤差である。

この場合は、最小自乗法を用いて、（１３）式のパラメータａ，ｂ，を決定することができる。実際に計算を行なうと

$$\left.\begin{aligned} a&=\bar{S}-b\bar{Z}\\ b&=\frac{[Z\cdot S]-n\cdot\bar{Z}\cdot\bar{S}}{n\mu_2}\end{aligned}\right\}------(14)$$

ただし、$n\mu_2=[ZZ]-nZ^2=n[(Z-\bar{Z})^2]\ ------(15)$

が得られる。ここで［　］はν＝１からν＝ｎまでの和を表わす。また$\bar{S}$，$\bar{Z}$，はそれぞれＳおよびＺの平均値である。これからμ は試験片個数ｎとは無関係であるが試験片採取率ηの関数であることがわかる。

例として、大谷凝灰岩について得られた図２に示すようなコアから岩盤の一軸圧縮強度を推定することを試みよう。この場合、φ４０ｍｍのコアなので、長さ約８０ｍｍの試験片を作製した。総延長２６５０ｍｍの５本のコアからは、もしき裂がなければ３２個の試験片が採取できたはずであると判断された。しかし実際には、き裂の存在や試験片作製中の破損のために、１９個の試験片しか採取・作製されなかった。この１９個の試験片の強度試験の結果は表１に示すとおりである。これから（１４）式および（１５）式を用いて岩盤強度の平均値と標準偏差とを求めると、それぞれ８．３０ＭＰａと１．３８ＭＰａで、１９個の試験結果から単純に計算した平均値と標準偏差の値、９．１５ＭＰａおよび０．４８ＭＰａとはかなり異なっている。

表１　大谷凝灰岩のコアについて測定された一軸圧縮強度

	一軸圧縮強度（ＭＰａ）	生存確率 ν／（１９＋１）（従来）	ν／（３２＋１）（本報）
１	１０．６２	０．０５	０．０３
２	１０．３４	０．１０	０．０６
３	１０．０２	０．１５	０．１０
４	９．９８	０．２０	０．１２
５	９．６９	０．２５	０．１５
６	９．６１	０．３０	０．１８
７	９．４４	０．３５	０．２１
８	９．４４	０．４０	０．２４
９	９．４０	０．４５	０．２７
１０	９．１７	０．５０	０．３０
１１	９．１０	０．５５	０．３３
１２	８．９３	０．６０	０．３６
１３	８．８４	０．６５	０．３９
１４	８．７３	０．７０	０．４２
１５	８．６０	０．７５	０．４５
１６	８．６０	０．８０	０．４８
１７	８．４６	０．８５	０．５２
１８	８．００	０．９０	０．５５
１９	６．９１	０．９５	０．５８

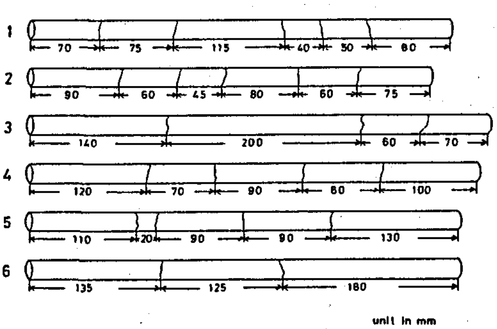

図２　大谷凝灰岩のボーリングコア

4．試験片採取率と推定精度

上記のような方法で岩盤強度の平均値と標準偏差とを推定したとき、その推定精度を表わす分散σa^2およびσb^2は次式で与えられる［7］。

$$\left.\begin{aligned} S^2=\sigma_a^2 &= \frac{\sigma^2}{n}\left(1+\frac{\bar{Z}^2}{\mu_2}\right) \\ \sigma_b^2 &= \frac{\sigma^2}{n}\cdot\frac{1}{\mu_2} \end{aligned}\right\} \quad \text{-----}(16)$$

ただし、$\sigma^2=\frac{1}{n-2}\{[(S-\bar{S})^2]-n\mu_2 b^2\}$ ----（17）

である。（17）式から、分散σ_a^2、σ_b^2はいずれも、試験片の数n、強度の測定値Sのばらつき、および試験片採取率ηの関数であることがわかる。特に$\bar{Z}$とμ_2とは試験片採取率だけの関数なので、（16）式で与えられる試験片採取率と岩盤強度の平均値の推定誤差σ_aとの関係をグラフにすると図3が得られる。これから、試験片採取率が低下すると推定誤差が急激に大きくなることがわかる。試験片採取率は図1を用いて、R．Q．D．の値から知ることができる。もちろん試験片の数が減少すれば、推定誤差は大きくなる。なお、ここでは、試験片の個数nと試験片採取率ηとは、必ずしも比例させる必要がないことに注意すべきであろう。すなわち、試験片を作製できるコアの部分をすべて試験片の作製に利用する必要はなく、その一部分だけから試験片を作製してもかまわない。ただし、その場合、試験片を採取できる長さを持つコアから、ランダムに試験片を採取・作製しなければならない。すなわちここで必要なのは、試験片を採取できるコアの部分の片寄りのない標本である。

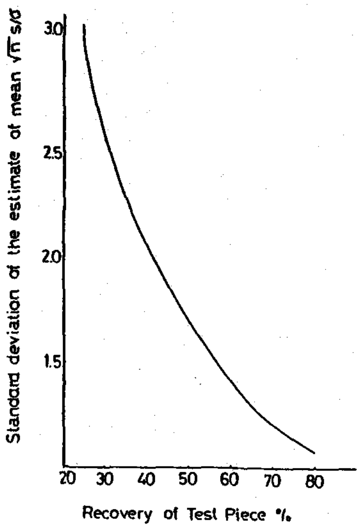

図3　試験片採取率と岩盤強度の平均値の推定誤差との関係

8．結論

き裂を含んだ岩盤の強度を原位置せん断試験によらずに推定することは、極めて重要であるにもかかわらず、極めて困難である。我国では原位置のP波速度のデータを用いて、コア強度を補正する方法が用いられているが［8］、この方法では、その推定速度についてほとんど何も言えない。

本報では、コアボーリングのデータであるR．Q．D．とコア試験の結果だけから、き裂を含んだ岩盤の強度を推定する方法を提案した。もちろん、この方法が適用できるのは、比較的軟弱な岩盤である。節理その他の大きな不連続面が発達して、その他の部分は、極めて強固な岩盤、すなわち不連続面に沿ったすべり破壊以外の破壊がほとんど考えられない岩盤についてはこの方法は適用できない。

参考文献

1）S．D．Priest&J．A．Hudson： Discontinuity spacings in rock，Int．J．Rock Mech．Min．Sci．，Vol．13，p．135－148（1976）
2）小島圭二、他2名：断層密度および規模の分布とその予測の試み、応用地質、22巻、p．88－103（1981）
3）JIS M0302 岩盤の圧縮強さ試験方法
4）宮沢光一：近代数理統計学通論、第7章、共立（1954）
5）E．J．Gumbel（河田龍夫、他2名訳）：極値統計学、§2・1、広川（1963）
6）西松裕一：コア採取率を考慮した岩盤強度の推定、日本鉱業会春季大会講演要旨集、p．287－288（1974）
7）W．E．Deming（森口繁一訳）：推計学によるデータのまとめ方、第10章、岩波（1950）
8）池田和彦：弾性波探査と土木地質、物理探鉱、20巻、p．22－34（1967）

(85) Estimation of the Strength of Rock Mass by Means of Boring Data——A Reliability Engineering Approach.

Yuichi Nishimatsu, and
Seisuke Okubo
Department of Mineral Development Engineering, The University of Tokyo

It has been indicated that the discontinuity spacing of rock mass obeys to an expotennial distribution. In this case, it is possible to calculate the mean of R.Q.D. from the mean of discontinuity spacing.

The test piece with the ratio of height to diameter of 2 is necessary for uniaxial compression test, for an example. There would be several cores from which any test piece can not be obtained, be cause their length is shorter than the lower limit of necessary height of test piece.

The recovery of test piece is calculated from the mean of discontinuity spacing and the necessary height of test piece on the basis of theory of mathematical statistics.

It is indicated that the test results of test pieces recovered represent the stronger part of rock mass, because they lack test pieces to be recovered from the weak part suffered by discontinuities. Therefore, the strength of the test piece recovered is deviated to the strong side.

On the assumption that the strength of test piece recovered belongs to the same population as the strength of the weak part which is suffered by discontinuities and not observed, a theoretical formula is presented to estimete the mean and variance of the population from the biased sample of strength, that is, the test results of intact part of boring cores by means of the formula on the estimation of probability of survival and the least square method.

As an example of application of this theory, the mean and standard deviation of the compressive strength of a porous tuff formation is estimated from the test result of boring core, considering the recovery of test piece, on the assumption that the strength of this rock formation obeys to a normal distribution.

Finally, the estimation error of mean strength of rock mass is evaluated and correlated to the recovery of test piece. It is indicated that the estimation error increases with decrease of the number as well as recovery of test pieces.