

(84) あいまい理論を用いた岩盤分類について

神戸大学工学部 正会員 ○ 清水則一

〃 〃 桜井春輔

1. はしがき

研究の基本姿勢は、対象とする問題に対し、解決の方法や方針、あるいは、評価の方法などがよくわからない場合、一般に、あいまいな点をはっきりさせ、明快かつ客観的な論理で解決の方法を確立することにある。しかし、あいまいな点をはっきりさせるにはあまりにも複雑な問題や、解決方法の研究・開発に非常に時間を要する問題などに対しても、工学上意味のある答えを出さなければならない場合も少なくない。このようなとき、一般に、技術者の経験や主観に基づいて“工学的判断”がなされる。たとえば、現位置における岩盤の性状の工学的評価は、数々の要因が組み合わさり、非常に複雑な問題であるため、すべてにわたり客観的に評価する方法は現在のところ確立されていない。したがって、これについては、技術者の経験や主観的判断に負うところの大きい岩盤分類によって対処し、実績を上げているのが実状である。このように考えると、経験や主観は、十分な実績に裏付けられたものであれば工学上有用であり、それらは従来、工学の中では排除される傾向にあったが、今後は積極的に利用すべきであると考えられる。

一方、人間の主観に係わるあいまいさを取り扱うための数理理論として“あいまい（ファジー）理論”がある。あいまい理論とは、ファジー集合、及び、これを基礎において考案されたファジー推論、ファジー関係、ファジー代数、ファジー積分などの総称である。

本報告は、あいまい理論についてその基礎となるファジー集合とその演算を簡単に紹介し、次に、あいまい理論を用いて構成した岩盤分類について述べる。

2. ファジー集合とその演算

(1) ファジー集合

ファジー集合は、人間の主観に係わるあいまいさを数学的に表現するために Zadeh¹⁾によって提案されたものであり、集合論の持つ論理的な厳密性と、あいまいさを扱える柔軟性を併せ持っている。

通常の集合論では、個々の要素がその集合に属するか属さないかは明確に規定される。すなわち、ある全体集合 U の要素 u ($u \in U$) が集合 H に属するかどうかは、次の特性関数 $\chi_H(u)$ によって規定される。

$$\chi_H(u) = 1 \quad (u \in H) \quad , \quad 0 \quad (u \notin H) \quad (1)$$

一方、ファジー集合論では、 $u \in U$ が集合 A に属する程度を $[0, 1]$ の値をとる帰属度関数 (membership function) $\mu_A(u)$ を用いて表す。

$$\mu_A(u) : U \rightarrow [0, 1] \quad (2)$$

ただし、 $\mu_A(u)$ は 1 に近ければ、 u が A に属する度合いが大きく、0 に近ければ、逆に小さいことを意味する。このような集合 A をファジー集合という。つまり、ファジー集合は、ある要素が属するかどうかの程度が $[0, 1]$ の値で規定された境界のぼやけたあいまいな集まりのことである。なお、帰属度関数の形は主観的に定めるものであるが、標準となる関数も与えられている。

ファジー集合 A は、要素 u が連続、あるいは、離散な場合について、それぞれ、次のように表現される。

$$A = \int_U \mu_A(u) | u \quad , \quad A = \sum \mu_A(u_i) | u_i \quad (3), (4)$$

ただし、帰属度関数が 0 の要素については、上式において記述を省略される場合が多い。

また、空集合 ϕ は、すべての u に対して、帰属度関数が 0 である集合として定義される。また、全体集合の帰属度関数はすべての u に対して 1 である。

(2) ファジー集合算

ファジー集合においても普通の集合演算と同様な演算が定義される。演算は、帰属度関数を用いて定義される(図-1参照)。

1. 和集合 $A \cup B$: $\mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) \vee \mu_B(u)$

2. 積集合 $A \cap B$: $\mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(u)$

3. 補集合 $\bar{A} = U \setminus A$: $\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u)$

ただし、A及びBはUにおけるファジー集合である。記号 $\vee$ は、 $\vee$ の左右に書かれた値の大きい方を、 $\wedge$ は小さい方を取ることを意味する(いわゆる、Max.及びMin.である)。また、同等性は、次のように定義される。

4. 同等性 $A = B$: $\mu_A(u) = \mu_B(u)$

以上の定義から、ファジー集合においても、通常の集合論における同様の規則、すなわち、交換、結合、分配、及び、べき等律が成立するが、相補律、すなわち、 $A \cap \bar{A} = \phi$, $A \cup \bar{A} = U$ はいつでも成り立つとは限らない。

なお、ファジー集合の包含関係は次のように導入される。

5. 包含関係 $A \subseteq B$: $\mu_A(u) \leq \mu_B(u)$

【例】 “硬い岩石”というファジー集合(Aと書く)を表現しよう。まず、“硬い”という概念の尺度として一軸圧縮強度を考える。一軸圧縮強度が200MPa以上の岩石に対しては、ほとんどの人が硬いと判断すると思われるので、Aへの帰属度を1.0とする。逆に、5MPa以下の岩石は、硬いと判断されることはないと考えられるので、Aへの帰属度は0となろう。そして、その中間の値に対して、帰属度は[0,1]の値が与えられる。このようにしてファジー集合Aを定義する。たとえば、一軸圧縮強度が $U = \{1, 20, 60, 300(\text{MPa})\}$ の岩石の集まりに対して、 “硬い岩石” は次のようなファジー集合として表現できる。

$$A = 0.0 | 1 + 0.3 | 20 + 0.6 | 60 + 1.0 | 300(\text{MPa})$$

同様にして、“軟らかい岩石”はファジー集合Bとして、次のように表現できる。

$$B = 1.0 | 1 + 0.5 | 20 + 0.1 | 60 + 0.0 | 300(\text{MPa})$$

このように定めたファジー集合A及びBに対して、 $A \cup B$, $A \cap B$ 及び $\bar{A}$ はそれぞれ、上記の演算に従って、次のように求められる(例えば、“硬くない”は“軟らかい”という概念とは異なること($\bar{A} \neq B$)が示されている)。

$$A \cup B = 1.0 | 1 + 0.5 | 20 + 0.6 | 60 + 1.0 | 300(\text{MPa}), \quad A \cap B = 0.0 | 1 + 0.3 | 20 + 0.1 | 60 + 0.0 | 300(\text{MPa})$$

$$\bar{A} = 1.0 | 1 + 0.7 | 20 + 0.4 | 60 + 0.0 | 300(\text{MPa})$$

3. ファジー理論を用いた岩盤分類²⁾の概要

岩盤分類には技術者の主観性が多分に含まれることは否めない。したがって、岩盤分類を構成する際に重要なことは、主観的要素が岩盤分類の中でどの部分に、さらに、どの様な形で導入されているかを明らかにしておくことである。以下では、主観的要素の導入部分を明確にするため、岩盤分類を(1)分類要因の判定区分の設定、(2)分類要因の重要度の設定、及び、(3)総合評価の三段階に分け、ファジー理論を用いて構成する。

(1) 分類要因の判定区分の設定

現行の岩盤分類においては、主に表-1に示すような分類要因が用いられる。これらの要因の判定区分は定性的あるいは定量的に表現される。しかし、定性的区分はもちろんのこと定量的区分においても、区分の境界は明確でなくその設定根拠はあいまいである。したがって、

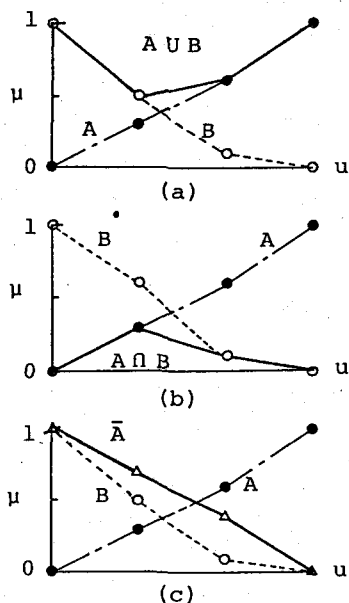


図-1 ファジー集合の演算；

(a)和集合, (b)積集合, (c)補集合

定性的表現	定量的表現
岩石の種類	弾性波速度
ハンマー打撃	一軸圧縮強度
割れ目状態	割れ目間隔
風化の程度	R Q D
湧水の程度	湧水量

これらは、最終的に岩盤分類の作成者の主観に依存することになる。

ここでは、分類要因の判定区分の境界はあいまいであることを認めて、これをファジー集合を用いて表現する。まず、岩盤をいくつかの等級に区分する。この等級は全体集合を設定するために便宜的に定めるものであって、最終的に設定する分類(評価)区分とは異なる。ここでは、簡単のために等級を区間 $[1, 5]$ を N 等分した小数で表すことにして、これを $C_N = \{ 1.0, 1.0+h, 1.0+2h, \dots, 1.0+(N-2)h, 5.0 \}$ ($N \geq 2$) のように表現する。ただし、 $h=4/(N-1)$ である。このように C_N を設定すると、全体集合 C_N は“岩盤全体”という名の通常の集合となり、対象とする岩盤は必ず C_N に属することになる。

C_N に対して、分類要因の判定区分をファジー集合として定義する。まず、分類要因を記号 X_i ($i=1, 2, \dots, M$; M は分類要因の数) と表す。各分類要因について、5 段階の評価区分を設定し、これらをファジー集合 X_{ik} ($k=I, II, III, IV, V$) と書く。ただし、ファジー集合 X_{ik} の帰属度関数を $\mu_{X_{ik}}(c_N)$ ($c_N \in C_N$) と表す。また、判定区分を表す添字 k は、岩盤の性質に良い影響を与えると考えられる順に I, II, III, IV, V と付ける。

【例】 分類要因 X_i を“割れ目間隔”として、この判定区分をファジー集合として表現すると次のようになる。判定区分の言語変数(目安として数値も併記)を、“非常に広い(約200cm以上)”, “広い(約60-200cm)”, “中程度(約20-60cm)”, “狭い(約6-20cm)”, “非常に狭い(約6cm以下)”で表す。 $N=9$ の場合、これらの判定区分は次のようにファジー集合として定義できる(図-2 参照)。

$$X_{iI} = \text{“I. 非常に広い”} = 0.5 | 4.5+1.0 | 5.0$$

$$X_{iII} = \text{“II. 広い”} = 0.5 | 3.5+1.0 | 4.0+0.5 | 4.5$$

$$X_{iIII} = \text{“III. 中程度”} = 0.5 | 2.5+1.0 | 3.0+0.5 | 3.5$$

$$X_{iIV} = \text{“IV. 狭い”} = 0.5 | 1.5+1.0 | 2.0+0.5 | 2.5$$

$$X_{iV} = \text{“V. 非常に狭い”} = 1.0 | 1.0+0.5 | 1.5$$

ファジー集合によれば、境界のあいまいな判定区分が定量的に表現される。帰属度関数は岩盤分類作成者の主観によって定められるものであり、この関数によって分類要因の判定区分に対する作成者の考えが客観的に示される。

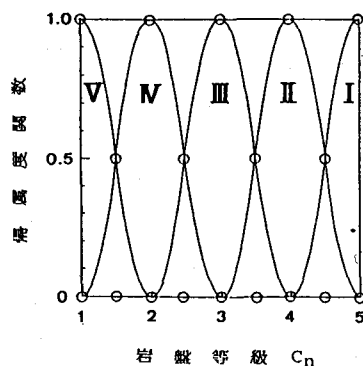


図-2 帰属度関数

(2) 分類要因の重要度の設定

岩盤分類の結果に及ぼす影響の度合は各分類要因の判定区分ごとに異なると考えられる。さらに、影響度は同じでも、分類要因の判定結果の信頼度が異なる場合も考えられる。ここでは、これらの影響度、及び、信頼度を総合して分類要因の重要度と呼び、分類要因の判定区分毎に重要度係数として $[0, 1]$ の値を与える。重要度係数は専門的な知識や経験、また、現位置岩盤の状況に応じて定めればよい。なお、分類要因 X_i の判定区分 k に対する重要度係数を w_{ik} と表しておく。

(3) 総合評価

岩盤の総合評価は、岩盤の評価区分の帰属度関数を被積分関数とするファジー積分によって行う。ファジー積分³⁾は、あいまいな問題の主観の評価に利用される。まず、岩盤の評価区分を“非常に良い”や“悪い”といった言語変数によって表現して、それぞれの評価区分を C_N におけるファジー集合 Z_j ($j=1, 2, \dots, J$; J は評価区分の数) として定める。これらの帰属度関数 $\mu_{Z_j}(c_N)$ をファジー積分の被積分関数とするため、 $\mu_{Z_j}(c_1^{(j)}) \geq \mu_{Z_j}(c_2^{(j)}) \geq \dots \geq \mu_{Z_j}(c_N^{(j)})$ となるように c_N の順番を並びかえ、 $C_N^{(j)} = \{c_1^{(j)}, c_2^{(j)}, \dots, c_N^{(j)}\}$ を定めておく必要がある。

評価尺度として、 λ -ファジー測度³⁾ $g_\lambda(F_i)$ を用いる。 $g_\lambda(F_i)$ を求めるために、ファジー密度と呼ばれる g^i を次式のように定める。

$$g^i = \alpha^{(j)} \mu_R(c_1^{(j)}) \quad (5)$$

ただし、 $\alpha^{(i)}$ は g^i を規格化する定数であり、 $1 = (1/\lambda) [\sum_{i=1}^n (1 + \lambda g^i) - 1]$ を満足するように定める。ここに、 λ は評価の主観性を表すパラメータである。また、 μ_R は、評価しようとしている岩盤をファジー集合“対象岩盤”として表現した場合の帰属度関数である。たとえば、各分類要因について、それぞれ、5段階の判定区分を設定し、判定区分の帰属度関数を各分類要因に対して共通とすれば、次のような演算式によって $\mu_R(C_n)$ を定めることができる。

$$\mu_R(C_n) = \bigvee_{k \in I} (W_k/W) \mu_{Xik}(C_n) \quad [W_k = \sum_{i=1}^n W_{iki} \delta(k, k_i), W = \bigvee_{k \in I} W_k] \quad (6)$$

ただし、 $\delta(k, k_i)$ は $k=k_i$ のとき1、 $k \neq k_i$ のとき0とする。なお、 k_i は分類要因 X_i の判定結果の区分番号I、II、III、IV、Vのいずれかである。もちろん、 $\mu_R(C_n)$ を定める演算式は上式が唯一のものではなく、分類作成者の感覚、及び、経験になじむように主観的に定めればよい。

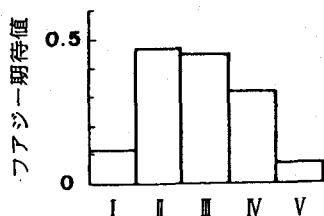
岩盤の総合評価を行うファジー積分は、 $j=1, 2, \dots, J$ に対して、次のように定義する。

$$FI(j) = \int \mu_{zj} \circ g_\lambda = \bigvee_{n=1}^N [\mu_{zj}(C_n^{(j)}) \wedge g_\lambda(F_n)] \quad (7)$$

ただし、 $F_i = \{C_1^{(j)}, C_2^{(j)}, \dots, C_i^{(j)}\}$ である。

ファジー積分 $FI(j)$ は、分類要因の判定結果から定めるファジー測度を主観的な評価尺度として求めた対象岩盤が各評価区分 j に属するファジー的な期待度(その値をファジー期待値と呼ぶ)を表すものと考えられる。最終的な岩盤分類の結果は、各岩盤の評価区分に対するファジー期待値の分布として求められる。図-3は、RMRシステム⁴⁾を参考にし

て作成した本岩盤分類の適用結果の一例¹⁾である。対象の岩盤は“II. 良い”、及び、“III. 普通”に属する期待度がほぼ同程度であると評価される。しかし、岩盤が他の評価区分に属する可能性が全くないだけでなく、その程度がファジー期待値によって表されている。なお、この岩盤はRMR=54で、Fair(普通)と評価されている。



岩盤の評価区分：I. 非常に良い，
II. 良い，III. 普通，IV. 悪い，
V. 非常に悪い

図-3 ファジー岩盤分類の結果 ($\lambda=0$)

本岩盤分類をファジー岩盤分類(Rock Mass Classification by Fuzzy Theory; RMCF)と呼ぶことにする。

4. むすび

技術者の経験や主観は、複雑な現実の問題の解決に、実務上役に立つことが多い。もちろん、このような解決方法は個人差があり、絶対性、また、客観性のあるものではない。しかし、工学上有用な主観は、問題を解決するための一つの重要な情報であり、これをもっと積極的に利用すべきであると考えられる。

本報告では、人間の主観を取り扱うことのできる数理論である“あいまい理論”について、ファジー集合とその基本的な演算を簡単に紹介し、それをを用いた岩盤分類の一つの構成方法を示した。本岩盤分類は、技術者の経験や主観に基づく判断を、いくつかのパラメータによって表現しているため、実際に適用しながら、個々の現場になじむように岩盤分類を修正できる特徴がある。

参考文献

- 1) Zadeh, L.A. : Fuzzy Sets, Information and Control, Vol.8, pp.338-353, 1965
- 2) 清水則一・桜井春輔：ファジー理論を用いた岩盤分類の構成方法に関する研究，土木学会論文集（投稿中）
- 3) 菅野道夫：Fuzzy測度とFuzzy積分，計測自動制御学会論文集，第8巻，第2号，pp.218-226, 1972
- 4) Bieniawski, Z.T. : Geomechanics Classification of Rock Masses and Its Application in Tunneling, Proc.3rd Int. Cong. on Rock Mechanics, Vol. II-A, pp.27-32, 1974

(84) Rock Mass Classification by Fuzzy Theory

Norikazu Shimizu and Shunsuke Sakurai

Kobe University

Summary

The first part of this paper summarizes fundamental subjects of fuzzy sets and their operations. The later part presents a method of constituting a rock mass classification, which is capable of representing an engineer's subjectivity on engineering judgement and thought process by using the fuzzy theory. The method is composed of three parts; (1) description of judging classification parameters by fuzzy sets, (2) grading of importance of each parameter, (3) total evaluation of judgement of all parameters by fuzzy integral. The classification provides a distribution of "fuzzy expected values" covering all the rock mass classes.