

(30) 地震時すべりを考慮した斜面の安定解析

北海道大学 正 員 能町経雄
 苫小牧高等 正 員 ○澤田知之
 室蘭工業大学 正 員 松岡健一
 室蘭工業大学 正 員 岸 徳光

1. まえがき

地震多発地帯では、地震による土塊の滑動や斜面のすべり崩壊による災害が屢々発生している。そのためこれに対する安定度評価に関する解析の確立は工学上、重要な問題といえることができる。従来の地震時における斜面の安定性の評価は、水平方向慣性力を考慮し、安全係数を求めて行なわれ、これが1.0より大きい範囲で安全として設計されている¹⁾。従来から提案されているこの解析法は、震度法をもとにしたものである²⁾。この方法は、作用地震波の最大加速度を地震力とする静力学的解析法で、斜面の安定を評価するもので、従って安全係数が1.0を下廻った瞬間に崩壊すべり面が突然発生し、その状態が続くために、変位を考える場合、生ずる変位は無限大となり変位の値を特定できない。実際には、地震の加速度は方向も大きさも正負に激しく変化するものであり、地震の作用時間内に斜面は何度か前述の安全係数の1.0を下廻る。また1回の地震動パルスで斜面は完全な崩壊を終了するのではなく、その1回ごとに生ずる幾らかのすべり変位の累積がある大きさに達して崩壊するということをニューマークは論じている³⁾。

本論文は、地震の水平方向慣性力により斜面が動き始める最小の加速度を重力加速度で割ったものを限界地震加速度係数 K_c と定義し⁶⁾、斜面において地震の加速度が斜面のこの K_c を越える時生ずる移動変位をニューマーク法により、その検討を行なうものである。解析条件として斜面の崩壊土塊はクーロンの流れ則に従う完全塑性体として取り扱う、また崩壊土塊の形状は不変と仮定する。こうすることにより極限解析における上界法により、限界加速度係数 K_c を非線形最適化問題として取り扱うことができる。尚、崩壊形式は対数螺旋すべり面を仮定している⁴⁾。

2. 斜面の限界加速度係数： K_c

図-1に示す様な斜面の局部崩壊モデルにおいて、土の自重と慣性力及び載荷重とその慣性力が回転中心 O の廻りに行なう仕事率の総和とすべり面に沿って生ずる粘着抵抗である内部消散エネルギーが等しいと置くことにより、地震加速度係数 K はつぎの(1)式に示す様に θ_0 、 θ_h の2媒介変数の関数解として表わされる。これより

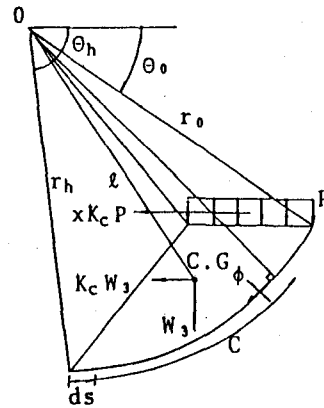


図-1 Equilibrium of Force on Resting Block

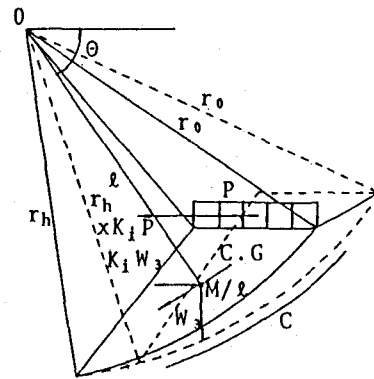


図-2 Forces on Sliding Block

加速度係数は(2)式の様にして求め得る。

$$K = F(\theta_0, \theta_h) = \frac{C \cdot f_c - r_0 (f_1 - f_2 - f_3) - P \cdot f_p}{r_0 (f_4 - f_5 - f_6) + \alpha P \cdot f_g} \quad (1)$$

ここで、

r : 土の単位体積重量 (t/m^3)

C : 粘着応力 (t/m^2)

P : 上載荷重 (t/m^2)

α : 載荷重と地盤との質量比

また、 $f_1 \sim f_3$, $f_4 \sim f_6$ 及び f_p , f_g は各々土の自重による仕事率と慣性力による仕事率, 上載荷重とその慣性力による仕事率を成す項であり, f_c はすべり面 BC に沿って生ずる内部散逸エネルギーを表わす項でいずれも θ_0 , θ_h の関数で以下の様に示される。

$$f_1 = \frac{1}{3(1+9\tan^2\phi)} \{ (3\tan\phi \cos\theta_h + \sin\theta_h) \text{Exp}[3(\theta_h - \theta_0)\tan\phi] - 3\tan\phi \cos\theta_0 - \sin\theta_0 \}$$

$$f_2 = \frac{1}{6} \frac{L}{r_0} (2\cos\theta_0 - \frac{L}{r_0}) \sin\theta_0 \quad f_3 = \frac{1}{6} \frac{L}{r_0} 2\sin\theta_0 \cos\theta_0$$

$$f_3 = \frac{1}{6} \{ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin\theta_h \} \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0)\tan\phi] \{ \cos\theta_0 - \frac{L}{r_0} + \cos\theta_h \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0)\tan\phi] \}$$

$$f_4 = \frac{1}{3(1+9\tan^2\phi)} \{ (3\tan\phi \sin\theta_h - \cos\theta_h) \text{Exp}[3(\theta_h - \theta_0)\tan\phi] - 3\tan\phi \sin\theta_0 + \cos\theta_0 \}$$

$$f_6 = \frac{1}{6} \{ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin\theta_h \} \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0)\tan\phi] \{ \sin\theta_0 + \sin\theta_h \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0)\tan\phi] \}$$

$$f_p = \frac{L}{r_0} (\cos\theta_0 - \frac{L}{2r_0}) \quad f_g = \frac{L}{r_0} \sin\theta_0 \quad f_c = \frac{1}{2\tan\phi} \{ \text{Exp}[2(\theta_h - \theta_0)\tan\phi] - 1 \}$$

$$K_c = \text{Min. } F(\theta_0, \theta_h) \quad (2)$$

図-3に解析結果として、本解析値と円弧すべり面を仮定した倉田の解析値⁽⁵⁾との比較を示す。図から明らかな様に、内部摩擦角中の小さな所では、ほぼ両者は一致するが、中が大きくなると共に、また、斜面角 β の小さくなるにつれて、対数螺旋すべり面を仮定している本解析値の値は、円弧すべり面の値に比べて小さな値を示している。

3. すべり変位: θ の誘導

前述の斜面の限界地震加速度係数 K_c を地震加速度が越える時すべり変位が生ずると仮定できる。これより図-1, 図-2に示す完全剛塑性体と見なす斜面のすべり土塊について、つぎの2段階のつり合い式が成立する。

a). 地震加速度 $K \cdot g = K_c \cdot g$, およびすべり加速度 $\ddot{\theta} = 0$ の場合

図-1より回転中心Oの廻りの仕事率のつり合いは、回転速度 Ω を両辺から消去することにより、つぎの様に表わされる。

$$r_0^3 (f_1 - f_2 - f_3) + K_c r_0^3 (f_4 - f_5 - f_6) + P r_0^2 f_p + \alpha K_c P r_0^2 f_g = C r_0 f_c \quad (3)$$

b). 地震加速度 $K \cdot g = K_i \cdot g > K_c \cdot g$ の場合

図-2より上記同様につぎに示すつり合い式が導かれる。

$$r_0^3 (f_1 - f_2 - f_3) + K_i r_0^3 (f_4 - f_5 - f_6) + P r_0^2 f_p + \alpha K_i P r_0^2 f_g = C r_0 f_c + M \quad (4)$$

(3)(4)の各式およびつぎに示すモーメントの式、(5)式から慣性力の項のみで $\ddot{\theta}$ を求め得る。すなわち

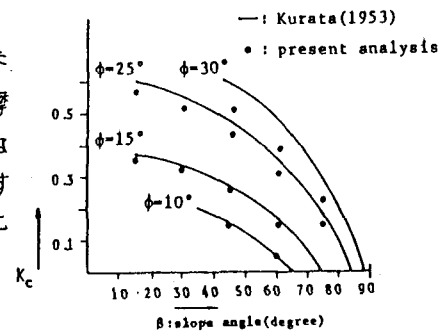


図-3 Comparison of Yield Acceleration Factor K_c with $\phi=0$ between Circular Slip Surface (Kurata, 1953) and Log-spiral Slip Surface (present analysis)

$$M = \frac{W}{g} \ddot{\theta} l^2 \quad (5)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(k_i - k_c) \cdot g \cdot \{ r_0^3 (f_4 - f_5 - f_c) \}}{W l^2} \quad (6)$$

ここで、 W は図-4から求められるすべり土塊の重量であり、つぎの様に表わされる。

$$\begin{aligned} W &= \gamma \{ \Delta OAC - \Delta OBC - (\square ODEF - \Delta OBF \\ &\quad - \Delta ABE - \Delta ODA) \} \\ &= \frac{\gamma r_0^2}{2} \left\{ \frac{\text{Exp}[2(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] - 1}{2 \tan \phi} - \frac{L}{r_0} \sin \theta_0 \right. \\ &\quad \left. - \{ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin \theta_h \cdot \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

また、 M は重心の回転中心 O の廻りのモーメントであり腕の長さを l とすると

$$l = \frac{\sqrt{[r_0^3 (f_1 - f_2 - f_3)]^2 + [r_0^3 (f_4 - f_5 - f_c)]^2}}{W} \quad (8)$$

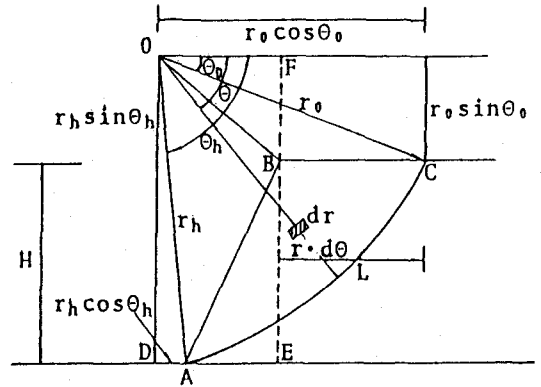


図-4 Rotational Local Slope Failure Mechanism

尚、 k_i ：地震の加速度係数 g ：重力加速度(980 γ/sec^2)

W ：すべり土塊の重量(γm) l ：すべり土塊の重心とすべり中心 O 点間の距離(m)

よって、すべり始めてからの任意の時刻 t_i 、 t_{i+1} における斜面のすべり加速度を(6)式より求め $\ddot{\theta}_i$ 、 $\ddot{\theta}_{i+1}$ とし、この間を直線変化に仮定すると、 $t_i < t < t_{i+1}$ の範囲でのすべり加速度 $\ddot{\theta}$ はつぎの様に表わされる。

$$\ddot{\theta} = \ddot{\theta}_{i+1} \frac{(t - t_i)}{(t_{i+1} - t_i)} + \ddot{\theta}_i \frac{(t_{i+1} - t)}{(t_{i+1} - t_i)} \quad (9)$$

また、この時のすべり速度 $\dot{\theta}$ は上記(9)式を積分し、 $t = t_i$ で $\dot{\theta}_i$ となる様に積分定数を定めることにより、つぎの(10)式のようになる。尚、(9)式左辺を零と置いて t を求めるとこれがすべり始めの時刻 t_s を知ることとなる。

$$\dot{\theta} = \frac{\ddot{\theta}_{i+1}(t - t_i)^2}{2(t_{i+1} - t_i)} - \frac{\ddot{\theta}_i(t_{i+1} - t)^2}{2(t_{i+1} - t_i)} + \frac{\ddot{\theta}_i}{2}(t_{i+1} - t_i) + \dot{\theta}_i \quad (10)$$

ここで、斜面が上方にすべろうとする時の抵抗は極めて大きくなる為、すべり崩壊部分は下方へのみすべり移動するものとし、すべり速度 $\dot{\theta}$ が負と計算される時はこれを零と置く。またある時刻 t_{n-1} と t_n の間で $\dot{\theta}_{n-1} \geq 0$ であり、 $\dot{\theta}_n \leq 0$ の時 $\dot{\theta} = 0$ となり変位は停止する。また $\dot{\theta}_{n-1} \geq 0$ 、 $\dot{\theta}_n \geq 0$ のときにも $\dot{\theta} = 0$ となる場合が想定されるが詳細は省略する。いずれの場合も斜面のすべり加速度は t_{n-1} で負、 t_n で正である時に限り時間を十分に小さな間隔で計算を行なうとこの状況が現われることは少なく、その影響はきわめて小さくなると思われる。

以上の事柄を基として、十分に小さな時間 t_i と t_{i+1} におけるすべり加速度とすべり速度を基本にして、斜面のすべり変位 θ は次式のように示される。

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \dot{\theta}_i(t_{i+1} - t_i) + \frac{(2\ddot{\theta}_i + \ddot{\theta}_{i+1})(t_{i+1} - t_i)^2}{6} \quad (11)$$

同様な方法で変位を地震の終りまで(11)式により計算することができる。

4. 数値計算例 及び 考察

今、図-5の様に得られた斜面の崩壊形式に対して地動として正弦波を与え、その2波までの累積変位をその所用時間で割り単位時間当りのすべり移動変位量を周期の変化とともに示したものを図-6に示す。地動の最大加速度を各々0.3G, 0.4G, 0.5Gとした場合であり図から明らかな様に、入力加速度が大きくなるに従って単位時間当りの変位量は大きくなる。また、波の周期が大きくなると単位時間当りの変位量は直線的に増加することが示されている。

図-7には、実例地震波としてエル・セントロ地震波における加速度を0.5Gに正規化して与えた結果を示す。斜面のすべり加速度は、地動の加速度が斜面の限界地震加速度 $K_c g$ を越えた時点より開始され、その後、斜面のすべり速度、重心の移動変位が生ずる。図では、このすべり加速度とそれにより引き起こされる正のすべり速度およびこのすべり速度から求められる累積変位の逐次増加が明瞭に示されている。図には、その水平方向と鉛直方向の各々の分変位を時間とともに示してある。

$$\theta_0 = 39.17^\circ \quad r_0 = 16.8\text{m}$$

$$\theta_h = 110.03^\circ \quad r_h = 20.8\text{m}$$

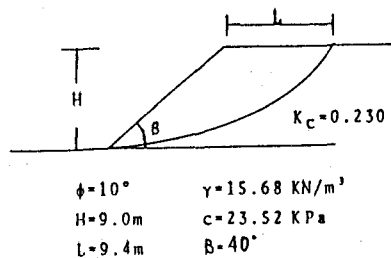


図-5 Model of A Failure Mechanism

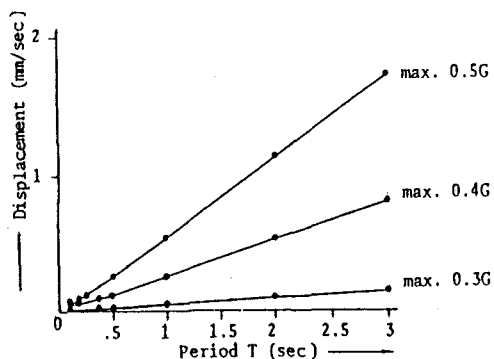


図-6 Comparison of Cumulative Displacement per Unit-time Corresponding to Period

参考文献

- 1) 最上武雄編：土質力学，技報堂，1982
- 2) 土質工学会編：土質工学ハンドブック，技報堂，1982
- 3) Newmark, N.M.: Effect of earthquake on dams and embankment, Geotech., Vol.15, No.2, PP137 ~ 160, 1965
- 4) Chen, W.F.: Limit analysis and soil plasticity, Elsevier publishing Co. Amsterdam, 1975
- 5) 倉田宗章：地震時の stability Number について，土木学会誌，38-11, PP.11 ~ 15, November, 1953
- 6) T. Sawada, S.G. Nomachi, W.F. Chen and Y. Takahashi: Evaluation of Limit seismic Factor in anisotropic cohesion slopes, Proc. of the fifth E.M.D. specialty Conference, A.S.C.E., Vol.2, 1984

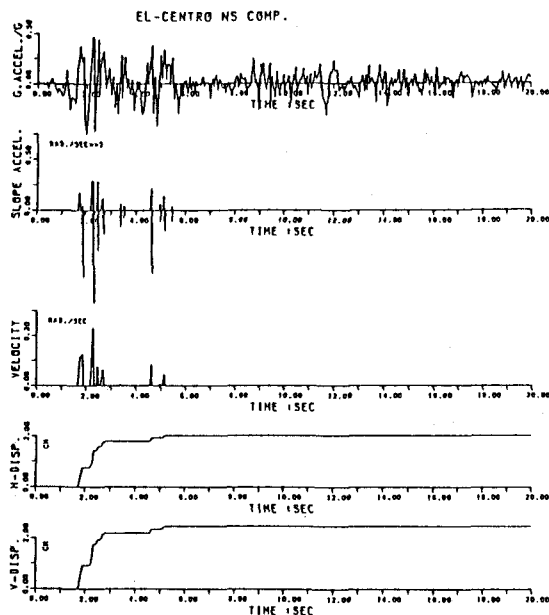


図-7

(30) Stability of a Slope Considered Seismic Displacement

Sumio G. NOMACHI,^{*} Tomoyuki SAWADA,^{**} Kenichi G. MATSUOKA^{***} and Norimitsu KISHI^{****}

In the conventional engineering analysis of slopes against earthquake forces, such structures are usually analyzed and designed with the calculation of the factor of safety when an inertia force is considered.

If the factor of safety is less than unity, then the slope is considered to be unsafe. It is true that under static loading, if the factor of safety is below unity, the occurrence of sliding is so sudden that there may be much possibility of continuation of the movement. In such cases, the displacements become so large as to render failure. As for earthquake loading, the reduction in stability under earthquake excitations would only exist during the short periods of time for which the inertia force is induced. Further, during an earthquake the induced inertia forces will also alternate in direction and magnitude numerous times, only those which move away from the slope tend to reduce the stability of the slope.

Thus, during the earthquake, the factor of safety may drop below unity several times which will induce some movements of the failure section of a slope. It is apparent that during an earthquake the factor of safety changes all the time due to different inertia forces acting on the slope. The minimum factor of safety only exists transiently. Thus, the stability of slopes should depend on the cumulative displacement developed during an earthquake. Herein, in addition to calculating the factor of safety of a slope after a given earthquake shock, the effects of earthquakes on the displacements of a slope will be assessed.

This is done as the concept of Newmark.

In this analysis, a soil mass moving downward along a failure surface under inertia force due to earthquake shaking is considered to be analogous to a rigid block with weight and an external force.

The failure mechanism and its corresponding yield acceleration must be determined first so that the logspiral failure surface and external force can be simulated.

Subsequently, the overall displacements of a failure slope under earthquake loads can be assessed. This can be achieved in the following steps:

1. Calculate the yield acceleration at which slippage will just begin to occur.
2. Apply various values of the pseudo-static force to the slope. These values are obtained from a discretized accelerogram of an actual or simulated earthquake.
3. According to the yield acceleration and accelerogram of an earthquake the time history of velocity of the sliding soil mass of a slope can be calculated.
The magnitude of displacement can be evaluated by integrating all the positive velocity.

The computation of the yield acceleration by the upper bound techniques of limit analysis has been operated in our previous paper (See reference 6).

Based on this yield acceleration and its associated failure mechanism, the equation of displacements along the potential failure surface is developed in this paper.

* Hokkaido University Dept. of Civil Engrg. Professor
** Tomakomai Technical Coll. Dept. of Civil Engrg. Assoc.Prof.
*** Muroran Institute of Tech. Dept. of Civil Engrg. Professor
**** Muroran Institute of Tech. Dept. of Civil Engrg. Assoc.Prof.