

(14) 原位置での温度伝導率の測定 (その1: 測定理論および従来の測定法との比較)

清水建設研究所 正員 ○羽根 義 清水建設研究所 正員 木下 直人
清水建設土木技術部 正員 石井 卓 明治大学工学部 藤井 石根

§ 1 はじめに

岩盤内地下構造物の設計施工をおこなう場合、岩盤の熱移動を十分考慮する必要がある。この熱移動現象を解析するための方法として、一般に有限要素法、有限差分法等が用いられるが、これらの解析手法自体は空間刻みと時間刻みを適合させることにより十分な精度で解が得られる。しかしその解析手法に用いられる熱定数によってその解は大きく異なる。岩盤内の熱物性は、岩盤内の水の影響、熱的異方性、さらには亀裂等により大きく異なると言われるが、従来の熱物性の測定は原位置からサンプリングした小試料を用いて室内試験による方法が主であり、これらの室内試験で得られた熱物性値は原位置での熱物性値であるとは言い難い面がある。

これらの状況のもとで、筆者らは原位置において直接熱物性を測定する方法を研究しているが、本論文では、提案する温度伝導率の測定理論の概要を述べ、ポリカーボネート試料を用いて従来の測定法(半無限固体近似法)と比較検討をおこなった結果、および測定誤差の定量化の検討結果について述べる。

§ 2 温度伝導率の測定式の概要

2.1 スプライン関数法による測定式(SF33)の概要

$$1 \text{ 次元熱伝導方程式系: } a \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

の温度伝導率 a の測定に用いる入力温度データを、 $\phi(x_i, t_j)$ ($i=0, 1, \dots, M, j=0, 1, \dots, N$) とし、

$$\phi(x, t) \simeq \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N \phi(x_i, t_j) c_i(x) c_j(t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

と近似する。ここで、 $c_i(x)$ 、 $c_j(t)$ は3次のカーディナルスプラインであり、

$$\begin{aligned} c_i(x_k) &= \delta_{ik} & (i, k = 0, 1, \dots, M) \\ c_i(t_m) &= \delta_{jm} & (j, m = 0, 1, \dots, N) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で、 δ_{ik} 、 δ_{jm} はクロネッカーデルタを示す。

式(2)を式(1)に代入し、区間 $[x_0, x_2] \times [t_0, t_2]$ において積分し、シンプソンの公式を用いると、次式に変形される

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N a \phi(x_i, t_j) \{c_i'(x_0) + 4c_i'(x_1) + c_i'(x_2)\} \{c_j(t_0) + 4c_j(t_1) + c_j(t_2)\} \\ & - \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N \phi(x_i, t_j) \{c_i(x_0) + c_i(x_1) + c_i(x_2)\} \{c_j'(t_0) + 4c_j'(t_1) + c_j'(t_2)\} = 0 \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、3次のスプラインの性質より、

$$\begin{aligned} \{c_i'(x_0) + 4c_i'(x_1) + c_i'(x_2)\} / 6 &= \{c_i(x_0) - 2c_i(x_1) + c_i(x_2)\} / (dx)^2 \\ \{c_j'(t_0) + 4c_j'(t_1) + c_j'(t_2)\} / 6 &= \{c_j(t_2) - c_j(t_0)\} / (2dt) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

が得られるから、式(5)を式(4)に代入して、

$$\begin{aligned} F = SF33 &= \phi(x_0, t_2) + 4\phi(x_1, t_2) + \phi(x_2, t_2) - \phi(x_0, t_0) - 4\phi(x_1, t_0) - \phi(x_2, t_0) : \div 2 \{ \phi(x_0, t_2) \\ & - 2\phi(x_1, t_2) + \phi(x_2, t_2) + 4\phi(x_0, t_1) - 8\phi(x_1, t_1) + 4\phi(x_2, t_1) + \phi(x_0, t_0) - 2\phi(x_1, t_0) + \phi(x_2, t_0) \\ & \equiv \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & -1 \end{array} \right\} \begin{array}{c} t_2 \\ t_1 \\ t_0 \end{array} \Bigg/ 2 \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{array} \right\} \begin{array}{c} t_2 \\ t_1 \\ t_0 \end{array} \Bigg\} = a \frac{dt}{(dx)^2} \quad \dots\dots\dots (6) \\ & \quad x_0 \quad x_1 \quad x_2 \qquad \qquad \qquad x_0 \quad x_1 \quad x_2 \end{aligned}$$

が得られる。ここで、 F は離散化フーリエ数で $F = \alpha \Delta t / (\Delta x)^2$ を示し、 $\{ \}$ は、 $\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 a_{ij} \phi(x_i, t_j)$ (a_{ij} は係数)を表示するものとする(以下、同様)。

2.2 差分法による測定式 (FD32) の概要

Crank-Nicolson法を用いた差分法による測定式は、次式で示される。

$$F = \text{FD32} \equiv 2 \left\{ \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{matrix} \right\} / \left\{ \begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{matrix} \right\} = \alpha \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \dots\dots\dots (7)$$

2.3 数値補間法による測定式 (ISF33) の概要

式(6)を Δx 移動して、次式を得る。

$$F = \text{SF53} \equiv \left\{ \begin{matrix} 1 & 6 & 10 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -6 & -10 & -6 & -1 \end{matrix} \right\} / 2 \left\{ \begin{matrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & -8 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

また、端条件に P -スプラインを用いた場合、数値補間すること、

$$\begin{aligned} \phi(x_1, t) &= \frac{1}{8} \{ 3\phi(x_0, t) + 6\phi(x_2, t) - \phi(x_4, t) \} \\ \phi(x_3, t) &= \frac{1}{8} \{ -\phi(x_0, t) + 6\phi(x_2, t) + 3\phi(x_4, t) \} \end{aligned} \dots\dots\dots (9)$$

が得られる。式(9)を式(7)に代入し、 $2 \Delta x \equiv \Delta X$ とすると、次式となる。

$$F = \text{ISF33} \equiv \left\{ \begin{matrix} 5 & 38 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -5 & -38 & -5 \end{matrix} \right\} / 16 \left\{ \begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{matrix} \right\} = \alpha \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \dots\dots\dots (10)$$

これら提案する測定式 (SF33, FD32, ISF33等)は、いずれも空間方向 Δx m毎に3点の温度センサを用い、時間間隔 Δt 毎に2〜3回温度を測定するのみで、温度伝導率を測定することができる。

§ 3 温度伝導率の測定結果

室内試験による熱物性の測定方法として、片山らの“半無限固体近似法による熱物性の測定法”が一般的である。この測定方法は、O. Krisher, W. Knappe らの方法に比べ、断熱、定温などの境界条件を作る必要がなく、測定装置が簡単で一般の測定法と同程度の精度(測定誤差5%以内)で熱物性が短時間に測定できるのが特徴である。

従って、本論文では、本提案する温度伝導率の測定法を“半無限固体近似法”に準拠させ、同時測定をおこない測定精度の比較検討をおこなった。

3.1 温度伝導率の測定装置

“半無限固体近似法”に準拠した温度伝導率の測定装置を図3.1に示す。

測定装置の熱源として厚さ0.02mmのニクロム箔を用い、直流電流を流して一定量発熱させる。熱源の両側に平板試料(5mm×96mm×96mm)を10枚対称に重ね、また、周囲には厚さ50mmのスタイロフォームを設け全体をボルト締めする。

温度測定は加熱面、加熱面から5mmおよび10mm離れた3点で、試料に埋め込んだ直径0.076mmの銅-コンスタンタン熱電対により行う。ただし、半無限固体近似法では、加熱面と加熱面から5mm離れた2点の測定値を用いる。

熱起電力の測定は、フルスケール0〜1mVのペン書きレコーダで行う。また、熱起電力の温度への変換は、予め作成しておいた校正曲線(5次の多項式回帰曲線、相関係数 $r = 0.9998$)を用いて行う。

熱電対を熱源と絶縁するため、厚さ0.08mmのポリエチレンシートを挟む。また、試料間の空気層をなくすために、シリコングリースを塗り密着させる。

測定装置を恒温槽内に置き、一定の初期温度分布条件が満足されることを確認してから測定を開始する。

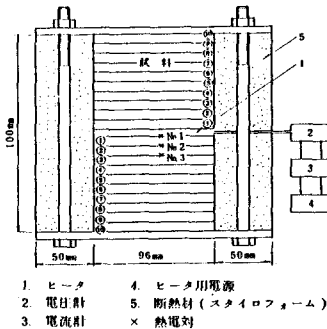


図3.1 温度伝導率の測定装置

3.2 温度伝導率の測定結果

図 3.2 は各温度センサの温度応答を示す。また図 3.3 に本提案する温度伝導率の測定式 (SF33, 1SF33, FD32) を用いてポリカーボネート試料の測定をおこなった結果, および半無限固体近似法による測定結果 (K-value) を示す。

図 3.3 より, 提案する測定法による測定結果は半無限固体近似法の結果に比べ, +1.3 ~ -1.9 % 程度の差しか生じていないことがわかる。

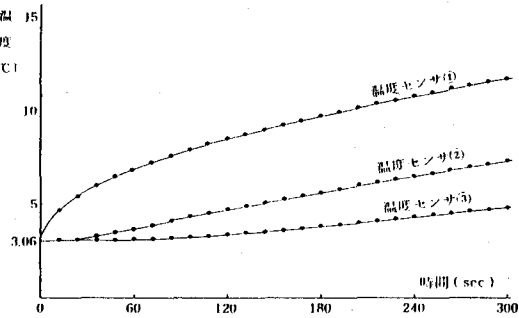


図 3.2 各温度センサの温度応答

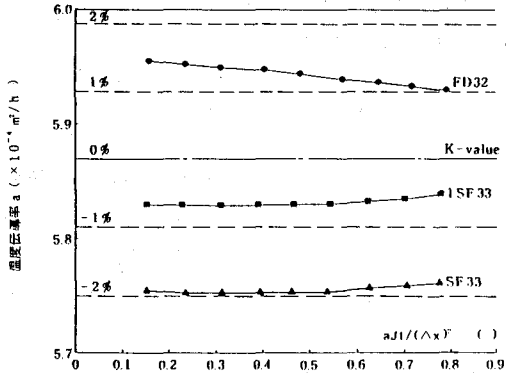


図 3.3 各測定式によって得られた温度伝導率

§ 4 半無限固体近似法と本提案の測定法の誤差要因

半無限固体近似法による測定誤差要因および本提案の測定法による測定誤差要因をそれぞれ表 4.1 および表 4.2 に示す。

4.1 誤差要因の定量化

表 4.1 および表 4.2 で分類された誤差要因の定量化をおこなうための仮定条件を表 4.3 に示す。

4.1.1 半無限固体近似法の誤差要因

(1) 理論誤差: 発熱面の温度および発熱面より 5 mm 離れた温度を $\theta_{s,t}$, $\theta_{5,t}$ とすると, 半無限固体近似法では次式より温度伝導率が算定される。

$$f(\xi) = \theta_{s,t} / \theta_{5,t} = \exp(-\xi^2) - \sqrt{\pi} \xi \operatorname{erfc} \xi \quad \dots\dots\dots 1.1$$
$$\xi = S / 2 \sqrt{a t} \quad \dots\dots\dots 1.2$$

ここで, a は温度伝導率, S , t は各々試料厚み (5 mm), 測定開始時刻からの経過時間を示す。

筆者らは, 式 1.2 の ξ を 10^{-8} 桁まで求めており, その結果温度伝導率の算定誤差は $1.2 \times 10^{-6} \%$ 程度となる。

(2) 初期温度分布誤差 (恒温槽温度のばらつきによる誤差): 恒温槽内では $0.5^\circ\text{C} \sim 1.0^\circ\text{C}$ 程度の誤差が常に生じているが, 測定装置上下で 1.0°C 程度生じたとして, サンプル 1 枚間では, 約 $1.86 \times 10^{-2}^\circ\text{C}$ 程度の温度差が生ずる。[ただし, 熱伝達抵抗および, サンプル 1 枚の熱抵抗を各々 $0.25 \text{ m}^2 \text{ h}^\circ\text{C} / \text{Kcal}$, $1.5 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ h}^\circ\text{C} / \text{Kcal}$ とし, 20 枚のサンプルで構成されていると仮定する。] その結果, 初期温度分布のばらつきに対し温度伝導率の誤差は $\pm 1.2 \%$ となる。

(3) 発熱体の熱容量誤差および(4) 電気的絶縁体の熱的誤差: 本実験で使用した発熱体および電気絶縁体の仕様では, その誤差は無視できる。

表 4.1 半無限固体近似法の誤差要因

半無限固体近似法の誤差要因	1. 理論誤差	型非円柱近似誤差	(1)
	2. 測定条件に関する誤差	初期温度分布誤差	(2)
		発熱面温度のばらつきによる誤差	(3)
		発熱体の熱容量誤差	(4)
		電気的絶縁体の熱的誤差	(5)
		半無限固体近似誤差	(6)
温度計測誤差	3. 温度計測誤差	多次元熱流誤差	(7)
		熱電対 No. 1, No. 2	(8)
		測定機器誤差 (機器精度・熱電対誤差・読み取り誤差)	(9)

表 4.2 提案する原位置での測定法の誤差要因

提案する測定法の誤差要因	1. 理論誤差	離散化誤差	No. (1)
	2. 測定条件に関する誤差	多次元熱流誤差	(2)
		熱電対 No. 1, No. 2, No. 3	(3)
	3. 温度計測誤差	測定機器誤差 (機器精度・熱電対誤差・読み取り誤差)	(4)
		サンプルの密着性誤差 (接着部の熱物性誤差)	(5)

(5) 半無限固体近似誤差： 本実験では試料（5 mm厚さ）を片面 10 枚重ねており、その結果加熱面の温度 $\theta_{0,i}$ が 10°C 変化しても、試料端では 10^{-4}C の変化しか生じず、半無限固体に近似できる。

(6) 多次元熱流誤差： 試料寸法は $5 \times 96 \times 96 \text{ mm}$ で、測定条件の範囲では -0.18% の温度伝導率の誤差が生ずる。

(7) 温度計測機器誤差： 本実験に使用したペン書きレコーダの精度はフルスケールの 0.3% で、熱電対の使用に関して JIS Z8704 の B 級測定方式を用い、さらに多項式回帰により、熱電対は mV 指示値の 0.5% の計測誤差となる。また読み取り誤差は 0.25 mm とする。

(8) 試料の接着部の熱的誤差： みかけの熱伝導率、熱容量を、熱貫流率および相対平均より温度伝導率の誤差は -0.71% となる。

(9) 温度計測位置のずれによる誤差： 図 4.1 に示される熱電対の接点を考えるとき温度伝導率の測定誤差は $-1.6 \sim +2.1\%$ となる。

4.1.2 提案する測定法の誤差要因

誤差要因のうち (1) 理論誤差 (2) 多次元熱流誤差 (3) 温度計測機器誤差 (4) 温度計測位置のずれに関して、厳密解の温度 (10^{-7} 桁) を用いた数値実験により、測定誤差を求めた。ここで (5) の温度計測位置のずれについて、図 4.2 の 8 つのパターンを考慮した。また、試料の接着部の熱的誤差は半無限固体近似法と同様とした。

以上の結果を表 4.4 に示す。表 4.4 より、半無限固体近似法では $-4.6 \sim +3.8\%$ 、提案する測定式 ISF33、SF33、FD32 では各々 $-3.5 \sim +1.5\%$ 、 $-4.8 \sim +0.1\%$ 、 $-2.2 \sim +3.4\%$ の温度伝導率の測定誤差が生ずると考えられる。

§ 5 考察および結論

本提案する温度伝導率の測定法は、室内実験、および測定誤差の定量化により、 $-4.8 \sim +3.4\%$ の測定誤差で、各測定式 ISF33、SF33、FD32 では、半無限固体近似法と比較して、同等もしくは、むしろ良い精度で測定できると結論される。

参考文献 *1) 片山ら、日本機械学会論文報告集 34 巻 267 号 1968

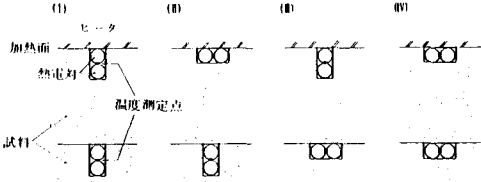


図 4.1 熱電対の位置のずれ（半無限固体近似法）

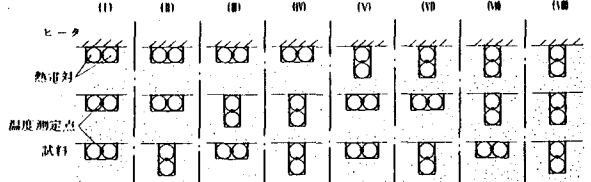


図 4.2 熱電対の位置のずれ（提案する測定法）

表 4.4 各測定法による温度伝導率の測定誤差

誤 差 の 要 因			温度伝導率の測定誤差 (%)			
			半無限固体 近似法	提案する測定法 (測定式)		
理論誤差			$\pm 1.2 \times 10^{-4}$	ISF 33	SF 33	FD 32
測定条件に因する誤差	初期温度分布誤差	恒温槽温度のばらつきによる誤差	± 1.2	-0.41 ~ -0.37	-1.78 ~ -1.74	-1.41 ~ -1.68
	発熱体熱流誤差	発熱体の熱流誤差	0	—	—	—
		電気体絶縁体の熱的誤差	0	—	—	—
	半無限固体近似誤差		0	—	—	—
	多次元熱流誤差		-0.18 ~ 0	-0.0068 ~ 0	-0.0052 ~ 0	-0.011 ~ 0
温度計測誤差	測定機器誤差 (機器精度・熱電対誤差・読み取り誤差)		-0.9 ~ +1.2	-0.03 ~ +0.05	-0.02 ~ +0.05	-0.19 ~ +0.13
	試料の接着性誤差 (接着部の熱的誤差)		-0.71	-0.71	-0.71	-0.71
	位置のずれによる誤差 (熱電対太さ、接着厚み誤差)		-1.6 ~ +2.1	-2.3 ~ +2.5	-2.2 ~ +2.5	-2.6 ~ +2.3
	温度伝導率の測定誤差 (総)		-4.6 ~ +3.8	-3.5 ~ +1.5	-4.8 ~ +0.1	-2.2 ~ +3.4

(14) A METHOD OF IN-SITU THERMAL DIFFUSIVITY MEASUREMENT (I)

The Research Institute of Shimizu Construction Co., Ltd.,
HANE Tadashi, KINOSHITA Naoto

Construction Technology Department Civil Engineering Division of Shimizu Construction
ISHII Takashi
Department of Mechanical Engineering, Meiji University
FUJII Iwane

In designing an underground structure, it is important to consider the heat transmission in the rock adequately.

Analytical methods such as F. E. M and F. D. M give excellent solutions for heat conduction problems with satisfactory accuracy, but the results are naturally much influenced by the thermal properties used for the calculations.

In general, as would be expected, the value of the material properties is not stable and changes with variations of water content, anisotropic state and material phase.

Hence, thermal properties by small specimen, which is frequently applied, does not always give the value coincident with that measured under in-situ condition.

Under such circumstances, the authors offer a new and simpler method of thermal diffusivity measurement, which are applicable to in-situ condition.

In this paper, authors discuss the accuracy by the experiments on a laboratory scale using polycarbonate specimen, and by the quantifications of the measurement error factors.

According to these experiments conducted, it is concluded that the measurement of thermal diffusivity by mean of the offered method is possible with adequate accuracy within $-4.8 \sim +3.4\%$ errors.