

(36) 弹性波速度とクラックテンソル

埼玉大学工学部 小田匡寛 山辺正 每熊輝記 ○原夏生
大成建設(株) 龜村勝美

1 はじめに

岩盤の弾性波速度を岩盤物性の評価に利用しようとする試みは、小野寺¹⁾の研究に始まり、その後、Deere²⁾らによって受け継がれ、今日に至っている。今、 $v(F)$ を地質不連続面(クラックと総称する)を含む岩盤の弾性波速度、また $v(L)$ を岩盤を構成する岩石のそれとする。Deere は $(v(F)/v(L))^2$ と R Q D(Rock Quality Designation)との注目すべき関連性に言及し、 $(v(F)/v(L))^2$ が R Q Dと同等に岩盤の分類・評価に利用できるかも知れないと述べている。

一方、最近の研究によると、クラックの幾何学的特徴は、次式で定義されるクラックテンソル F を用いると、比較的簡単に表現できる。³⁾

$$\tilde{F} = \frac{\pi \rho}{4} \int_0^{r_m} r^3 \tilde{n} \otimes \tilde{n} \otimes \cdots \tilde{n} E(n, r) d\Omega dr \quad (1)$$

ここで ρ : 単位体積あたりのクラック数、
 r : クラックの寸法 (r_m = 最大寸法) 、
 n_i : クラックの主面への単位法線ベクトル η_i の
 x_i に対する方向余弦、
 $E(\eta_i, r)$: 確率密度関数、
 Ω : 立体角。

(1) で定義される E は、無次元であり、また縮約することによって任意の偶数階数のテンソルを定義できる。零階のスカラー f_0 は、間隙率と等価であり、二階の対称テンソル f_{ij} は、応力テンソルと同様、三本の直交する主軸と主値で特徴づけられる。

この研究は、(1) で定義されるクラックの幾何学的特徴と、弾性波の速度構造との関連性を明らかにする目的で、石膏モデルと原位置岩盤に対する弾性波速度試験の結果を分析・検討したものである。(ここでは、"弾性波の縦波速度の方向依存性"を、"速度構造"と呼ぶが速度の空間分布と混同しないこと。) 最近の小田らの研究によると、クラックテンソル E は、不連続性岩盤の水理・力学的性質を評価する上で極めて重要な役割を担うとされている。しかし、実岩盤の E を推定するためには、クラックの詳細な観察記録を必要とし、全ての岩盤でそれを実行するのは非現実的であり、観察記録に代わる一般的手法が開発されれば、その利用価値は大きい。弾性波探査による方法は、この目的にかなうものであり、また岩盤調査法の一つとして普及している点で有利である。

2 石膏モデルによる超音波速度試験

直径 200 mm の円柱状供試体を石膏を用いて作る。石膏には、地質不連続面を模擬したクラック(グリースを

塗った紙)が、所定の位置に挿入されている。角を削り落すことによって、円柱は十六面体に仕上げられ、合計8方向の緩波速度が普通の超音波速度測定器を用いて直径方向に測定された。合計9種類の供試体を作り実験したが、例として、三つの供試体(《1》, 《2》, 《3》)のクラックパターンがFig1~3の(a)に示されている。また、それぞれの供試体の二階のクラックテンソル $F_{ij}^{(1)}$, $F_{ij}^{(2)}$, $F_{ij}^{(3)}$ は、テンソルの主軸 x_1 , x_2 を基準座標として、それぞれ次のように計算される。

$$\tilde{F}_{ij}^{(2)} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.21 & 0 \\ 0 & 0.18 \end{pmatrix} \quad (2)$$

図に示すクラックパターンから容易に知れるように、供試体《1》は、クラックの方向性の観点から、等方的であるのに対し、供試体《3》は、異方性の強いものである。Fig.1～3の(b)には、弾性波速度の方向依存性が示されている。ただし、実測された速度 v は、クラックを含まない石膏自体の波速度 v_0 で無次元化し、さらにその二乗を取って示されている。(二乗を取る理由については、文献4)を参照のこと。) クラックの配列が等方的であると、方向による変化の少ない速度構造をしていて、弾性波速度の観点からも等方的であるとみなせる(Fig.1(b))。一方、クラックの配列に異方性が著しいと、対応する速度構造もひょうたん型の方向依存性を示す(Fig.3(b))。速度構造の主軸が、速度の極大・極小の方向にあるとみなせば、それはクラックテンソル F_{ij} の主軸 x_1, x_2 とよく一致している。速度構造とクラックテンソルの主軸に関するこの共軸性は実岩盤の速度構造を不連続面の評価に利用する上で、大変都合のよいものである。

3. クラックテンソルと速度構造テンソル

二階のクラックテンソル F_{ij} の幾何学的性質を具体的に表現するために、その主値 F_1 , F_2 , F_3 , を軸とする空間（主応力空間との類推から主構造空間と呼ぶ）を導入する（Fig.4）。テンソル F_{ij} は、主構造空間において、テンソルの主値を成分とするベクトルとして表される。ベクトルの等方軸 ($F_1 = F_2 = F_3$) への成分 Δ は、 F_{ij} の第一不変量 F_0 を用いて、

と書ける。一方、等方軸から陽たりの距離 F は、 F_{ij} の偏差テンソル F_{ij}' を用いて次式で表せる。

$$\Gamma = \left(F_{ij}^{\prime\prime} F_{ij}^{\prime\prime} \right)^{1/2} \quad (4)$$

ただし F_{ij}^{\prime} は F_{ij} の偏差テンソル F_{ij}' の第二不変量の 2 倍に相当している。与えられたクラックパターンの異方性の尺度として、次式で定義される $\lambda^{(F)}$ を用いる。

$$\xi^{(F)} = \frac{\Gamma}{\Delta} \quad (5)$$

すなわち、 $\arctan \xi^{(F)}$ は、ベクトル \overline{OP} と等方軸との成す角度に等しい。今後、クラックテンソル F_{ij} の幾何学的特徴は、 F_{ij} の成分そのものに代って、 F_0 、 $\xi^{(F)}$ の組によって近似的に表すこととする。

次に速度構造についても同様な指標を準備する。 v の方向依存性（速度構造）の数学的表現は、種々考えられる。単位ベクトル \vec{v} の方向に張られた測線に沿う速度比の二乗(v/v_0)²は、テンソル V_{ij} （速度構造テンソルと呼ぶ）を用いて、

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = \nabla_{ij} m_i m_j \quad (6)$$

で近似することにする。そこで、速度構造の異方性の尺度 $\xi^{(V)}$ は、(5)との類推から、次式で定義される。

$$\left\{ \frac{\sqrt[3]{3}(\nabla_{i,f}' \nabla_{i,f}')^{\frac{1}{2}}}{V_0} \right\} = \frac{\sqrt{2}(\nabla_{i,f}' \nabla_{i,f}')^{\frac{1}{2}}}{V_0} \quad (7)$$

(三次元) (二次元)

ただし、 V_0 は、 V_{ij} の第一不変量であり、 F_{ij} の F_0 に対応している。また $V_{ij'}$ は、 V_{ij} の偏差テンソルとする。

実測によって $(v/v_0)^{\frac{1}{2}}$ の方向 ψ による変化が調べられたとする。実測データから V_{ij} を決定するには、

$$\nabla_{ij} = \frac{4}{n} \left\{ \sum_{k=1}^n \left(\frac{U^{(k)}}{U_0} \right)^2 m_i^{(k)} m_j^{(k)} - \frac{1}{4} \delta_{ij} \sum_{k=1}^n \left(\frac{U^{(k)}}{U_0} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

を用いる。ただし、 $\frac{m}{n}$ は、(k)番目の測線（全部でnの測線）に取られた単位ベクトルであり、 $(\sqrt{m})v_n$ は、その方向で実測された弾性波速度 $v^{(k)}$ から計算するものとする。

Fig.5,6には、石膏モデルに対する実験から得られた
 $\xi_0 \sim \xi^{(T)}$ 、 $F_0 \sim V_0$ の関係をそれぞれ示している。 F_0 が
 $0.82 \sim 1.70$ の比較的狭い範囲にあるためか、 $\xi_0 \sim \xi^{(T)}$ 関
係は、ほぼ線形的であって、クラックの幾何学性の異方
性が増すと、速度構造の異方性も著しくなるようある
(Fig.6)。またクラックの密度 F_0 が増すと、 V_0 の
低下する傾向を Fig.6 から読み取ることができる。以上の
結果は、

$$\nabla = f_2(F_o, \xi^{(F)}) \quad (9)$$

の関係が成立することを示唆している。もちろん、(9)の具体的な形は、今後の実験的研究を待たなければならぬが、弾性波の速度構造をクラックの評価に利用する立場からすれば、重要な関係式と云える。

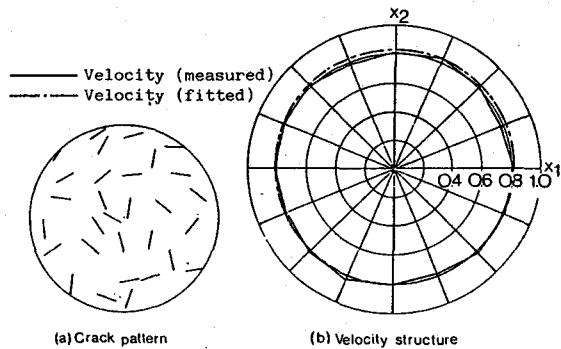


Fig. 1

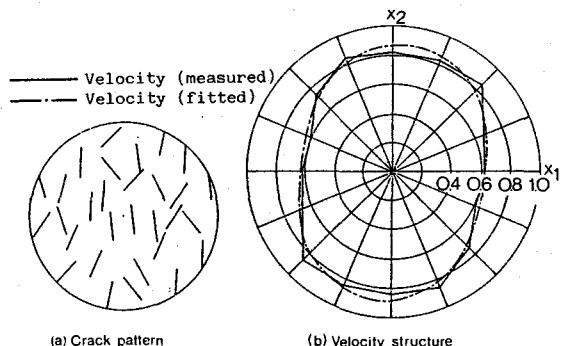


Fig. 2

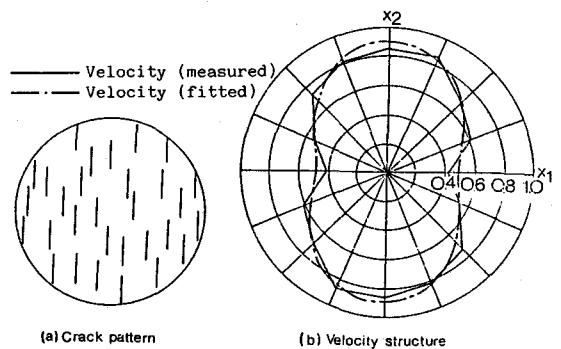


Fig. 3

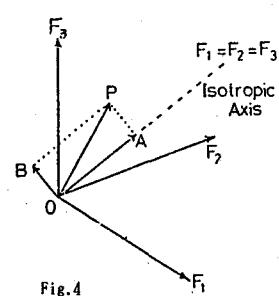


Fig.4

縦波速度 v の方向による変化を実測した。我々の研究の少ない経験からも、弾性波速度の質の高いデータを得るには、微地形（凸凹）、地下水位の位置、初期応力、岩石の局部風化、震源のエネルギー等の多種多様な影響因子に対する慎重な配慮が不可欠であると云える。しかし、今回の測定では残念ながら、上記の因子の全てに対して、十分な配慮がなされているとは云えず、従って、得られた結果は定性的傾向を示すに止まっている。しかしながら、内在するクラックが弾性波速度に及ぼす効果は決定的であって、先に述べた石膏モデルの結果をある程度裏付けるものであった。

Fig.7(a)～9(a)に示す露頭のスケッチは、一辺 1 m の正方形木枠を直接露頭にあて、それを座標代りに用いて、地質不連続面（節理）を詳細にトレースして得られた。トレースされた節理は、ほぼ鉛直であり、従ってスケッチの面（水平面）に直交しているとみなせる。トレースされた節理以外にも、水平面と平行するシーティング節理が普遍的にあり、いわゆる三次元的な構造をしている。取り扱いを簡単にするために、水平面内の二次元的な構造に単純化して考えることとし、水平なシーティング節理はここでは考慮しないものとする。

節理の水平面上でのスケッチを二次元断面とみなせば二階のクラックテンソル F_{ijj} は容易に計算される。露頭(1), (2), (3)に対応したテンソル $F_{ij}^{(1)}$, $F_{ij}^{(2)}$, $F_{ij}^{(3)}$ は、

$$\begin{aligned} F_{ij}^{(1)} &= \begin{bmatrix} 6.33 & -0.38 \\ -0.38 & 4.00 \end{bmatrix} & F_{ij}^{(2)} &= \begin{bmatrix} 6.19 & -1.25 \\ -1.25 & 1.47 \end{bmatrix} \\ F_{ij}^{(3)} &= \begin{bmatrix} 12.2 & -3.0 \\ -3.0 & 5.76 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

と書ける。ただし、上式のテンソルの成分は規準座標軸として、東に x_1 を、北に x_2 を選んだ場合である。またテンソルの主軸は、スケッチに \bar{x}_1 (最大), \bar{x}_2 (最小) として示されている。露頭(1)は、スケッチからも知られるように、等方的とみなせる例であり、一方露頭(2)は、南北方向のトレースのみから成っていて、

$F_{ij}^{(2)} = 0.70$ の著しい異方性を示す。また、露頭によって、 F_{ij} の値は、7.7～18.0の広い範囲を取る事に注意したい。

弾性波の縦波速度 v は、1～3回の測定結果を走時曲線として描き、その最小二乗から得られる直線の勾配として計算された。このようにして得られた v は、極座標上に直接プロットして Fig.7(b)～9(b)としてプロットされている（二乗されていないことに注意）。

等方的な露頭(1)の弾性波速度は、方向による変化も小さく、等方的な速度構造を持っている。一方露頭(2)の結果は極めて対称的であって、異方性の強い速度構造を持っている。しかし、露頭(3)の結果の評価は単純ではなく、 F_{ij} と V_{ij} の主軸の方向に有為ない違いが認められている。この結果の原因を論ずる資料はない。一つの可能性として、露頭(3)の表面が、二つに比べて、極めて凸凹に富んでいた事實を指摘しておきたい。

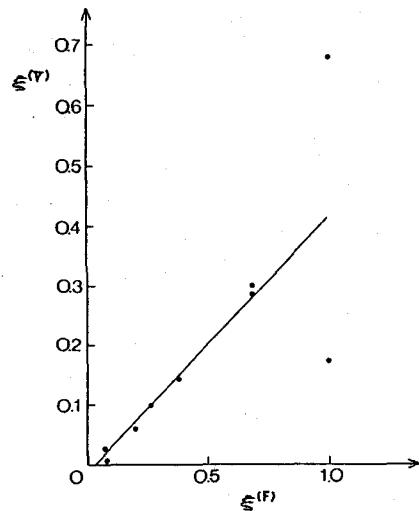


Fig.5 クラックの異方性と速度構造の異方性の関係

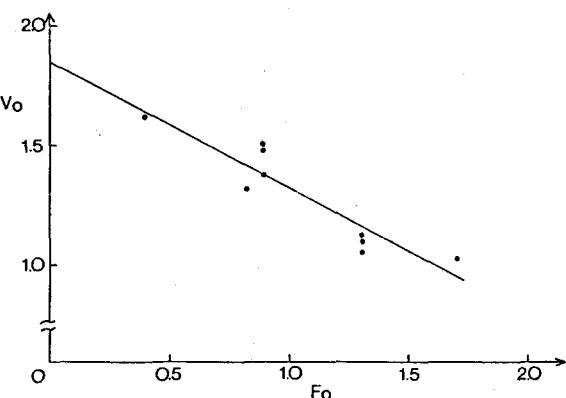


Fig.6 クラックテンソル (F_0) と速度構造テンソル (V_0) の関係

5 終りに

この実験的研究から、弾性波速度（S波を含めた）の方向依存性は、節理性岩盤のクラック調査法として有力であることが確認されたと云える。しかし、具体的な応用にあたっては、さらに細かな検討すべき事項も多く、今後、現場計測のデータを増やしていく考えである。

参考文献

- 1) Onodera, T. (1963): Dynamic investigation of foundation rocks in situ, Proc. 5th Symp. on Rock Mech., Minnesota, 517-533
- 2) Deere, D.U. (1968): Geological consideration, Rock Mechanics in Engineering Practice (dedicated by Stagg and Zienkiewicz), Chapter I, 1~20.
- 3) Oda, M. (1984): Similarity rule of crack geometry in statistically homogeneous rock masses,
- 4) Oda, M. and Maesibu, T. (1984): Characterization of jointed rock masses by fabric tensor, Proc. 5th Int. Conf. on Numerical Method in Geomechanics, Nagoya, Vol. 1, 481-488

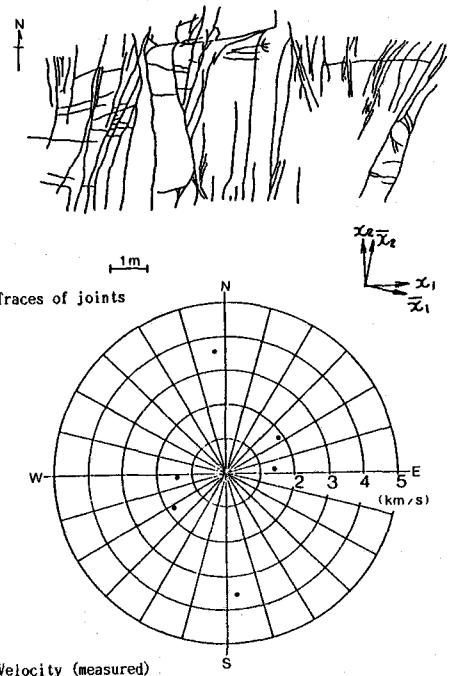


Fig.8

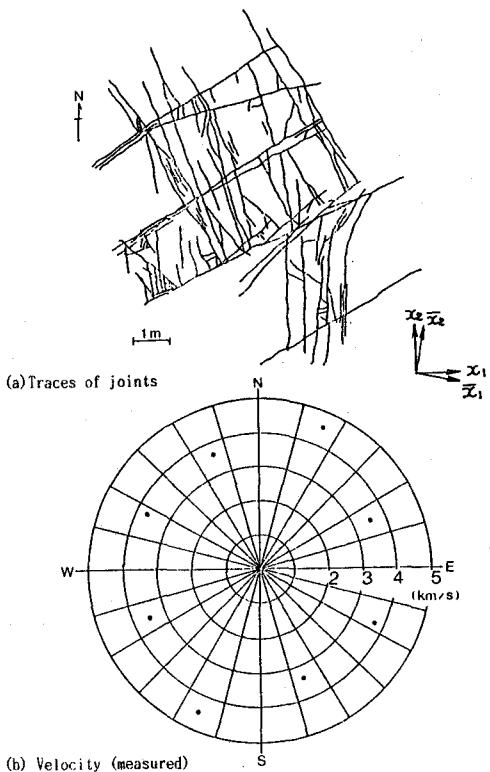


Fig.7

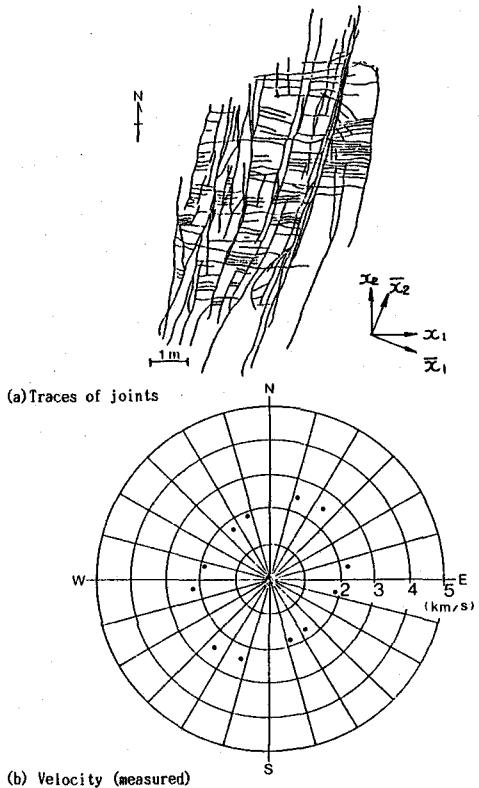


Fig.9

(36) ELASTIC WAVE VELOCITY AND CRACK TENSOR

Saitama University: M. Oda, T. Yamabe, T. Maiguma, N. Hara
Taisei Corporation: K. Kamemura

Abstract

Elastic wave velocity tests are performed on gypsum plaster samples having two-dimensional cracks and also on in-situ rock masses (jointed granite), with the following conclusions:

- 1) Longitudinal wave velocity changes markedly with scanning directions. It depends seriously on the crack tensor F which has been introduced to represent the crack geometry by Oda (1982): The maximum velocity tends to accord with the minor principal axis of the crack tensor. Anisotropy due to the directional change of wave velocity is related to an index measure showing anisotropy of the crack tensor. Mean wave velocity is also related to the first invariant of the crack tensor.
- 2) The directional change of wave velocity can be concisely expressed by introducing a second rank tensor V . Since there is a functional relation between V and F , the field measurement of wave velocity, which is a common practice in the conventional field survey, can be used to estimate the corresponding crack tensors of in-situ rock masses.