

(6) クラック・テンソルを用いた異方不連続性材料の破壊規準

埼玉大学工学部 学員 ○ 前 渡 卓 郎
正員 小 田 匡 寛
教 納 慎 悟

1. はじめに

天然の岩盤は、節理・断層などの不連続面（クラックと呼ぶ）が発達している。このような不連続性材料の力学的性質を支配している主要因として、(1)基質部の力学的性（強度、変形定数）、(2)クラックの幾何学性（クラックの密度、クラックの大きさ・方向の分布）、(3)クラックの物理性・力学性（せん断・垂直剛性、摩擦角）などがあげられる。しかし、天然の岩盤のクラックの幾何学性は極めて複雑かつ異方的であり、力学的挙動に及ぼす影響を具体的に評価することは至難なことでとされている。以前の一連の研究により、クラックの幾何学性を統一的に表現したクラック・テンソルが不連続性材料の力学特性を述べる上で有効であることが確かめられてきた¹⁾。また、等方性材料の一軸圧縮強度特性、及び二軸（平面応力）圧縮試験における実験の検討をもとに、不連続性材料に関する破壊規準が鈴木²⁾によって提案された。本報告では、特に異方性材料の一軸圧縮強度特性をクラック・テンソルのもつ諸量を用いて明らかにし、この破壊規準に関するより詳細な検討を行っている。

2. クラック・テンソル

不連続性材料におけるクラック面の法線方向分布のような方向性をもつデータを特徴づける量を定式化するとテンソル量となる。小田³⁾によると、クラック・テンソル F_{ij} は次式で定義される。

$$F_{ij} = \frac{1}{4} \pi \rho \int_{\Omega} r^3 n_i n_j E(r) d\Omega dr \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

F_{ij} は2階の実対称テンソルであり、クラックの幾何学的意味が明らかな不変量を持つ。本論文で用いる記号を以下に示す。

1) F_0 : F_{ij} の第1不変量 (F_{ii}) であり、クラックの平均的な密度を表す。 F_{ij} の主値空間 (Fig.1) において、ある材料のクラックの幾何学性が点Pで表されたとき、 $F_0 = F_1 + F_2 + F_3 = \sqrt{3} |\vec{OA}|$

(2次元の場合は、 $F_0 = F_1 + F_2 = \sqrt{2} |\vec{OA}|$)

で与えられる。すなわち、 F_0 は材料の等方成分 $|\vec{OA}|$ に比例する量でもある。

2) R : 異方性の程度を表す。Fig.1においては、材料の異方成分 $|\vec{OB}|$ の等方成分 $|\vec{OA}|$ に対する比で表される。

$$R = |\vec{OB}| / |\vec{OA}| = \sqrt{3} (F_{ij} F_{ji} - \frac{1}{3} F_0^2)^{1/2} / F_0 \quad (3)$$

(2次元の場合は、 $R = \sqrt{2} (F_{ij} F_{ji} - \frac{1}{2} F_0^2)^{1/2} / F_0$)

R は、完全な等方性の場合は0、完全な異方性の場合は $\sqrt{2}$ (2次元の場合は1) となるパラメーターである。

3) θ : Fig.2に示されているように、最大主応力 σ_1 の方向 X_1 と F_{ij} の最大の主値 F_1 の方向 X'_1 がなす角度。(反時計回りを正とする。)

Fig.2では、供試体と共にこれらの値を示してある。

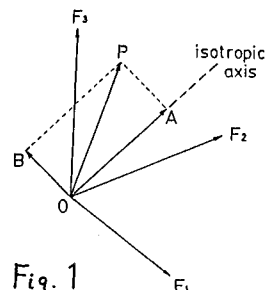


Fig. 1

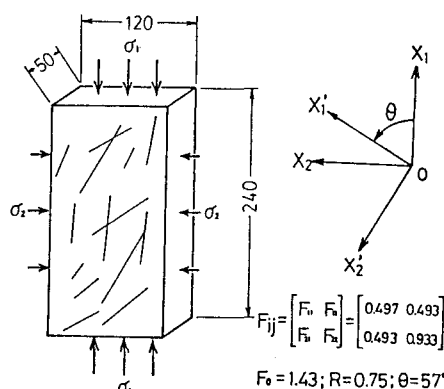


Fig. 2

3. 実験

実験で用いた供試体は Fig. 2 に示したような、水：石膏比を 2：3 にした石膏供試体（2週間養生）であり、その中にスノーモットという圧縮性の高い紙を挿入し人工的なクラックを作る。この紙は天然の岩盤中のクラックにつまっている粘土鉱物などに相当するものである。また岩盤中のクラックが部分的に接触していることを考慮したモデルとして、Fig. 3 に示すようにスノーモットに穴をあけ、部分的に石膏が連続するようなクラックを含む供試体も作製した。クラックパターンは、 F_0 , R , θ を各々変えて作製している。二軸圧縮試験は所定の側圧まで等方的に載荷した後、更に σ_1 を増加させ軸差応力 $\sigma_1 - \sigma_2$ を測定した。等方性材料の一軸圧縮試験結果は完全な一軸圧縮 ($\sigma_2 = 0$) のもとでの結果であるが、異方性材料に関しては低い側圧 ($\sigma_2 = 0.01 \text{ MPa}$) をかけてある。これは側圧をかけない場合、後で述べるように二軸圧縮試験における破壊形式（特に $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ の場合）と異なってくることを考慮したためである。

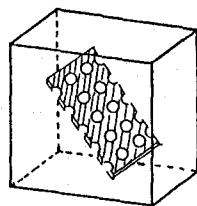


Fig. 3

4. 不連続性材料の破壊規準

Fig. 4 は、等方性材料の二軸圧縮試験結果に関して、ピーク強度 σ_1 とそれに対応する側圧 σ_2 を用いて、一軸圧縮強度 σ_u で無次元化した平均応力 $(\sigma_1 + \sigma_2)/2\sigma_u$ と最大せん断応力 $(\sigma_1 - \sigma_2)/2\sigma_u$ の関係をプロットしたものである。Fig. 4 の異なる 3 種類の結果を含んでいるにもかかわらずほぼ一直線上に並んでいる。ただし側圧が大きくなると、この直線より次第に下方へはずれ非線形となる。低側圧下での線形部は、次の直線式で表わせる。

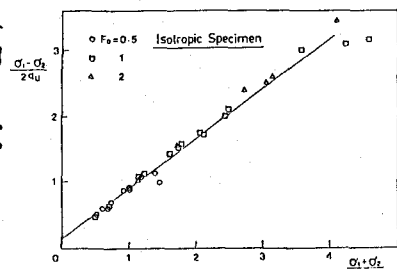


Fig. 4

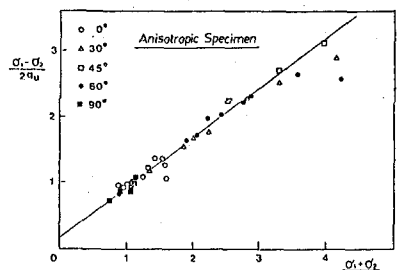


Fig. 5

ここで K , ϕ は材料固有の定数である。(4) 式は破壊時のせん断応力 τ と垂直応力 σ を用いると次式で表わせる。

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_u} = K \cos \phi + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma_u} \sin \phi \quad (4)$$

$$\tau = K \sigma_u + \sigma \tan \phi \quad (5)$$

すなわち、Mohr の包絡線が直線であることを意味し、内部摩擦角 ϕ が一定で粘着力が σ_u の一次関数で表わせることがわかる。Fig. 5 は、異方性材料 ($F_0 = 1$, $R = 0.98$) の実験結果を同様に整理したものである。異方性材料も等方性材料と同様に破壊規準は (5) 式で表わすことができる。実際の岩石でもこの破壊規準の有効性が確かめられている。Fig. 6 は Hoek らによる異方性粘板岩の三軸圧縮試験結果、Fig. 7 は、赤井らによる異方性石墨片岩の三軸圧縮試験結果を同様に整理したものであるが、一本の直線上に結果がプロットされることがわかる。すなわち、不連続性材料の強度特性を考える場合、一軸圧縮強度 σ_u の把握が重要であるといえる。

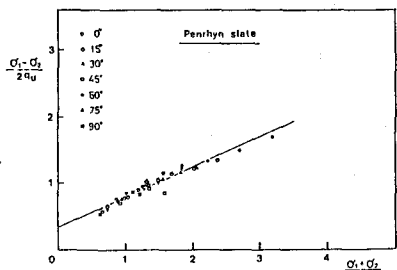


Fig. 6

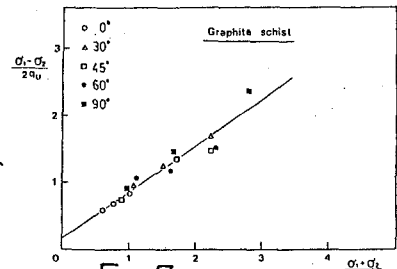


Fig. 7

次に一軸圧縮強度特性を実験結果をもとに考察する。

5. 等方性材料の一軸圧縮強度特性

Fig. 8は等方性供試体の一軸圧縮強度 σ_u を、クラックを含まない供試体の一軸圧縮強度 σ_u^0 で無次元化した強度比 (σ_u/σ_u^0) を F_0 に対してプロットしたものである。図中の黒丸は、Fig. 3に示したような部分的に石膏が連続するクラックを含む供試体の結果であるが、これらは他のオープン(スノーマットに穴をあけない)クラックを含む供試体より強度が増加している。これはクラック内で部分的に垂直・せん断応力が伝達されることに起因していると考えられ、強度にクラックの性質の違いが影響を与えることを意味する。Fig. 9はAITにおいて小野寺らによって行われたものであり、基質部の強度において1.2~48.8 MPaの5種類の材料の実験結果を同様に整理したものである。Fig. 8と同様に $\log F_0$ の増加に従って強度が線形的に低下していることがわかる。また、基質部の強度が増加するに従って強度比が1とみなせる F_0 の値が減少する傾向が認められる。すなわち、クラックと基質部の硬度比が一軸圧縮強度に影響を与えることを意味する。以上の実験結果に対する考察より、等方性材料の一軸圧縮強度は次のように定式化される。

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_u^0} = 1 - \eta \log\left(\frac{1}{\xi} F_0\right) \quad (6)$$

ここで η は勾配であり、クラックの性質に依存し、 ξ は強度比が1とみなせる F_0 の値であり、 $1/\xi$ はクラックと基質部の硬度比に関係する。

6. 異方性材料の一軸圧縮強度特性

下の写真は、異方性供試体 ($F_0=1.5$; $R=1$) の破壊時のクラック進展状態を示している。破壊強度の約7割の応力状態に達すると、既存のクラックの端からクラック面に垂直に新しいクラックが発生し、最大主応力方向へ進展する。ピーク強度時には、既存のクラックと進展したクラックが連なり、クラック面でのすべりが生じ最小主応力方向へ開口する。前にも述べたように、完全な一軸圧縮 ($\sigma_2=0$) のもとでは常に $\theta=0^\circ, 15^\circ$ の供試体に関して最小主応力方向への剝離脱落が生じるため、異方性材料に対しては低い側圧 ($\sigma_2=0.01 \text{ MPa}$) をかけて実

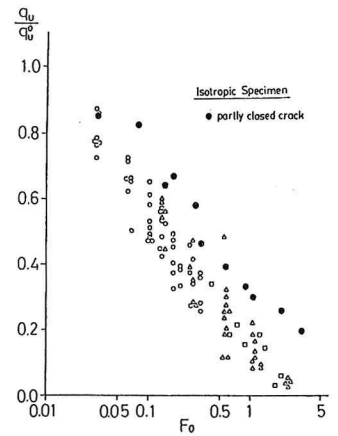


Fig. 8

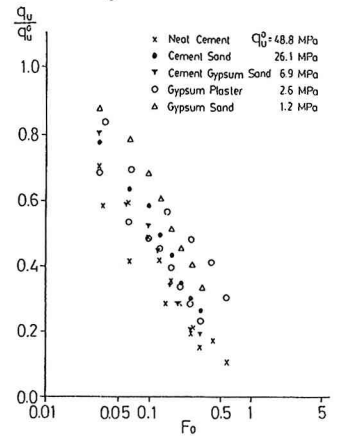
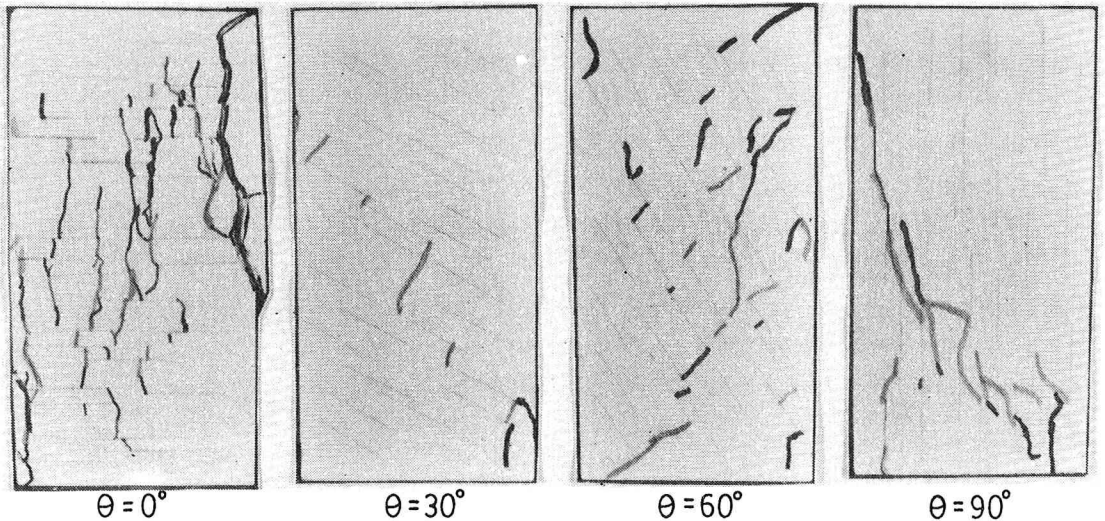


Fig. 9



験を行っている。 $\theta = 90^\circ$ の供試体に関しては F_0 が1.0以下の場合、クラックを含まない供試体の破壊でみられるような応力解放方向への剝離による破壊がみられる。Fig. 10は θ が異なる7種類の異方性供試体の応力-歪曲線である。このピーク強度は θ により異なり、最大($\theta=90^\circ$)と最小($\theta=45^\circ$)の強度比は5倍以上となり強度異方性を呈している。Fig. 11はクラックの幾何学性は同じであるが、Fig. 3に示したような約20%部分的に石膏が連続するクラックを含む供試体の応力-歪曲線である。Fig. 10と比べるとピーク強度、ヤング率とも増加していることがわかる。また、 $\theta=0^\circ, 15^\circ$ では強度が延性的に増加しており、剝離脱落を許す($\alpha=0$)ときより強度が2~3割増加する。Fig. 12, Fig. 13はそれぞれ強度比を F_0 、 θ に関してプロットしたものである。 F_0 の増加に従い強度は低下しており、各々の F_0 の供試体で強度が最小となる θ (この角度を α とする)があることがわかる。今回の実験の範囲に限ると角度 α は、 F_0 の増加に従い大きくなっている。これは、特に θ が小さな値の供試体では、open-crackであった既存のクラックがclosed-crack的挙動をするようになるため、 F_0 がある程度以上(例えば $\theta=0^\circ$ の供試体では F_0 が0.1以上)増加しても強度の低下がみられることに起因していると考えられる。また、 $\theta=90^\circ$ の供試体に関しては F_0 が1.0以下では強度比がほぼ1とみなすことができ、これは前に述べたように破壊形式にもあらわれている。Fig. 14は異方性の程度(R)を変えた供試体の実験結果を整理したものである。 $R=0.5$ 程度の異方性では θ による影響はなくなり等方性材料とみなすことができるが、 R の増加に従い強度異方性が強まることがわかる。Fig. 15はクラックの幾何学性は変えず、クラックの性質を変えた異方性供試体の強度への影響をみたものである。クラック内で基質部が連続する面積比が増大するほど強度が増大しており、またこのとき α も増大($40^\circ \rightarrow 60^\circ$)していることがわかる。以上のように異方性材料の一軸圧縮強度 σ_u は、クラックの幾何学性に関しては、 F_0 、 R 、 θ の影響が微妙にかかわっており、それらを踏まえた定式化を現在検討中である。

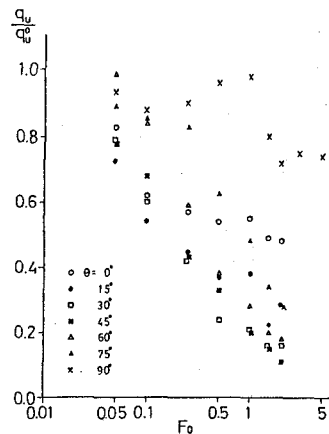
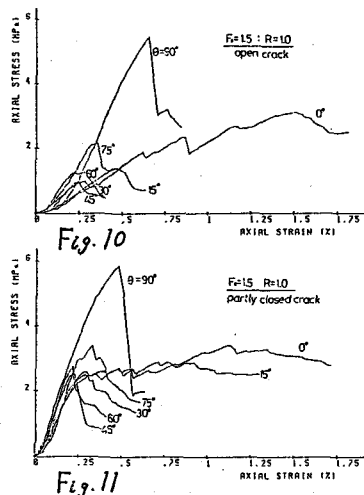


Fig. 12

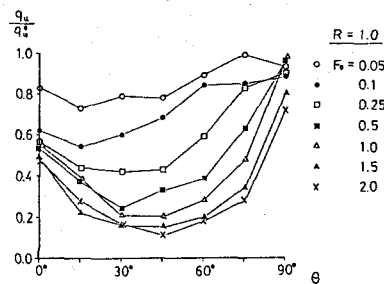


Fig. 13

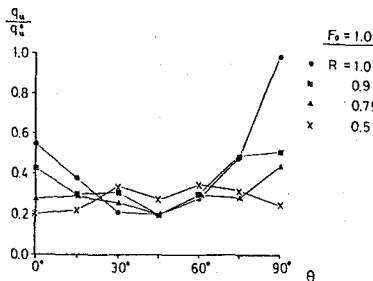


Fig. 14

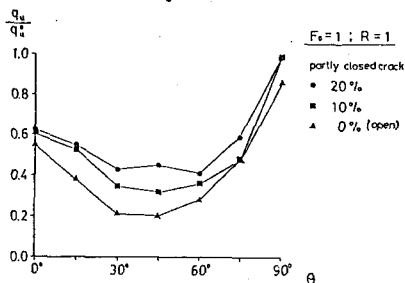


Fig. 15

【参考文献】 1) Oda, M., Suzuki, K., Maeshibu, T. "Elastic Compliance for Rock-Like Materials with Random Cracks" *Soils and Foundations*, Vol. 24, No. 3, pp. 27-40 2) 鈴木, 小西, 小名 "不連続性材料の降伏破壊規準" 第39回土木学会年輪 (Ⅱ-316) 3) Oda, M. "Similarity Rule of Crack Geometry in Statistically Homogeneous Rock Masses" *Mechanics of Materials*, Vol. 3, pp. 119-129 4) Hoek, E. & Brown, E.T. "Underground Excavations in Rock" 5) 赤井, 山本, 有田 "結晶片岩の構造異方性に関する実験的研究" 6) Silva, N. K. "Effect of flaws on Strength of rock-like materials" thesis for the degree of Master of Engineering.

(6) Failure Criterion for Anisotropic-Discontinuous Materials by Means of Crack Tensor

Saitama University

Takuro Maeshibu

Masanobu Oda

Shingo Suno

ABSTRACT

It is well known that the crack geometry of in-situ rock masses has much effect on its mechanical properties. The so-called crack tensor has been introduced by Oda (1983) as an index measure for analytically identifying the crack geometry (density, size and orientation). By means of uniaxial and biaxial compression tests on gypsum plaster samples with random cracks, failure criterion of discontinuous materials is discussed in terms of crack tensor. The conclusions are summarized as follows:

1) Linear Mohr's criterion seems reasonable for the failure criterion of discontinuous materials if the applied stress is within a limited range. The friction angle is constant irrespective of crack geometry, while the cohesion is linearly related to the logarithm of uniaxial compressive strength.

2) The characters of uniaxial compressive strength for anisotropically cracked materials are experimentally investigated, with special concern with the effect of crack tensor (crack geometry), mechanical property of matrix and nature of cracks on them.