

(37) 一般化クラック・テンソルによる亀裂性岩盤の非線形弾性解析

埼玉大学工学部

山田 正, 小田 匡寛

大成建設土木設計部

亀村 勝美

1. はじめに

亀裂を多数含む岩盤の力学的・水理学的な特性を合理的に評価しうる手法を得ることは、エネルギー施設の地下立地に伴う諸問題の解決に必要不可欠であると考えられる。すでに様々な実験規模の原位置試験により種々の検討を開始している例¹⁾をみると、ジョイント調査の問題もさることながら亀裂を含む材料の力学挙動が非線形な応力依存性を有することが大きな問題となっている。これは岩盤に含まれる亀裂が、作用する応力とその方向に従い閉塞あるいは開口することによって起きている。しかもそれらの亀裂は一般に多様な方向性を持つ事が現象を複雑にしている。亀裂の存在に由来する上述の非線形性は、岩盤と水との連成問題を考える上で是非とも解明しておかねばならない課題である。本報告では、小田の提唱しているクラック・テンソルの概念^{2)~6)}を適用した有限要素法による解析コードを用いて、亀裂を含む岩盤に特有の非線形な応力依存性を表現し得ることを示す。

2. 一般化クラック・テンソルによる定式化

亀裂などの幾何学的な空間分布を記述する目的で提案されたクラック・テンソルの概念²⁾は、亀裂を含む材料の力学的な特性を表現する上でも有効な指標であることが明らかにされつつある。³⁾特に亀裂を含む材料を、それと等価な異方弾性体と評価するのみならず、等価な異方透水性の多孔質体としても評価でき、後者の場合にはモーメントの次数を上げたクラック・テンソル(透水テンソル)を用いる必要のあることが判明している。^{4)~6)}ここで

$$\bar{F}^{(n)} = \frac{\pi \rho}{4} \int_0^{r_m} \int_{\Omega} r^2 \otimes \otimes \dots \otimes \otimes E(n, r) dr d\Omega \quad \dots (1)$$

$$\bar{K} = \frac{1}{r} (k_0 + c \bar{\sigma}_{ij} N_{ij}) = \frac{1}{r} K(\sigma, N) \quad \dots (2)$$

$$\bar{q} = \frac{q_0}{r} \bar{\sigma}_{ij} N_{ij} = \frac{1}{r} q(\sigma, N) \quad \dots (3)$$

$$N_{ij} = \int_{\Omega} n_i n_j E(n) d\Omega \quad \dots (4) \quad c = r/t \quad \dots (5)$$

$$\bar{\epsilon}_{ij} = T_{ijkl} \bar{\sigma}_{kl} = (M_{ijkl} + C_{ijkl}) \bar{\sigma}_{kl} \quad \dots (6)$$

$$M_{ijkl} = \frac{(1+\nu)}{E} \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \delta_{kl} \quad \dots (7)$$

$$C_{ijkl} = \left\{ \frac{1}{K(\sigma, N)} - \frac{1}{q(\sigma, N)} \right\} F_{ijkl}^{(3)} \quad \dots (8)$$

$$+ \frac{1}{4q(\sigma, N)} (\delta_{ik} F_{jhl}^{(3)} + \delta_{jl} F_{ikh}^{(3)} + \delta_{il} F_{jkh}^{(3)} + \delta_{kl} F_{ijh}^{(3)})$$

$$C_{ijkl} = C_{jilk} = C_{ijlk} = C_{klij} \quad \dots (9)$$

$$\alpha = \alpha_0 \left\{ 1 - \frac{z}{k_0/(cr) + z} \right\} \quad \dots (10)$$

は高次のモーメントを有するクラック・テンソルを含めて一般化クラック・テンソルと呼び、(1)式で表わす。本報告の議論で用いるクラック・テンソルは(1)式で $n=3$ とした場合である。なお、(1)式において、 r ; クラックを円板で近似した時の直径、 r_m ; r の最大値、 $\otimes$; クラックの単位法線ベクトル、 ρ ; 単位体積当りのクラック数、 $E(n, r)$; n と r の分布を表わす確率密度関数、 Ω ; 全立体角、 $\otimes$; テンソル積、を表わしている。

小田は、岩盤に含まれるクラックを2枚の円板と、それらを連結する垂直バネ、セン断バネにより構成される物理モデルで置換え、それらの応力依存性を考慮して一般化クラック・テンソルを用いた定式化を行なった。^{4), 5)}その関係式を、まとめて再記すれば式(2)~(9)となる。(2), (3)式は、バネで置換されたクラックの垂直剛性とセン断剛性を表わしている。それらの剛性は、考えている領域全体で空間に対して(4)式で表わされるテンソル N_{ij} により平均化されている。また、(2), (3)式中

の $\bar{\sigma}_j$ は平均化したた力、 C は(5)式で表わされるクラックのアスペクト比であり、 a はクラックの厚さを意味する。ただし、このアスペクト比は問題とするクラック全てに対する平均値であり、個々のクラックのアスペクト比を直接表現するものではない。また、 K_0 , G_0 は実験的に定めるべき定数であり、その決定方法については、アスペクト比と共に次節で考察する。

亀裂を含む岩盤と等価な非線形弾性体の弾性コンプライアンスに関する検討により小田は(4)~(9)式を提案した。すなわち(6)式を用いて岩盤全体の变形が、岩石実質部分と亀裂部分の両者による变形の和で表わされるとした。(6)式の M_{ijkl} は岩石実質部分を等方弾性体とした時の弾性コンプライアンスであり、ヤング率 E , ポアソン比 ν を用いて(7)式で表わされる。また、岩盤内で考えた割線に沿ってクラックによる相対変位の総和を求め、それと等価な歪テンソルを求める事によりクラックの存在による弾性コンプライアンス C_{ijkl} を(8)式で与えた。ただし、 C_{ijkl} は(9)式の対称性を満足している。(8)式は、応力に依存したバネ定数 $K(\sigma, N)$, $G(\sigma, N)$ を含んでいるが、特に、 $K(\sigma, N) = G(\sigma, N) = 3\pi E/8$ と置いた時には、クラックの形状を penny-shape に仮定した事に相当し、その構成関係を用いた有限要素解析例⁽⁷⁾もある。

3. 入力パラメータの決定

前節に示した非線形弾性体の弾性コンプライアンスに含まれる定数を、実岩盤に対し合理的かつ精度上バランスのとれた形で簡単に決定する事ができれば、その解析方法は実用的であると考えられるが、本節ではその可能性について検討する。まず亀裂の空間分布から計算される $F_{ijkl}^{(3)}$, $F_{ij}^{(3)}$, N_{ij} については(1)式あるいは(4)式の ρ , $E(\sigma, r)$, $E(\sigma)$ を決定する必要があるが、直接、 $E^{(3)}$ や N を求める事も可能であり、そのためには露頭で観察されるクラックのトレース長さの分布などを用いる事もできる。次にクラックをバネに置換した時のパラメータについて考える。

図1は、Snow ラグに花崗岩を好みに節理の開口幅を測定した結果である⁽⁸⁾。縦軸は地表からの深さ z (m) を表わしており、図中の破線は、深さ方向の透水係数の変化に対する考察により、小田の求めた(10)式に、 $t_0 = 200$ (micron), $K_0/C = 20$ を代入した結果である⁽⁶⁾。(10)式による破線は、実岩盤における詳細な実測結果の傾向を、よく表わしており特に $z \geq 40$ (m) の範囲ではほとんど一致している。なお、同一のパラメータを用いて深さ方向の透水係数の変化を同様の精度で表現できる事⁽⁶⁾も付加しておく。ここで用いたパラメータ K_0/C の持つ物理的意味は明瞭であるが、図1のデータを得るための測定は常に実施できるとは言難い。一方、

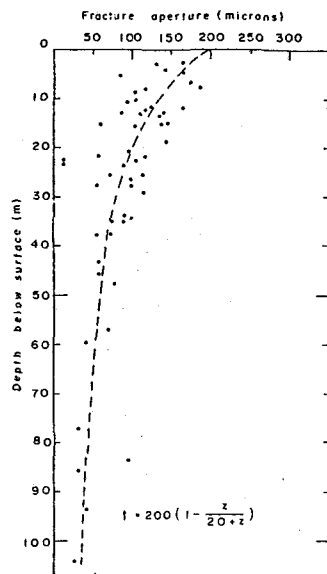


図1 深さ方向に対する節理の開口幅 a の変化⁽⁸⁾と(10)式による a の変化⁽⁶⁾

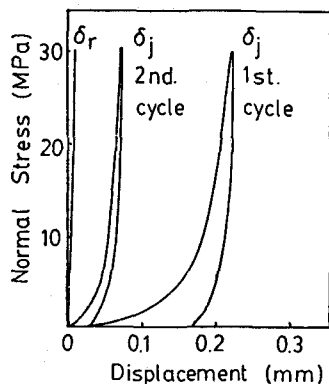


図2 亀裂を含む供試体の軸剛性に関する実験結果⁽¹⁾ (r : rock, j : joint)

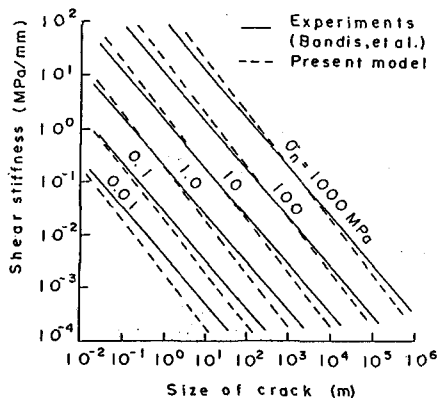


図3 実験によるせん断剛性 G ⁽¹⁾とクラック長さの関係⁽⁶⁾および(3)式による G の近似

不連続面に対する垂直剛性を求める努力は多くの研究者によって行われており、例えば図2のように亀裂を含む供試体を対象とした実験データが得られている⁹⁾。これは、(2)式でいえば、 r, g, N が既知の実験を行なっている事に対応する。従って原理的には K を2回計算する事により k_0, c の値を決定でき図1の関係を求めるより、はるかに簡便である。ただし得られた値が、対象とする岩盤にとって代表的であるかどうかの検討が必要である。特に地表付近のように、応力レベルが低く風化や応力履歴の影響を受けやすい場合のパラメータ決定には注意を要する。例えば、図1のデータに関して地表面($z=0$)における観測値として $z=900$ (micron) との報告もあり⁸⁾、 K に決定的な影響を与える事がわかる。

続いて(3)式におけるセン断バネの決定方法について検討する。Bandis らが行なった450 にも及ぶセン断剛性に関するデータ¹⁰⁾を解析した結果⁶⁾によれば、セン断剛性 $\bar{G}$ とクラック長さとは、図3で示される関係にある。图中、実線がBandis らの実験値、点線が(3)式において無次元数 G_0 を200にした場合であり、不連続面に対する垂直応力 σ_n の広範な値に好して良好な近似を与えている。 G_0 に関する他の情報が得られない場合には、このデータを直接用いる事も可能である。ただし、 G_0 についても k_0, c と同程度の精度で決定される事が望ましい。したがって、バネに関する力学定数のいずれかが1つが未定の場合には亀裂を含む岩盤の原位置試験結果を入力値とする逆解析的な手法によりパラメータを決定する必要もあると考えられる。

入力パラメータの最後として岩石実質部分のヤング率 E 、ポアソン比 ν がある。(1)式に示した通り、実質部分に等方弾性弾性体を仮定する限り必要な物性値は E, ν のみであるが、 $E^{(1)}$ や N さらに k_0, c, G_0 などの入力パラメータの精度と比較して考えた時、実質部分を異方弾性体として取扱わなければならない場合は稀であろう。

4. 解析結果

亀裂を多数含む岩盤を、それと等価な非線形弾性体として評価する(1)~(3)式を用いた有限要素解析を行なった。解析では各増分に対し、境界条件に応じて例えば、要素の応力を判定基準にとり収束過程における相対誤差が許容値以下になるまで計算を続行し、その増分における解とした。この有限要素解析プログラム(NEAC; Non-linear Elastic Analysis by Crack tensor theory)の特性を調べるために、図4(a)~(d)に示すクラック・パターン(二次元)を有する供試体の上端に強制変位を与える一軸圧縮試験を行なった。図4の F_0 は0階のクラック・テンソル、 $\xi^{(F)}$ は異方性の程度を表わすパラメータ¹¹⁾である。 $\xi^{(F)}=0$ の等方的な亀裂を含む供試体に

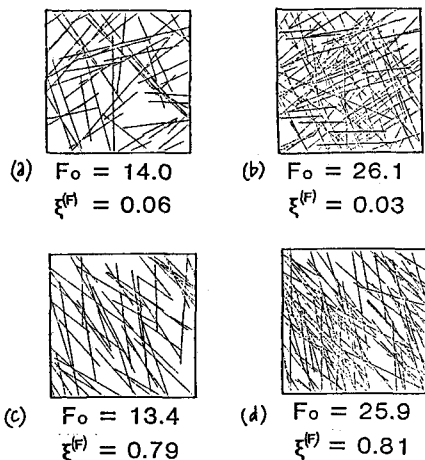


図4 二次元岩盤モデルのクラック・パターン例

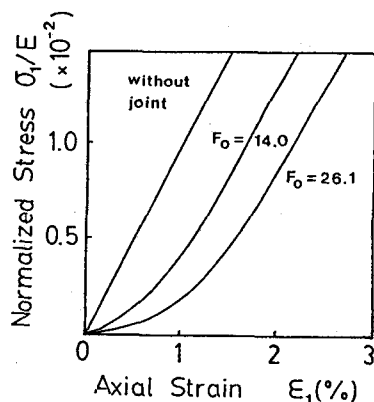


図5 等方的な亀裂(図4(a),(b))を含む材料に対する一軸圧縮試験の解析結果

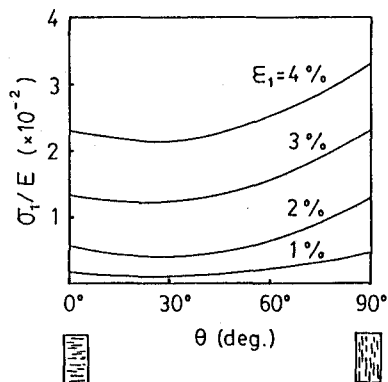


図6 異方的な亀裂(図4(d))を含む材料に対する一軸圧縮試験における異方性の影響と、等価線による表現

おけるたカー歪曲線を図9に示す。図の縦軸は、供試体上端の反力から計算される応力をヤング率で無次元化した値であり横軸は縦歪である。クラックを含まない場合、等方弾性体の解は without joint の直線となる。クラックを有する場合には下に凸の曲線となり右の値が大きい(クラックの密度が高い)ほど初期に変形量の大きな部分が存在する。また、応力レベルが増大するにつれ、たカー歪曲線は直線的となり等方弾性体の傾きに近づくことが特徴といえる。異方的なクラックを有する供試体の一軸圧縮試験では、クラック・テンソルの主軸方向と主応力方向のなす角度がたカー歪曲線に影響を与える。図4(d)に示すクラック・パターンに対して一軸圧縮試験を行なった時の解析結果を図6に示す。図6の横軸は、 $\bar{\epsilon}_1^{(2)}$ の最大主軸方向と鉛直方向のなす角度 θ であり、縦軸は図4と同様の無次元化した応力である。図中には縦歪 ϵ_1 をパラメータとした曲線群を示してある。 $\epsilon_1 = \text{const.}$ の時、 $\theta = 90^\circ$ の場合が常に最も応力レベルが高く実質部分の連続性が、それE交えている事が判る。なお解析に用いた $\bar{\epsilon}_1^{(2)}$, N 以外のパラメータは、図4, 6とも共通であり、 $E = 5 \times 10^3 \text{ MPa}$, $\nu = 0.25$, $G_0 = 200$, $K_0/E = 0.02$, $C = 250$ とした。Eを除く全てのパラメータは無次元である。また、(E, ν)以外のパラメータは数多くのデータを検討した結果⁶⁾のうち最も変形性の大きな場合に相当する値である。最後に、Prattらが実施した原位置大型二軸載荷試験結果¹²⁾を用いて解析手法の妥当性について検討する。Prattらの用いた供試体は、3本の鉛直節理を含む $2.8 \text{ m} \times 2.8 \text{ m} \times 2.6 \text{ m}$ の花崗岩であり図7に模式図と座標系を示す。このブロックに各種のセンサーを取り付け8枚のフラット・ジャッキによる載荷を行なっているが、本報告では、 $\sigma_2/\sigma_1 = 2$ とした二軸比例載荷試験結果をシュミレートした。3節に示した方法により決定した入カパラメータは、 $E = 1.9 \times 10^4 \text{ MPa}$, $\nu = 0.098$, $G_0 = 200$, $K_0/E = 0.8$, $C = 5000$ であり、この時の計算値を図8の点線を示す。図中の実線が、実験値であり両者は良好な一致を示していると考えられる。

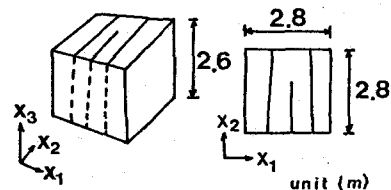


図7 Pratt¹²⁾の実験供試体

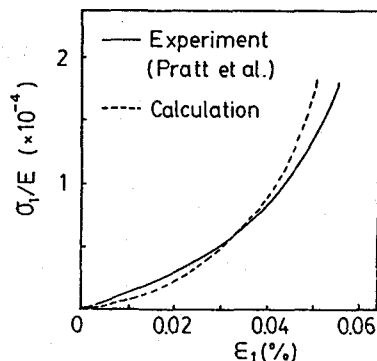


図8 二軸載荷試験と計算値の比較

5. あとがき

亀裂を含む岩盤に特有の非線形な応力依存性を表現できる一般化クラック・テンソルによる構成式を用いた有限要素解析を行なった。解析の対象は、一軸及び二軸圧縮試験であり実験値の傾向を、よく表現できる事を確認した。また、解析に用いるパラメータが従来実施されている原位置試験によって求め得る事を示した。

参考文献

- 1) 1984, NEA Information Sympo. on In-situ Experiments in Granite (Stripa Symposium), 1985.
- 2) Oda, M. (1984) "Similarity Rule of Crack Geometry in Statistically Homogeneous Rock Masses", Mechanics of Materials, vol. 3, pp. 119-129
- 3) Oda, M., Suzuki, K. & T. Maeshima (1984) "Elastic Compliance for Rock-like Materials with Random Cracks", Soils & Foundations, vol. 24, No. 3, pp. 21-40
- 4) 小田匡寛 (1985) "一般化されたクラック・テンソルの応用" 第17回岩盤工学シンポジウム, pp. 21-25
- 5) Oda, M. (1985) "Permeability Tensor for Discontinuous Rock Masses", Geotechnique, vol. 35, No. 4
- 6) Oda, M. (1985) "A theory for coupled stress and fluid flow analysis in jointed rock masses" Int. Sympo. on Physical Basis and Modelling
- 7) お近 正 (1985) クラック・テンソルによる亀裂性岩盤の有限要素解析, 第17回岩盤工学シンポジウム, pp. 16-20
- 8) Bianchi, L. & Snow, D.T. (1968) "Permeability of Crystalline Rock Interpreted from Measured Orientation and Apertures of Fractures", Annals of Arid Zone vol. 6, No. 2, p. 231
- 9) Raven, K.G. & Gale, J.E. (1983) "Water Flow in a Natural Rock Fracture as a Function of Stress and Sample Size" Int. J. R.M.S. & Geomech. Abstr. vol. 22 No. 4 pp. 351-261
- 10) Bandis, S.C., Lumsden, A.C. & Barton, N.R. (1983) "Fundamentals of Rock Joint Deformation" Int. J. R.M.S. & Geomech. Abstr. vol. 20 No. 6 p. 249
- 11) 小田, 羽田山, 高野 (1986) "連続性岩盤の物理・地質的性質評価と有限要素法を用いた供試体法による二軸圧縮試験" 第18回岩盤工学シンポジウム
- 12) Pratt, H.R. et al. (1977) Int. J. R.M.S. & Geomech. Abstr. vol. 14 pp. 35-45

(37) NON-LINEAR ELASTIC ANALYSIS OF JOINTED ROCK MASSES

BY GENERALIZED CRACK TENSOR THEORY

Saitama University: Tadashi Yamabe, Masanobu Oda
Taisei Corporation: Katsumi Kamemura

Abstract

Stress-strain curves of jointed rock masses are markedly non-linear due to the non-linear behaviour of cracks especially at low stress level. The experimental study at Stripa Mine has shown that the non-linearity becomes very important in the analysis of the coupled stress and fluid flow phenomenon which is one of the major topics in the mechanics of jointed rock masses. Oda(1985), for example, has proposed an elastic equation, in which such a non-linear effect on the elasticity and also on the permeability is explicitly considered on the basis of the recent experimental studies. Using the elastic equation by Oda, a finite element code named NEAC (Non-linear Elastic Analysis by Crack tensor theory) has been developed to provide a more realistic method taking into account the non-linearity in the coupled stress and fluid flow analysis. The main results obtained here are as follows;

(1) Input parameters for NEAC can be determined by analyzing the data taken from the conventional tests on jointed rock masses. This means that NEAC is ready to be used for the practical purposes.

(2) NEAC yields a reasonable prediction for stress-strain curves of biaxial compression tests on a jointed granite by Pratt et al.(1971). Further study is necessary to see if NEAC provides a reasonable prediction of hydro-mechanical behaviour of rock masses as a whole.