

## (12) 岩石内部のき裂挙動に基づく破壊強度の予測

地質調査所	高橋 学
	小出 仁
北大工学部	木下 重教
	石島 洋二
	中村 章

### 1 緒 言

岩石内部に存在する種々の弱部、例えば潜在き裂としての結晶粒界などが岩石の強度や変形・破壊特性を特徴づけていることは、Griffith (1924) が微視的き裂と強度との関係を論じて以来定説となっている。これに対する種々の実験的裏付けも行なわれてきており、AE計測や弾性波速度等の計測技術のめざましい発達と共に、載荷に際し岩石内部に誘起される微視的構造の変化について、かなりの事が明らかにされつつある。

そこで、本文ではこれら破壊前の種々の現象と密接な関係にあると考えられる岩石内部の微視的構造の変化に基づき、一般応力場における岩石の破壊強度を予測する方法について述べる。ここでは、閉鎖型き裂のすべり時に蓄えられる歪エネルギーに特に着目し、主に堆積岩の実験結果をもとに、強度特性に及ぼす中間主応力効果について予想する。

### 2 岩石内部き裂挙動の推定

岩石内部に潜在的に存在する閉鎖型き裂は、応力の増加に伴い、逐次すべりを起すが、そのすべり量がある臨界値を越えると、き裂先端部に開口型のき裂が2次的に発生するであろう。ダイラタンシー現象、弾性波速度の減少などは全て開口型き裂の挙動として説明可能である。

今、三つの異なる方位を持つクラックを考える(図-1参照)。いずれも最大主応力に対し $\alpha$ だけ傾いているものとする。クラックは簡単のため2次元的であるとする。さて、(a)のようにクラックが中間主応力に平行な面内に存在する場合、すべりによりき裂先端から $45^\circ$ 方向に最大引張応力が誘起される。また、その大きさは線形破壊力学に基づけば、

$$\sqrt{a/2\gamma} |\tau_{eff}|$$

となる。ここに $r$ はき裂先端からの距離で、 $a$ はクラックの短軸の長さである。(1)式より有効せん断応力 $|\tau_{eff}|$ が大きい程、容易に開口型き裂も大きくなることがわかる。開口型き裂の大きさは、作用する応力( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ )、中でも $\sigma_3$ の大きさによって制限を受け、 $\sigma_3$ が大きい程、形成される開口き裂の寸法は小さくなる。(a)の閉鎖き裂からはクラック短軸が最小主応力方向に向く開口型き裂が発生する。ここでは仮にC3タイプのクラックと呼ぶことにする。同様に(b)ではクラック短軸が中間主応力方向に向く開口型き裂が発生し、これをC2タイプのクラックとする。(c)のような亀裂は成分としてC2とC3の成分を併せ持つことになる。これらのき裂モデルに従い、一般的な応力場における岩石の変形・破壊特性について考察してみる。

封圧( $\sigma_2 = \sigma_3$ )下の圧縮試験では、応力状態と同様に、破壊強度点近傍まで横歪や弾性波速度はほぼ同じような変化を示す。これは、図(1)の(a), (b)タイプの閉鎖クラックは同量存在し、したがって、それから派生する開口クラックC2, C3も同量存在することで良く説明することができる。中間主応力が増加するに伴い、(a)タイプの閉鎖き裂が(b)タイプのき裂に比べ相対的に増大する。したがって、開口クラック(C2, C3両タイプ)もこれに応じて、量比が変化する。中間主応力の増加による横ひずみ $\epsilon_x, \epsilon_y$ の挙動[Mogi(1971), 高橋(1983)]、弾性波速度異方性[高橋等(1984)]、弾性波速度減少[高橋等(1984)]など全ての現象がC2, C3両タイプの量比の変化によって説明できる。

### 3 閉鎖型き裂に基づく破壊条件式の検討

前節で示した様に二種類の閉鎖型き裂を考えることにより、岩石の変形・破壊特性を定性的ながら良く説明することができた。そこで、閉鎖型き裂をもとに三次元組み合せ応力下にある破壊条件を実験結果をもとに提案する。

閉鎖クラックが岩石に単位体積当たり  $N$  個含まれている時、クラックのすべりによって系に付加される単位体積当たりの歪エネルギーは次式で表される。

$$W_{eff} = \sum_{i=1}^N W_i = \sum_{i=1}^N (\bar{k} \tau_{eff}^2) = \sum_{i=1}^N \{ \bar{k} (|\tau| - \mu \sigma_n)^2 \} \quad (2)$$

ここで、 $|\tau|$ 、 $\sigma_n$  は閉鎖クラック上下面に作用するせん断応力と直応力であり、 $\mu$  はクラック面間のすべり摩擦係数であり、 $\tau_{eff}$  は通常有効せん断応力とよばれる。[Wiebol and cook(1968)]。岩石内の閉鎖き裂数は応力状態 ( $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ ) の影響を受けるので、破壊に必要な有効せん断ひずみエネルギーも当然応力状態の影響を受けるだろう。図2は白浜砂岩、 $\sigma_3 = 15$  MPa の実験結果をもとに、中間主応力の増加に伴う有効せん断歪エネルギーとすべりを生じたき裂数の割合を示したものである。両者の傾向は良い一致を示しており、 $\sigma_2$  の増加に伴いすべりを生じるき裂の数が減少するために有効せん断歪エネルギーも減少することがわかる。そこで、実験結果を用い、(1) 式によって破壊時の有効せん断歪エネルギーを求め、このエネルギー値と  $\sigma_2$  および  $\sigma_3$  との関係について以下のように考察する。

#### (1) $W_{eff}$ と $\sigma_3$ との関係

図3は白浜砂岩について、破壊時の有効せん断歪エネルギーと  $\sigma_3$  (封圧) との関係を示したものである。縦軸は一軸圧縮時のエネルギー  $W_{eff}$  ( $C_o$ ) で、また横軸の  $\sigma_3$  は一軸圧縮強度  $C_o$  で除し、無次元化して示した。 $W_{eff}$  は  $\sigma_3$  の小さいところでは、これに強い依存性を示すが、 $\sigma_3$  がある値以上になるとほぼ一定となっている。この関係は以下のように表現できる。

$$\frac{W_{eff}(\sigma_2=\sigma_3)}{W_{eff}(C_o)} = 1 + c \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \right) \quad (\sigma_3 < \sigma_3^*) \quad (3)$$

$$\frac{W_{eff}(\sigma_2=\sigma_3)}{W_{eff}(C_o)} = const \quad (\sigma_3 \geq \sigma_3^*)$$

ここで、 $C_o$  は単軸圧縮強度、 $\sigma_3^*$  は  $W_{eff}$  の値が一定値に移動する点の  $\sigma_3$  の値である。また  $c$  は岩種により異なる定数である。

#### (2) $W_{eff}$ と $\sigma_2$ との関係

図4は白浜砂岩について、有効せん断歪エネルギー  $W_{eff}$  と  $\sigma_2$  との関係を示したものである。縦軸は封圧時のエネルギー  $W_{eff}$  ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ) で、また、横軸は封圧で除して無次元化した。この結果、 $W_{eff}$  は  $\sigma_2$  の増加と共にほぼ一定の傾きで減少を示すが、ある  $\sigma_2$  以上ではほぼ一定となる。また、この様な  $\sigma_2$  の影響は  $\sigma_3$  が変化しても変わらない。従って、 $W_{eff}$  の  $\sigma_2$  依存性は次の様な近似的な表現が可能である。

$$W_{eff} = W_{eff}(\sigma_2=\sigma_3) \quad (\sigma_2=\sigma_3) \quad (4)$$

$$W_{eff} = d W_{eff}(\sigma_2=\sigma_3) \quad (\sigma_2 > \sigma_3)$$

ここで、 $d$  は基本的には岩種によらない定数であるが、堆積岩ではほぼ 0.75 程度を示すことがわかつている。

#### (3) $W_{eff}$ による破壊条件式

(1)、(2) の結果をもとに、 $W_{eff}$  による一般的な三次元応力下における破壊条件式は次式のようになる。

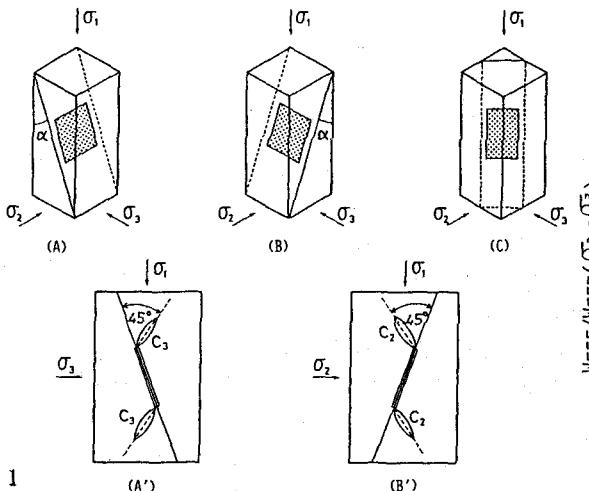


Fig. 1

SCHEMATIC VIEW OF THE CLOSED CRACK AND THE INDUCED OPEN CRACKS DUE TO SLIDING.

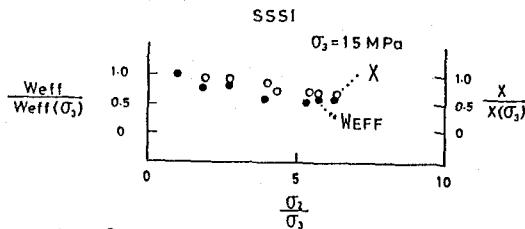


Fig. 2

RELATIVE NUMBER OF SLIPPED CRACKS AND EFFECTIVE SHEAR STRAIN ENERGY WEFF OF SHIRAHAMA SANDSTONE AS A FUNCTION OF  $(\sigma_2 / \sigma_3)$ .

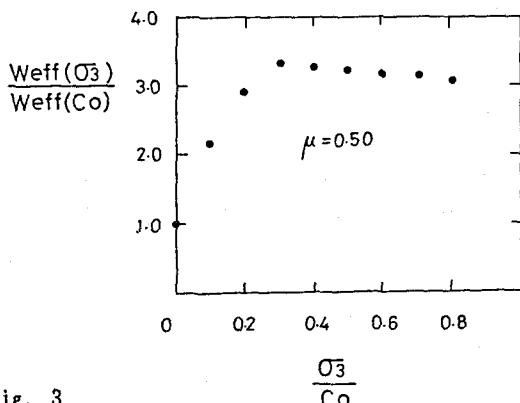


Fig. 3

EFFECTIVE SHEAR STRAIN ENERGY AT FRACTURE UNDER THE CONFINING STRESS CONDITION AS A FUNCTION OF  $(\sigma_3 / Co)$ .  $\sigma_3$  AND  $Co$  ARE THE CONFINING PRESSURE AND THE UNIAXIAL COMPRESSIVE STRENGTH, RESPECTIVELY.

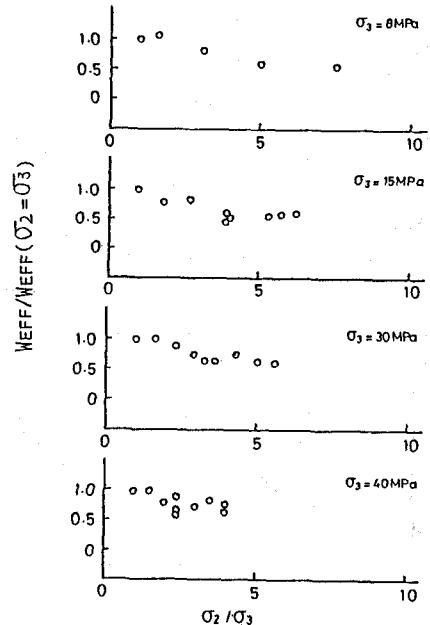


Fig. 4

EFFECTIVE SHEAR STRAIN ENERGY AT FRACTURE WEFF UNDER THE TRUE TRIAXIAL STRESS CONDITION AS A FUNCTION OF  $(\sigma_2 / \sigma_3)$  FOR VARIOUS VALUES OF  $\sigma_3$  ON SHIRAHAMA SANDSTONE.  
WEFF( $\sigma_3$ ): EFFECTIVE SHEAR STRAIN ENERGY AT FRACTURE UNDER THE CONFINING STRESS CONDITION.

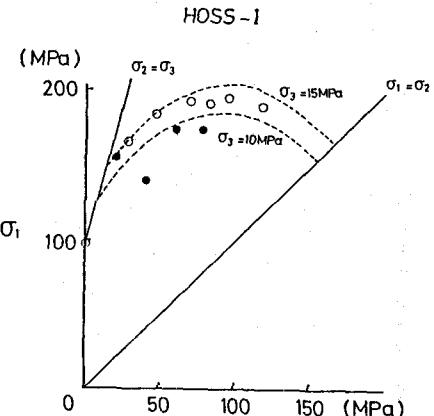


Fig. 5

PREDICTION OF THE STRENGTH  $\sigma_i$  OF HORONAI SANDSTONE BASED ON THE MODIFIED EFFECTIVE SHEAR STRAIN ENERGY CRITERION. PREDICTION IS SHOWN BY THE DOTTED LINE.

$$W_{eff} = W_c(\sigma_2, \sigma_3)$$

但し

$$\begin{aligned} W_c(\sigma_2, \sigma_3) &= W_{eff}(\sigma_2=\sigma_3) = W_{eff}(C_0) \left\{ 1 + c \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \right\} & (\sigma_2 = \sigma_3 < \sigma'_3) \\ &= d W_{eff}(C_0) & (\sigma_2 = \sigma_3 \geq \sigma'_3) \\ W_c(\sigma_2, \sigma_3) &= e W_{eff}(\sigma_2=\sigma_3) & (\sigma_2 > \sigma_3) \end{aligned} \quad (5)$$

実験結果から求めた定数  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $C_0$  を用いて破壊強度  $\sigma_1$  の予測を行った結果を図 5 ~ 図 7 に示す。これら 4 つの定数の内、 $d$  は前に述べたように岩種によらない値であり、0.75 を使用した。また、有効剪断歪エネルギーの評価に必要なクラック面間の摩擦係数  $\mu$  は 0.50 を仮定した。

図から、いずれの岩種についても予想と実測値の一一致はかなり良いことがわかる。破壊強度に及ぼす中間主応力依存性は ( $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ ) 座標軸上で上に凸の曲線で表示されるが、実測値は最小主応力が小さい時には凸の程度が小さく、大きくなるにつれて大きくなる傾向を示す。予測も同一の傾向を示している。したがって、この破壊条件式を使えば、茂木の式と同様、かなり精度の良い強度予測を行うことができるところがわかる。

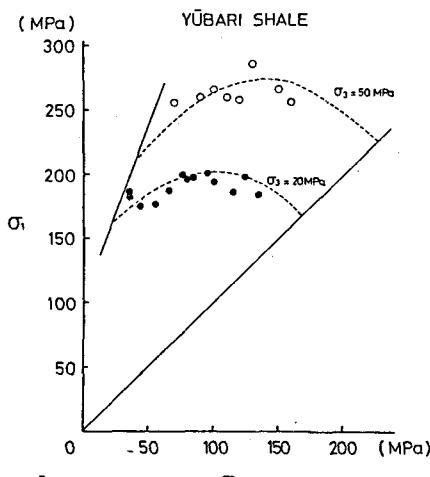


Fig. 6

PREDICTION OF THE STRENGTH  $\sigma_1$  OF YŪBARI SHALE  
BASED ON THE MODIFIED EFFECTIVE SHEAR STRAIN  
ENERGY CRITERION. PREDICTION IS SHOWN BY THE  
DOTTED LINE.

#### 参考文献

Mogi, K. (1971)  
Effect of the triaxial stress system on the failure of dolomite and limestone,  
Tectonophysics, vol 11, No. 11, pp111-127

高橋・小出・木下 (1983)  
堆積岩の真三軸応力下における強度特性と中間主応力による脆性化について  
応用地質, 24巻4号, PP10-17.

高橋・木下・西沢・小出・千葉 (1984)  
真三軸圧縮下でのウエスター花崗岩の弾性波速度異方性について、  
地震, 37巻, PP67-79.

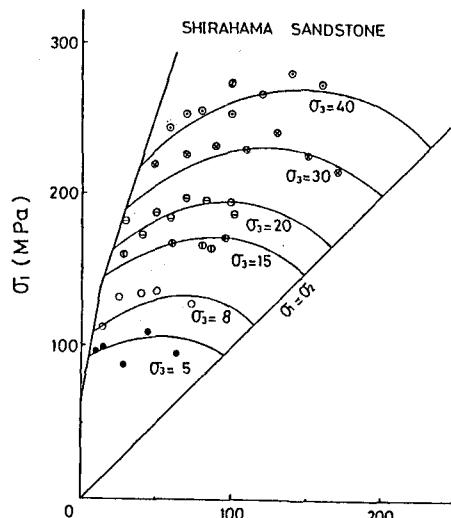


Fig. 7

PREDICTION OF THE STRENGTH  $\sigma_1$  OF SHIRAHAMA  
SANDSTONE BASED ON THE MODIFIED EFFECTIVE SHEAR  
STRAIN ENERGY CRITERION. PREDICTION IS SHOWN BY  
THE SOLID CURVES.

(12) Prediction of the failure strength based on the crack behaviour in the rock

M.Takahashi, H.Koide  
(Geological Survey of Japan)  
S.Kinoshita, Y.Ishijima, A.Nakamura  
(Faculty of Engineering, Hokkaido University)

Abstract

Recently, considerable progress has been made in the branch of physical characteristic measurement in the rock mechanics with high measurement techniques. Now, we have obtained many informations related to changes of the microscopic structure. For example, AE concentration to the final fault plane, dilatancy anisotropy, velocity recovery and so on.

We have obtained many informations related to the failure strength and deformation and elastic wave velocity on the rocks in our laboratory experiment under true triaxial compressional stress where three principal stresses are different from each other.

Thus, we have predicted the failure strength of rock using the extended method of the effective shear strain energy criterion. We assume that homogeneous rock specimen can be regarded as an elastic material containing a large number of uniformly distributed and randomly oriented closed, plane cracks. When three principal stresses applied to the rock specimen, the surfaces of any closed crack can be subject only to normal compressive stress and shear stress,  $\sigma_n$  and  $\tau$ , respectively. The effective shear strain energy per unit volume of rock specimen stored around the closed cracks is

$$W_c = \bar{k} \tau_{eff}^2$$

Here  $\bar{k}$  is constant and  $\tau_{eff}$  is regarded as the effective shear stress,  $\tau_{eff} = |\tau| - \mu \sigma_n$ ,  $\mu$  is the coefficient of sliding friction between the opposite surfaces of the closed cracks. We must sum up  $W_c$  for each crack through a unit volume of rock subject stress. The extended effective shear strain energy criterion is as follows.

$$W_{eff} = W_c(\sigma_2, \sigma_3)$$

$$W_c(\sigma_2, \sigma_3) = W_{eff}(\sigma_2 = \sigma_3) = W_{eff}(C_o) \left\{ 1 + c \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \right\} \quad (\sigma_2 = \sigma_3 < \sigma'_3)$$

$$= d W_{eff}(C_o) \quad (\sigma_2 = \sigma_3 \geq \sigma'_3)$$

$$W_c(\sigma_2, \sigma_3) = e W_{eff}(\sigma_2 = \sigma_3) \quad (\sigma_2 > \sigma_3)$$

Here,  $C_o$  is the uniaxial compressive strength,  $c$ ,  $d$ , and  $e$  are constants for individual rock. It is noticed that the predicted and obtained values are in good agreement.

---

高橋・小出・西沢・木下・石島・中村 (1984)

真三軸応力下における岩石の弹性波速度の挙動。

Proceedings of the 6th Japan Symposium on Rock Mechanics, PP37-42.

Wiebolds and Cook (1968)

An Energy Criterion for the Strength of Rock in Polyaxial Compression,  
Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol 15, PP529-549.