

(41) 円形トンネル解析解における軸方向地圧と周辺岩盤の降伏モードについて

(株)奥村組 技術研究所 正会員 小林 義美
 " " " " 西村 正夫
 " " " " 蛭子 清二

1. まえがき

静水圧的な初期地圧状態で円形トンネルを開削した場合の、周辺岩盤の応力、変形状態の解析については、弾性論、塑性論などを用いた平面ひずみ場の解析解がすでに示されている。しかし、これらはトンネル横断面方向の地圧しか考慮していない。実際には、横断面方向地圧に比べて軸方向地圧が卓越して大きい小さい場合には、それぞれ降伏条件を支配する最大主応力が最小主応力となり、地山の降伏に関与することも考えられる。そこで、今まで考慮されていなかった軸方向地圧の影響を考慮に入れて周辺岩盤の解析を試み、軸方向地圧の大小によって地山に現われる降伏モードを分類し、その相違を理論的に検討した。

2. 弾塑性解析モデルと適用条件式

トンネル軸方向地圧 q_0 、横断面方向に静水圧的地圧 p_0 とする軸対称な初期地圧(図-1参照)を仮定し、掘削後も地山応力 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ が主応力となる場合を考える。地山降伏条件は2次元のMohr-Coulomb線形式を用い、降伏後は完全塑性体として挙動するものとし、数理塑性論の関連流動則が適用できる(体積膨脹を含む)ものとした。トンネル掘進モデルは平面ひずみ状態を仮定し、トンネル内圧 p_i が掘削前の初期状態 $p_i = p_0$ から低減して、掘削完了の最終状態 $p_i = 0$ に至る過程で表わす、内圧 p_i をパラメータとしたモデルである。解析に使用する記号を図-2に示し、適用した条件式を以下に列挙する。

a. 釣合い方程式(円柱座標系表示)

$$r \cdot \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0$$

b. 降伏条件式(Mohr-Coulomb線形式)

$$f = \sigma_1 - \zeta \cdot \sigma_3 - S_c = 0$$

ここで、 S_c, ζ : 地山の軸圧縮強度、内部摩擦角関数

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: 主応力 ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$)

$$S_c = \frac{2c \cdot \cos \phi}{1 - \sin \phi} = 2c \cdot \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

$$\zeta = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

ここで、 c, ϕ : 地山の粘着力、内部摩擦角

c. ひずみの微小変位定義式とその弾塑性成分和の式

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} = \varepsilon_r^{(e)} + \varepsilon_r^{(p)}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} = \varepsilon_\theta^{(e)} + \varepsilon_\theta^{(p)},$$

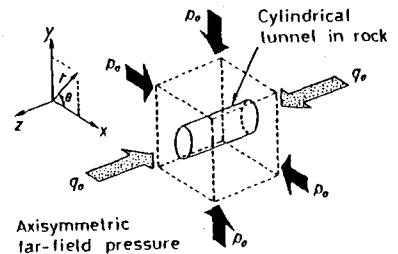


図-1 初期地圧と円形トンネル

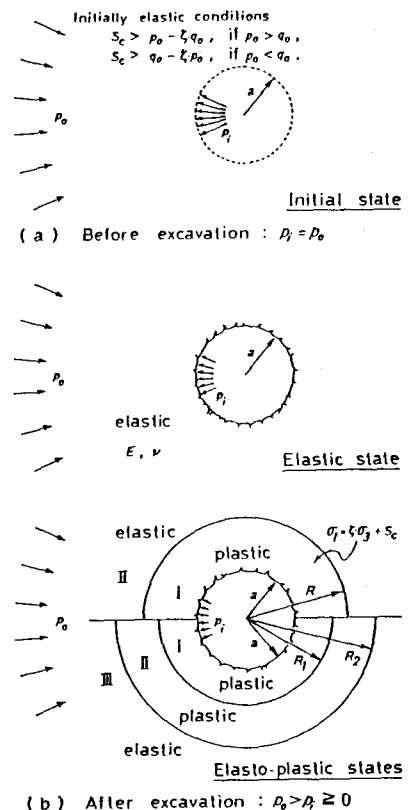


図-2 解析モデルと使用記号

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z^{(e)} + \varepsilon_z^{(p)}$$

ここで、添字 (e), (p) は弾性成分, 塑性成分を示す。

d. ひずみの適合条件式

$$r \cdot \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \varepsilon_\theta - \varepsilon_r = 0$$

e. 応力-弾性ひずみ関係式 (Hooke の法則)

$$E \cdot \varepsilon_r^{(e)} = \sigma_r - \nu (\sigma_\theta + \sigma_z)$$

$$E \cdot \varepsilon_\theta^{(e)} = \sigma_\theta - \nu (\sigma_z + \sigma_r)$$

$$E \cdot \varepsilon_z^{(e)} = \sigma_z - \nu (\sigma_r + \sigma_\theta)$$

ここで, E, ν : 地山のヤング率, ポアソン比

f. 平面ひずみ条件式

$$\dot{\varepsilon}_z = 0 \quad (i.e. \quad \varepsilon_z = \text{const.})$$

g. 塑性ひずみ速度式 (関連流動則, Associated flow rule)

$$\dot{\varepsilon}_r^{(p)} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_r}, \quad \dot{\varepsilon}_\theta^{(p)} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_\theta}, \quad \dot{\varepsilon}_z^{(p)} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_z}$$

ここで, λ : 無限小の比例係数, $\cdot$ (上部のドット) はトンネル内圧 p_i の変化に関する微分を示す。

3. トンネルの破壊モードと地山降伏条件

トンネルの破壊モードについて軸方向地圧 σ_z を加えて検討すると, 図-3 に示すように σ_z が卓越して大きい場合のモード A, σ_z が小さい場合のモード B, σ_z が中間主応力になる場合のモード C の 3 つに分類できよう。このように軸方向地圧の大小によって, トンネル掘進に伴う地山挙動は異なり, それぞれの応力場, ひずみ場を解析解で示すことができる。内圧 p_i が初期状態 $p_i = p_0$ から減少すると, まず内空壁面で初期降伏を生じる。この時の内圧を $\bar{p}_i$ として地山降伏条件を降伏モード A, B, C に応じて分類すると表-1 のようであり, 具体例として $\zeta = 3$ (i.e. $\phi = 30^\circ$) の時を図化すると図-4 のようである。モード CA および CB は, それぞれモード C と A および C と B が複合して生じる降伏モードを示す。さらにトンネル掘進に伴って応力解放が進み, 内圧 p_i が減少すると第 2 期降伏 (モード変化) が生じる場合もある。この時の内圧を $\hat{p}_i$ とする。このような地山挙動の変遷を求まった解析解の応力分布に従って分類すると図-5 に示すような模式図で表わせる。初期状態から最終状態に至る ($p_i: p_0 \rightarrow 0$) 掘進過程における初期, 第 2 期降伏時の内圧 $\bar{p}_i, \hat{p}_i$ および地山降伏モード

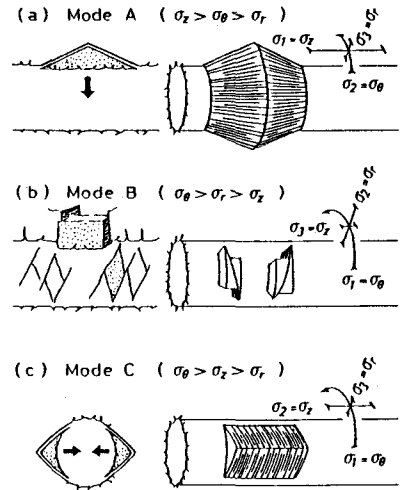


図-3 トンネルの破壊モード

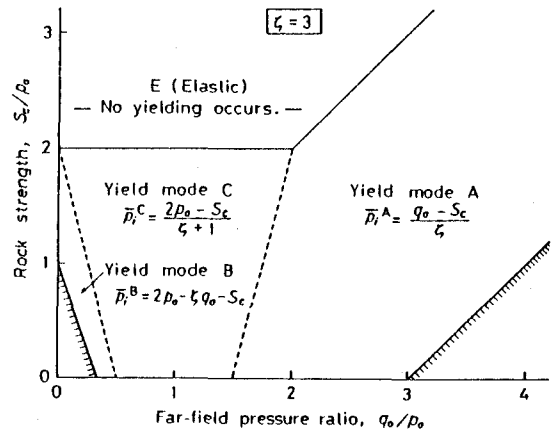


図-4 地山条件による初期降伏モード ($\zeta = 3$ の場合)

表-1 初期降伏の地山条件とそのモード分類

Far-field pressure relations	Rock strength conditions	Yield mode	Yield pressure $\bar{p}_i$	Stress order $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$
$q_0 \geq 2p_0$	$q_0 - \zeta p_0 < S_c < q_0$	A	$\bar{p}_i^A = \frac{q_0 - S_c}{\zeta}$	$\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$
$\left\{ \begin{array}{l} 2p_0 > q_0 > p_0 \\ q_0 = p_0 \end{array} \right.$	$q_0 - \zeta p_0 < S_c < 2p_0$	(CA)	$\bar{p}_i^C = \frac{2p_0 - S_c}{\zeta + 1}$	$(\sigma_z = \sigma_\theta > \sigma_r)$
$\left\{ \begin{array}{l} p_0 > q_0 > 0 \\ q_0 = 0 \end{array} \right.$	$p_0 - \zeta q_0 < S_c < 2p_0$	C	$\bar{p}_i^C = \frac{2p_0 - S_c}{\zeta + 1}$	$\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$
	$p_0 - \zeta q_0 < S_c < 2p_0 - (\zeta + 1)q_0$	(CB)	$\bar{p}_i^B = 2p_0 - \zeta q_0 - S_c$	$(\sigma_\theta > \sigma_r = \sigma_z)$
	$p_0 - \zeta q_0 < S_c < 2p_0 - (\zeta + 1)q_0$	B	$\bar{p}_i^B = 2p_0 - \zeta q_0 - S_c$	$\sigma_\theta > \sigma_r > \sigma_z$

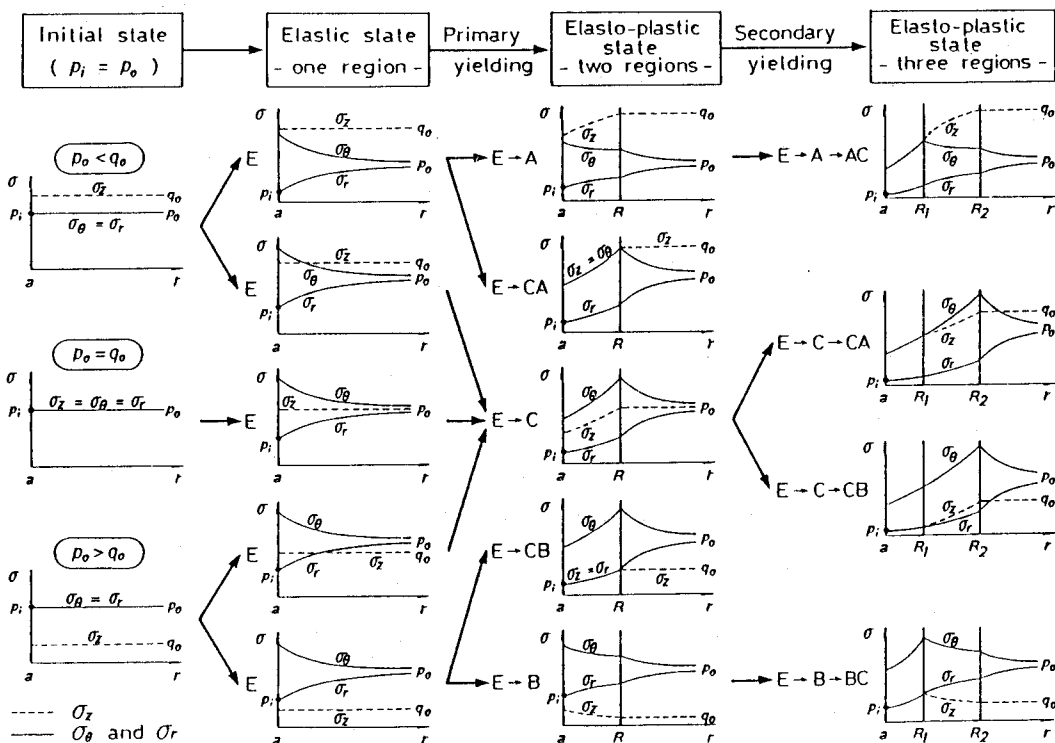


図-5 円形トンネル掘進 ($p_i: p_o \rightarrow 0$) に伴う地山応力状態の変遷を表す解析解の分類模式図

ドの変遷を具体例で示すと図-6のようである。

4. 掘削完了時 ($p_i = 0$) の塑性領域と壁面押出し変形量

トンネル軸方向初期地圧によって、掘削完了時の地山内への塑性領域の進展および内空壁面における押出し変形量がどのように相違しているかを示すと図-7、図-8のようである。初期地圧比 $q_o/p_o = 1$ の時の値と比較すると、弾塑性境界半径は、 $q_o/p_o = 0.1$ で1.579倍、 $q_o/p_o = 3$ で1.500倍となる。一方、壁面押出し変形量 u_a は、 $q_o/p_o = 0.1$ で1.022倍であるが、 $q_o/p_o = 3$ では2.324倍に

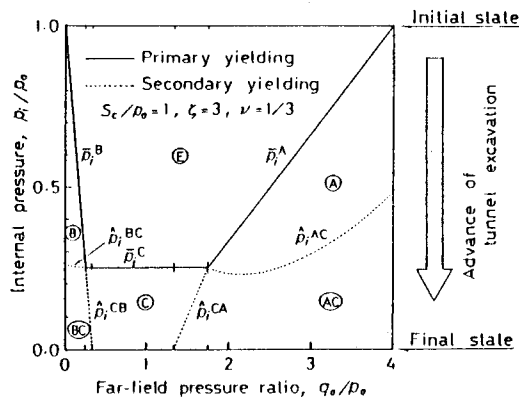
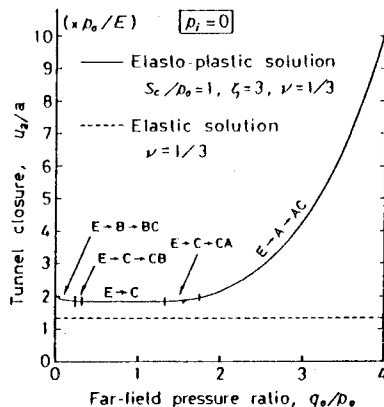
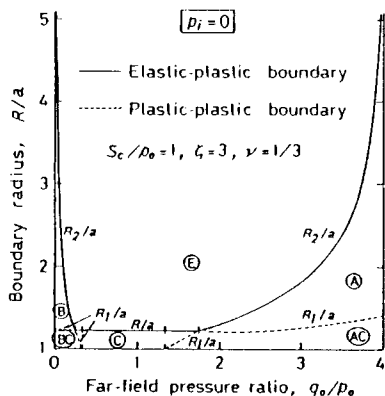


図-6 初期および第2期降伏時の内圧 ($\bar{p}_i$ および $\hat{p}_i$)

図-7 トンネル掘削完了時 ($p_i = 0$) の地山内弾性-塑性境界半径 (R または R_2)

図-8 トンネル掘削完了時 ($p_i = 0$) の内空壁面における押出し変形量 (u_a)



もなる。したがって、地山内塑性領域の進展は、 q_0/p_0 が極端に小さくてもまた卓越して大きくても共に大きくなる。一方、地山押し変形量は、 q_0/p_0 が1より大きくなる時だけ次第に大きく変形することがわかる。以上のことから、特に初期地圧比が1より大きな

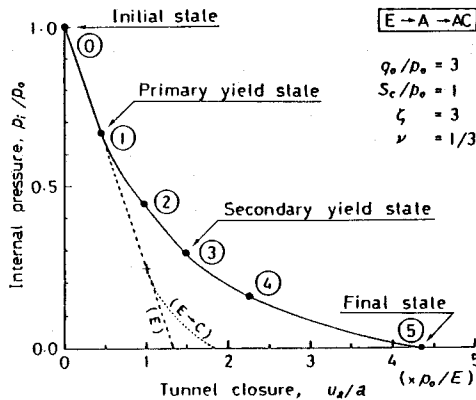


図-9 地山反力曲線(→図-10参照)

値をとる時に留意すべきことがわかる。参考のために、 $q_0/p_0 = 3$ の時の地山反力曲線(内空壁面における内圧 p_i と押し変形量 u_a との平衡曲線)を図-9に、トンネル掘進過程①、⑤における地山応力分布の変遷を図-10に示す。なお、掘削完了時の最終状態では $u_a/a = 4.304 \times p_0/E$, $R_1/a = 1.259$, $R_2/a = 1.837$ であり、初期降伏時の内圧 $\hat{p}_i/p_0 = 0.667$, 第2期降伏時の内圧 $\hat{p}_i/p_0 = 0.292$ である。

5. まとめ

解析解の計算事例を中心に、主な結果の傾向をまとめて列挙する。

- (1) 地山初期降伏は、5つのモードA, B, C, CA, CBに分類でき、初期地圧比 q_0/p_0 、地山強度比 S_c/p_0 、内部摩擦角関数らによって支配される。
- (2) 初期降伏後、第2期降伏する場合もあり、これはさらに4つに分類でき、 q_0/p_0 、 S_c/p_0 、 ζ のほかに地山のポアソン比 ν によって支配される。
- (3) 降伏後の弾性塑性状態を応力分布で分類すると、図-5に示すように $E \rightarrow A$, $E \rightarrow B$, $E \rightarrow C$, $E \rightarrow CA$, $E \rightarrow CB$ (以上2領域構成), $E \rightarrow A \rightarrow AC$, $E \rightarrow B \rightarrow BC$, $E \rightarrow C \rightarrow CA$, $E \rightarrow C \rightarrow CB$ (以上3領域構成)の9つある。
- (4) 地山内への塑性領域の進展は、各モードによって異なるが、 q_0/p_0 が1より大きくなるか小さくなるかに従い、共に地山深部へ達する。
- (5) 壁面押し変形量は、 q_0/p_0 が1より小さくなくても増加は少ないが、 q_0/p_0 が大きくなるに従い、次第に増加し、大きな影響が及ぼされる。
- (6) 地山反力曲線は、モードA初期降伏に限り、 q_0/p_0 が大きくなるに従って変位が顕著になる。しかし、Aを除くすべてのモードでは、微妙に異なるが $E \rightarrow C$ とほぼ同一曲線になる。

6. あとがき

パラメータである内圧 p_i の低減でトンネル掘進を評価する、比較的簡単な平面ひずみ解析モデルで、トンネル軸方向地圧の影響を理論的に検討した。厳密に言えば、トンネル切端支持力の効果については3次元解析が必要となるが、このような解析解でもそれ相応の3次元的な地山挙動を把握できることがわかった。また、3次元解析に先立つ予備解析あるいは弾塑性有限要素解析などの数値解を確認する厳密解としても利用できる。今後は、立坑を含む地下空洞の設計、施工時の基礎資料として応用し、その地山挙動を観測し、比較照合する必要がある。最後に、適切な御助言を賜った京都大学工学部資源工学教室・斎藤敏明博士に感謝の意を表します。

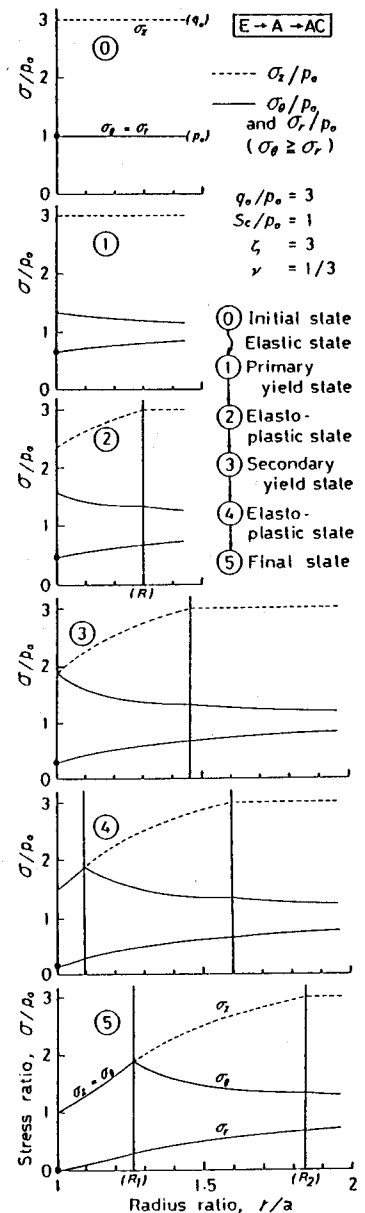


図-10 地山応力分布の変遷

(41) THE INFLUENCE OF AXIAL PRESSURE ON THE YIELDING
OF ROCK MASS AROUND A CYLINDRICAL TUNNEL

by

Yoshiharu KOBAYASHI, Masao NISHIMURA and Seiji EBISU
Technical Research Institute
Okumura Corporation

Today, numerical methods such as the finite element method are mostly used for engineering and construction of a tunnel excavated in rock. Even simple analytical methods, however, may be sometimes helpful enough to obtain the conceptional behavior of the surrounding rock in parametric studies or to validate the predictions of finite element codes.

The purpose of this paper is to clarify the effect of the axial pressure on the surrounding rock of a tunnel with a circular section and to classify the types of stress distribution by yielding behavior of the rock.

For simplicity, the rock mass is assumed to be elastic-perfectly plastic and to obey the linear Mohr-Coulomb yield criterion as well as the associated flow rule of the theory of plasticity; hence dilation is included. It is also assumed that a rock behaves in accordance with the condition of plane strain and that the internal radial pressure decreases as the excavation of a tunnel proceeds.

The internal pressure decreases from the initial value, which is equal to that of the far-field radial pressure, to the final value of zero. As the internal pressure is decreasing, first the inner boundary of the tunnel starts yielding. There are three different modes and two other composite modes in this primary yielding stage depending on the relative magnitudes of the radial, tangential and axial stresses. As it is further decreasing, the inner boundary gets into the secondary yielding stage or starts changing the modes. The surrounding rock mass is, then, divided into three zones through the secondary yielding and the four different solutions are obtained. Thus, all the elasto-plastic analyses with these different yield modes give the complete stress, strain and displacement distributions. The variations in both primary and secondary yield pressures, plastic boundary radii, and tunnel closures are given in terms of changes in far-field rock pressure ratio.

It is studied from the results that the axial pressure is an essential factor in tunnel analyses and that it influences to a large extent the yielding behavior of the surrounding rock mass.