(38) フラクタル幾何学の岩盤工学への適用についての基礎的検討

京都大学工学部　大西 有三
京都大学大学院　鐘本 広之

1. はじめに

雲の表面形状、樹木の枝、動物の血管の分岐、地形（海岸線・山・川）など自然界に存在するいろいろな形というものは、ユークリッド幾何とくらべた場合には非常に不規則な形であり、また断片的なものである。これは自然界に規則性がないのではなく、これらを見る人間の好みに照らした場合不規則と映るのであって、実際上なんの支障もないのである。地盤工学の分野では、土質層状地盤の秩序正しさと比較して岩盤不連続面の不規則性が特徴的であり、創造主の気まぐれに技術者は頭を悩ましてきた。

我々はこれらのランダム形状に関する現象を合理的に取り扱う手段を現在まで知らなかったわけだが、自然界に存在する不規則性に何らかの意味を与えることのできるフラクタル幾何学[1]というものを用いることにより、研究を一歩前進させる可能性が芽生えてきた。

そこで本論文ではフラクタルとは何かということを実例を示しながら紹介し、岩盤工学への適用の可能性について岩盤の割れ目分布や割れ目表面のラフネスを対象に考察した結果を説明する。

2. フラクタルとは

フラクタルという言葉はマンデルブロ[1]の造語であり、「半端な」という意味を持つ。実際の空間の次元は一次元、二次元…というように整数次元であって、そこからはみ出した「半端な」次元をフラクタル次元という。沢田[2]はフラクタルを次のように定義している。

『広い意味ではランダムな形、狭い意味では何らかの自己相似性をもつ形を意味し、最も狭くは、そのハウスドルフ次元がトポロジカルな次元より大きい集合』

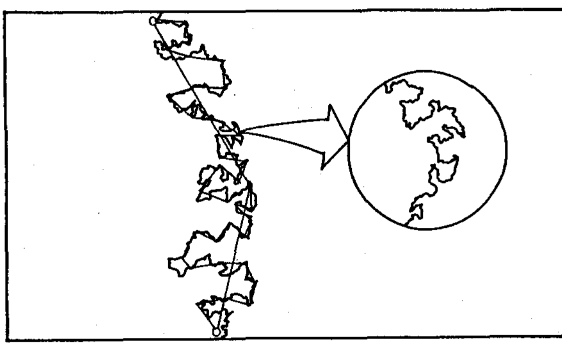


図-1　海岸線の形状と長さ

簡単には自己相似性をもつ現象のことであるが、ここでたとえば三陸海岸のような海岸線を例にとって考えてみよう。（図-1）

20万分の1の地形図でみると小さな湾や岬が細かく描かれている。あまり複雑なので一部分を拡大して5万分の1の地形図を見ると、確かに拡大はされているが、20万分の1では表現不可能な細かい出入りまで描かれていて複雑さの程度はさほど変わらない。このように部分が全体とよく似ていることを自己相似性という。

そこで海岸線を評価することを考えると、その長さを指標に用いるとすれば測定の精度をあげていくにつれて長さは次第に増大していくから、これを指標として用いるわけにはいかない。

この複雑さを評価する指標としてフラクタル次元を用いることが考えられた。

3. フラクタル次元[2]

上記の不規則性や断片性を正しく理解するためには、次元を座標の数として定義したのでは不十分である。そこで次のように次元の拡張を考える。

まず一次元の線分を考える。線分を特徴づける指標は長さであることを我々はよく知っているが、これは次のように規定されて

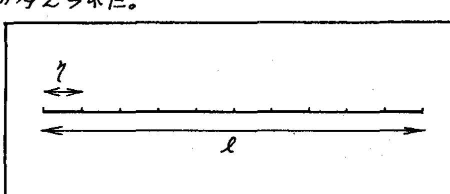


図-2　長さの規定

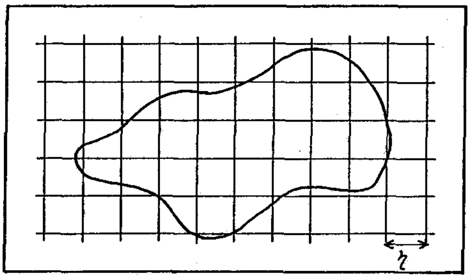
いる。（図－２）

線分を長さηの小線分でおおった場合の小線分の個数$N(\eta)$とηの積、$N(\eta)\cdot\eta$が、$\eta\to 0$の極限でηによらない有限の極限値ℓをもつからこれを意味ある指標として用いる。

$$\lim_{\eta\to 0} N(\eta)\cdot\eta = \ell \qquad (\ell：長さ) \qquad (1)$$

また二次元図形の場合、これをおおいつくすのに必要な正方格子の個数$N(\eta)$とその積$N(\eta)\cdot\eta^2$が、$\eta\to 0$の極限でηによらない有限の極限値Sをもつから、同様にこれを二次元の指標として用いるのである。（図－３）

$$\lim_{\eta\to 0} N(\eta)\cdot\eta^2 = S \qquad (S：面積) \qquad (2)$$



図－３　面積の規定

これらの指標は、与えられた図形に固有の次元Dに関して一意的に決まるものであって、$D\neq D'$なるD'については意味ある量としては確定できない。すなわち極限値が0または無限大となってしまうのである。

いま問題にしているフラクタル図形が意味ある指標をもつときの次元Dはどんなものであろうか？完全に自己相似性を保つ理想的な海岸線を考えると、この一次元指標は

$$M1 = \lim_{\eta\to 0} N(\eta)\cdot\eta = \infty \qquad (3)$$

二次元指標は

$$M2 = \lim_{\eta\to 0} N(\eta)\cdot\eta^2 = 0 \qquad (4)$$

となって、いずれも意味ある指標ということはできない。したがってこの図形は一次元でも二次元でもないことになり、整数次元にとらわれないで次元を非整数まで拡張して考えるのが自然である。このような非整数にまで拡張された次元のことを、ハウスドルフ（フラクタル）次元とよぶ。

$$M = \lim_{\eta\to 0} N(\eta)\cdot\eta^D \qquad (D：非整数) \qquad (5)$$

しかし自然界において自己相似性を保ち得るのはある範囲のスケールにおいてのみであるから、本物の海岸線を眺める場合においてもそのスケールに上限・下限を設定するのが合理的なことである。

Richardson によれば、自然の海岸線においてはフラクタル次元は約1.2と測定されている。

4. 従来の研究

自然界には様々にフラクタルとみなせる現象が存在する。先にあげた海岸線の凹凸、河川の分岐や樹木の枝の分岐、ブラウン運動、そして水理学で取り扱う乱流の渦群等のフラクタル次元も測定されている。

乱流の渦群の場合、いろいろな測定の結果このフラクタル次元は$D=2.5\sim 2.6$となるといわれている。

また岩盤力学の分野では、節理ネットワークの評価の手段としての可能性を考えたもの（Marsily, 1985[3]）、実際に露頭にあらわれた節理の交線ネットワークのフラクタル次元を測定したもの（Barton, 1985[4]）等がある。後者においてはフラクタル次元Dを次のように考えている。

得られた節理マップ（節理ネットワーク）上に正方格子をおき、節理と交差した格子の数をかぞえ、次式で定義している。

$$D = -\frac{d \log_2 N(\eta)}{d\eta} \qquad (6)$$

η：正方格子の一辺の長さ
$N(\eta)$：節理と交差する格子の数

しかしこの定義は、先にあげた次元の定義に照らしてみた場合少々矛盾があるように思われる。そこで我々が考える定義にしたがって、人為的に作成された節理ネットワークのフラクタル次元を測定した結果を紹介する。

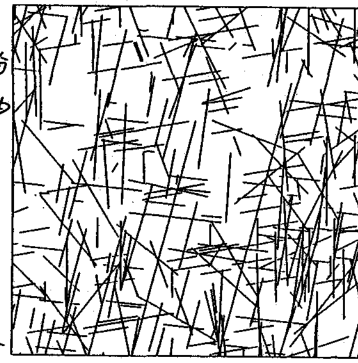
5. 節理ネットワークのフラクタル評価

図−4は人為的に作成された節理ネットワーク[5]であり、このような節理分布をもつ岩盤のフラクタル次元を測定するが、この場合のフラクタル次元Dは式(6)を変形して次のようにあらわす。

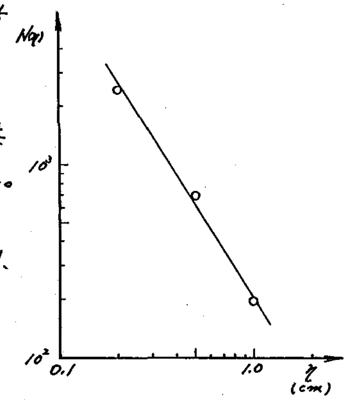
$$D = -\frac{d \log N(r)}{d r} \qquad (7)$$

(r：正方格子の一辺の長さ
$N(r)$：節理と交差する格子の数

測定された(r, $N(r)$)を両対数紙にプロットすると、これらは図−5のように直線をなす。結局この直線の傾きの逆符号がフラクタル次元Dとなるわけである。図−4に示した節理ネットワークのフラクタル次元は、D≒1.625となった。



図−4 節理ネットワーク



図−5 log r − log N(r) 関係

6. ラフネスのフラクタル評価

不連続面の壁面の粗さは、そのせん断強度を支配する潜在的に重要な要素である。この壁面の粗さを定量的に評価しようとするものにJRC値がある。観測された不連続面の形状からJRC値を決定する方法はBarton[6]らによってISRM指針としてまとめられており、粗さの程度により10段階に分かれ、JRCの値として0〜20が割当てられている。(図−6)

しかしこのJRC値を適当に決めることは極めて主観的なものであり、より合理的な手法の開発が望まれている。

JRC値の他に壁面の粗さを客観的に評価する方法としては、コンパスとディスク・クリノメータによる方法[7]、また写真測量法[8]があるが、ここでは国際的によく用いられているJRC値と対応させて壁面の粗さのフラクタル次元を求めてみた。すなわち壁面の粗さも、大きな波のなかに小さな波の存在する自己相似性をもつものと考えられるからである。

この場合もフラクタル次元Dは式(7)で定義される。

二次元平面にあらわれる不連続面の交断線の壁面の凹凸のフラクタル次元を測定するのに、便宜的に次のような方法を用いる。

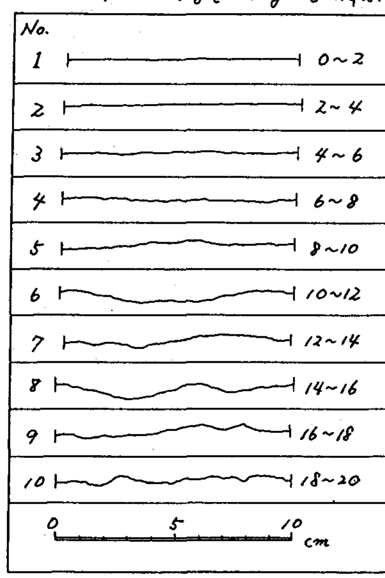
(方法)

① 交断線(トレースライン)に適当な区間(たとえば10cm)を設定。

② 設定した区間の一端を中心として半径 r の円を描き、その円と交断線との交点を求める。

③ 求めた交点を新たなる円の中心として次々と交点を求めていき、もう一方の端点に到達するまで要したくりかえし回数 $N(r)$ を求める。

④ 半径 r の値を変化させ、同様の操作を想定したスケールの範囲でくりかえす。(図−7)

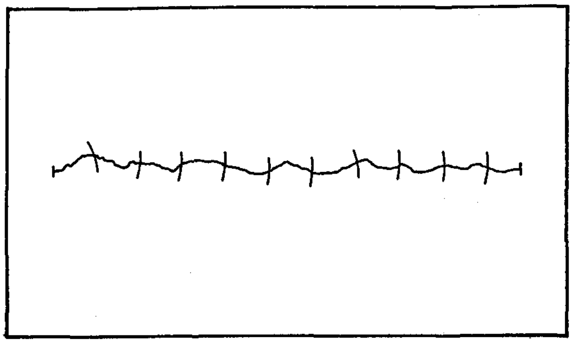


図−6 粗さ形状とJRC値

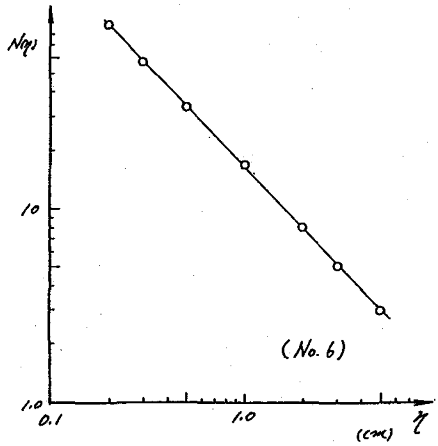
得られた(r, $N(r)$)を両対数紙にプロットし、得られた直線の傾きの逆符号を計算する。(図−8)

JRC値がそれぞれ0〜2, 8〜10, 18〜20 の3ケースに対応させてフラクタル次元を求めると、1.00, 1.03, 1.07 となり、有意な差があらわれることがわかる。このことは、フラクタル次元が不連続面の粗さを

評価する指標になり得ることを示している。



図－7　フラクタル次元の測定法



図－8　log η － log N(η) 関係

7. おわりに

本論文ではフラクタルの概念とその例について簡単に紹介するとともに、フラクタル図形の複雑さの評価指標であるフラクタル次元を用いて節理ネットワークまた不連続面の粗さの程度を評価したものである。

フラクタルは自己相似性をもつ現象の、複雑さ・あいまいさを理解する上で色々な分野で高く評価されている。我々がたずさわっている岩盤工学の分野においてもいまだ複雑で手におえない現象が種々あるが、これらに対するフラクタルの適用の可能性は非常に大きなものであり、今後この適用に関する研究が期待される。

参考文献

1. B.B. Mandelbrot : Fractals, Form. Chance, and Dimension : (W.H. Freeman and Co., San Francisco, 1977), 広中平祐 監訳：「フラクタル幾何学」, 日経サイエンス社, 1985
2. 沢田 康次 ： 「特集・フラクタル」, 数理科学. Vol. 19. No. 11 (1981)
3. de Marsily, G. : Flow and Transport in Fractured Rocks, Int'l Symp. on Hydrogeology of Rocks of Low Permeability, Tucson, Arizona, 1985
4. Barton, C.C. & Larsen, E. : Fractal geometry of two-dimensional fracture networks at Yucca Mountain, southwestern Nevada, Int'l Symp. on Fundamentals of Rock Joints, Björkliden, 1985
5. 大西・鍵本・菊地 ： 不連続性岩盤の節理分布性状の幾何学モデル作成に関する研究, 第20回土質工学研究発表会論文集, 1985
6. Barton, N. & Choubey, V. : The shear strength of rock joints in theory and practice. Rock Mech. (Springer-Verlag) 10, 1 54 (1977)
7. Fecker E. & Rengers N : Measurement of large scale roughness of rock planes by means of profilograph and geological compass. Rock Fracture, Proc. of Int. Symp. Rock Mech. Nancy, Paper I. 18 (1971)
8. Barton N.A : Relationship between joint roughness and joint shear strength, Proc. Int. Symp. Rock Mech. Nancy, Rock Fracture, Paper I. 8 (1971)

(38) FUNDAMENTAL STUDY OF FRACTAL GEOMETRY APPLIED TO ROCK ENGINEERING

Yuzo Ohnishi and Hiroyuki Kagimoto
(School of Civil Eng., Kyoto Univ.)

When one looks at the distribution of fractures in nature, it very often appears that several classes of objects are imbedded (self-similar) in the same system. This also shows up in the terminology used to describe these objects at different scales: faults, fractures, fissures, joints, cracks, microcracks, etc.

Mandelbrot has created the term "fractal geometry" to quantitatively describe such self-similar complex structures. What it means here is the following : if, at a given scale of observation, one can define a set of major fractures, separated by blocks containing an other set of minor fractures, then at a smaller scale of observation the minor fractures can play the role of the major ones with a new set of minor ones and vice-versa at a larger scale.

Fractal analyses for a fracture map (fracture network) and a surface roughness of a joint have been tried. For two dimensional case, grids of various-sized square elements were placed over the map, and the number of grid elements intersected by fracture traces was counted. The log of the relative size of the grid elements is plotted versus the log of the number of grid elments intersected by fracture for each element size. The fractal dimension D is the absolute value of the slope of a straight line fitted to the points. The fractal dimension D for the fracture network has been determined. Similarly the surface roughness can quantitatively be characterized by the fractal dimension as shown in the example problem.