

(7) 岩盤工学への個別要素法 (DEM) の適用に関する 2, 3 の試み

京都大学工学部 大 西 有 三
安 部 吉 生
長 野 恵 一
河 野 正 雄

1 はじめに

大型計算機の発達にともない地盤の応力、変形解析を行うための様々な方法が開発、改良されてきている。中でも、有限要素法が汎用的に用いられているが、地盤内に不連続面を内包するような場合の変形解析に対しては、ジョイント要素等を導入することによりある程度の対応を行っている。しかし、近年の地下発電所等の工事による大規模掘削にともない、地下空洞や斜面の安定性を検討するとき、壁面の崩落、あるいは剝落は、もともと存在していた不連続面に沿って起こると考えるのが妥当である。有限要素法は、本来、地盤を一つの連続体として仮定している以上、微小変形問題という基本的な約束からは脱却できない。

Cundall は、1971年に節理性岩盤の崩壊過程を追跡する手法として、個別要素法 (DEM: Distinct Element Method) を提案した。これは剛体ブロックごとにたてられた運動方程式を解くことにより、岩盤の集合体である岩盤の動的な挙動、たとえば崩壊過程を時々刻々に追跡しようというものである。

今回は、この手法をより現実的な問題に適用することを考え、例として耐震設計のための地震応答モデル、さらに地下空洞やトンネル等の問題へ適用させるための有限要素法とのカップリングを考えた手法を示す。

2. 解析手法

i) 地震時挙動への適用

地震時の斜面や地下空洞の安全に対して論ずることは容易ではない。現在、実際の耐震設計に関しては、地震力を静力学的に取り扱う、いわゆる震度法が用いられている。震度法では静的な力を与えたときの安全率が1以下であれば破壊したと見なされるが、実際の地震では安全率が1以下になるのは極めて短時間であり、その間に起こる変形もごく小さいと考えられる。したがって、一つの地震において安全率が何回か1以下になっても、揺れほどの影響などから、安定である場合が生じる。

ここで最適設計を考えるに、Cundall の方法を用いれば崩壊過程を追跡することが可能であり、これに地震力の作用を加味することで実際の地震時の解析に有効な方法とすることができる。

個別要素法では、モデル要素を表現するブロックは自由ブロックと固定ブロックで構成されているが、その固定ブロックを強制振動させると、地震時の岩盤の挙動を表わすことができる。ここでは地震力を平面内の一次元単振動とし、固定ブロックの速度を次のように与えると、Fig. 1 のような問題を解くことができる。

$$U_x = V \cos(2\pi t/T) \quad (1)$$

V : 最大速度

個別要素法では、仮想弾性膜における接触によって力の伝達を評価しているため、摩擦係数などが重要な意味をもつ複雑なモデルにおいては、地震力を作用させる前にある程度の時間を安定状態を得るために設定することが不可欠である。

ii) カップリング

Cundall の方法は、剛体ブロックを使い、ジョイント間のみの変形を理想化して扱っている。この剛体ブロックモデルに変形の挙動を表す適切な方法を追加す

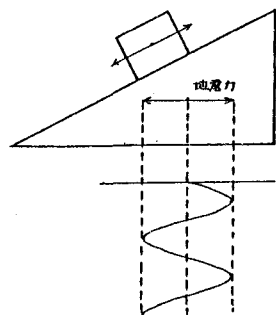


Fig. 1

ること、空洞モデル等に関して一つの有効な手法となるはずである。そこで、剛体ブロック領域と有限要素領域を結合部分に、インターフェイス領域とも呼べる連続体領域をジョイントとして挿入するという方法で、個別要素法と有限要素法のカップリング問題を考えることとする。

この考え方をモデル化するにあたり、そのひとつの例をFig. 2に概念的に示す。これは空洞よりはるかに離れた領域も含むモデルであり、有限要素と剛体ブロックが混合されている。空洞より遠く離れた岩は挙動が連続体的であり、有限要素で表すことに問題はない。また、空洞のライニングも、通常はコンクリートで作られるので有限要素で示し、空洞の近傍、すなわちゆるみ域については岩盤は不連続性で、変形がジョイント間のすべりに依存する領域と考え剛体ブロック要素を用いて表している。Fig. 3では、有限要素領域と剛体ブロック領域との結合関係を示している。このカップリング問題においては、有限要素領域と剛体ブロックとの間に、ある種の連続体の設定が必要とされ、その連続体は両方の領域の挙動にともなう変形する。このモデルにおいては、同じ座標値をもつ有限要素内の2つの節点が多少の間隔を行うことによってジョイントとしての動きをし、結合された二つの異なる領域の性質を保持している。それぞれの節点はFig. 3のように別々のブロックの節点に結合している。

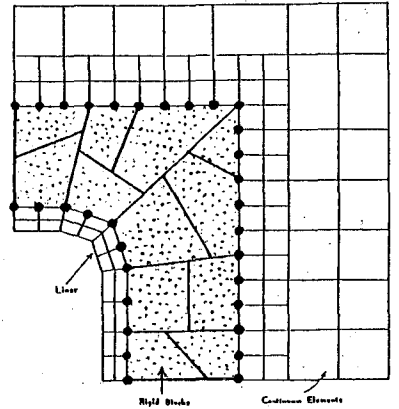


Fig. 2

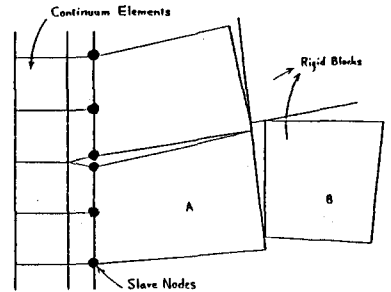


Fig. 3

二次元平面問題において、有限要素と剛体ブロックの両方に対する支配式は以下のである。

$$\{M\}\{\ddot{u}\} + \{C\}\{\dot{u}\} = \{f\} \quad (2)$$

$$\{f\} = \{f^{ext}\} - \{f^{int}\} \quad (3)$$

ここで $\{u\}$: 節点変位マトリックス, $\{f^{ext}\}$: 外部力マトリックス, $\{f^{int}\}$: 内部力マトリックス,

$\{M\}$: 質量マトリックス, $\{C\}$: 減衰マトリックス

" $\cdot$ " は時間微分を意味し、ゆえに $\{\ddot{u}\}$ は節点の加速度マトリックスとなる。

それぞれの有限要素Eでは、2つの自由度を考え、それぞれの外力 f_{xE} , f_{yE} に対応して u_{xE} , u_{yE} とする。剛体ブロックにおいては、すべての節点はそれぞれの重心を中心と考え、3つの自由度 u_{xE} , u_{yE} , θ_E をもつ。質量マトリックスはひとまとめにして考え、 $M_{x1} = M_{y1} = M_1$ と慣性モーメント I_1 からなる。

変形可能な要素においては、内部力は変形に対する抵抗力から生じ、次式で示される。

$$\{f^{int}\}^E = \int_{V_E} \{B\}^T \{\sigma\} dV \quad (4)$$

ここで、添字Eは有限要素Eについてであることを示し、 $\{\sigma\}$ はコーシーの応力テンソル、 V_E は要素Eの体積、そして $\{B\}$ は、ひすみ速度 $\{\dot{\epsilon}\}$ と節点速度の関係を規定するマトリックスで

$$\{\dot{\epsilon}\} = \{B\}\{\dot{u}\}_E \quad (5)$$

総内部力マトリックス $\{f^{int}\}$ は要素節点力から得られ、それはごく一般的なFEMの手法で導かれる。

剛体ブロックモデルでは、内部力は完全にブロック境界の相互作用に支配されている。その支配式は、

$$\begin{cases} f_n = k_n u_n & (u_n \leq 0) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} f_n = 0 & (u_n \geq 0) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} f_s = k_s u_s & (|f_s| \leq f_n \tan \phi) \end{cases} \quad (8)$$

$$\{f_s = \text{sign}(\dot{u}_s) f_n \tan \phi \quad (|f_s| > f_n \tan \phi) \quad (9)$$

ここで f_n と f_s は Fig. 3 におけるブロック B 上の垂直方向と接線方向の接触力であり、 k_n と k_s は垂直方向と接線方向のジョイント剛性、 U_n と U_s はブロック間の相対変位の垂直、せん断方向成分、 ϕ は摩擦係数である。

式(6)、(7)は、ブロック B の辺に対するブロック A のコーナーの貫入量の関係を表わし、式(8)、(9)は、せん断力 f_s の最大許容量を規定する。計算上の便宜のため、式(6)、(8)は、式(10)、(11)のように増分形に書き換えられる。

$$\Delta f_n = k_n \Delta U_n + \alpha k_n \Delta \dot{U}_n \quad (10)$$

$$\Delta f_s = k_s \Delta U_s + \alpha k_s \Delta \dot{U}_s \quad (11)$$

ここで、 α はブロックの振動を減衰させるために必要な減衰パラメーターである。

剛体ブロックに結合している有限要素節点は、“スレイヴ”節点と呼ぶこととする。これらの節点の時間履歴は、式(12)によって規定できないが、それらが剛体ブロックの挙動に合わせて動くとは仮定することによって規定できる。

Fig. 3 に示されたようなインターフェイスについて考えると、スレイヴ節点の速度は剛体ブロックの速度によって次のように規定される。

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \end{Bmatrix}_S = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & y_R - y_S \\ 0 & 1 & x_S - x_R \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}_R \quad (12)$$

$$\{\dot{U}\}_S = [T] \{\dot{U}\}_R \quad (13)$$

上式において R と S はそれぞれ剛体ブロックと有限要素スレイヴ節点を意味し、 x_R と y_R は剛体ブロックの重心、 x_S と y_S はスレイヴ節点の座標である。

スレイヴ節点での内部力は、剛体ブロックにおいては外力として考えられる。

$$\{f^{ext}\}_R = \{f^{ext}\}_R - \sum_{s=1}^N [T]^T \{f^{int}\}_s \quad (14)$$

N は剛体ブロック R に結合したスレイヴ節点の番号である。

剛体ブロック R の質量マトリックスは

$$M_R = M_R + \sum_{s=1}^N M_s$$

$$I_R = I_R + \sum_{s=1}^N M_s [(y_S - y_R)^2 + (x_S - x_R)^2]$$

有限要素メッシュと剛体ブロック II、両方とも中央差分法によって積分される。

$$\{\ddot{u}\}^n = [M]^{-1} (\{f\}^n - [C] \{\dot{u}\}^{n-1/2})$$

$$\{\dot{u}\}^{n+1/2} = \{\dot{u}\}^{n-1/2} + \Delta t \{\ddot{u}\}^n$$

$$\{u\}^{n+1} = \{u\}^n + \Delta t \{\dot{u}\}^{n+1/2}$$

あるタイムステップ n における節点、剛体の速度、変位はこれらの式で求められる。

3. 解析例 i) 地震時挙動

Fig. 4 に示した例は、(1)式で $V = 10.0 \text{ m/sec}$ 、 $T = 1.0 \text{ sec}$ において適用したものである。コーナーに現れる応力が、そのコーナーを中心とした線分の長さで示されている。この図では上部構造には大きな変位は見られない。これに対して Fig. 5 は、 $V = 10.0 \text{ m/sec}$ 、 $T = 1000.0 \text{ sec}$ において適用したものであり、下部構造がほぼ等速で動いている状態であり、静的な力が働いている状態では上部構造が破壊に至っている。

TIME = 0.00000 TIME = 1.34164 TIME = 2.68328 TIME = 4.91935

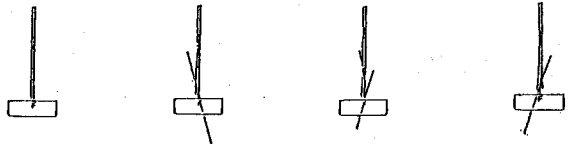


Fig. 4

TIME = 0.00000 TIME = 1.34164 TIME = 2.68328 TIME = 4.91935

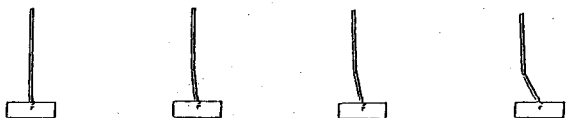


Fig. 5

この二つの例から推察されることは、地震力を静的な力として構造物を設計するという震度法に見られるような方法では、安全側に切り過ぎるということである。

Fig. 6は、水平層状岩盤のモデル図であり、ブロックA、Bに水平力を内側に向け作用させている。ここに摩擦係数 $\mu = 0.5$ 、水平力 $H = 1.0 \times 10^5 \text{ ton}$ である。十分な時間経過後のブロックの位置は、Fig. 7に示したとおりであり、摩擦力と、アーチ作用のために安定状態を保っている。この時点より、 $V = 10.0 \text{ m/sec}$ 、 $T = 1.0 \text{ sec}$ の地震力を働かせると地盤がゆるみ、ブロックは空洞部に抜け落ちようとしている (Fig. 8)。

ii) カップリング

カップリングの考え方が適用できるかどうかを検討するため、Fig. 9のような簡単な一軸圧縮モデルを考えた。上方より第1層は剛体ブロック、第2層はインターフェイス領域、第3、4層は有限要素領域であり、節点は全て固定節点である。重力をかけたときにこの構造物は樽形に変形することを示した。Fig. 10は、その変形後の概略図であり、ひずみを誇張して描いてある。

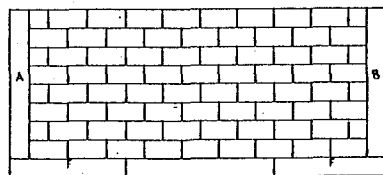


Fig. 6

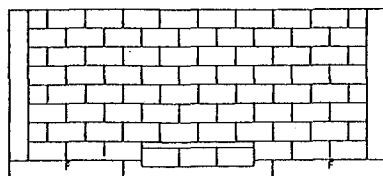


Fig. 7

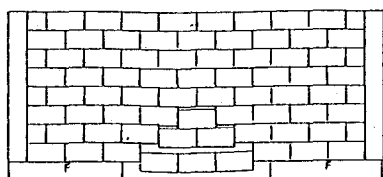


Fig. 8

参考文献

- 1) Cundall, P.A. : A computer model for rock-mass behavior using interactive graphics for the input and output of geometrical data, Report MDR-2-74, 1974
- 2) Dowding, C.H. , T.B. Belytschko and H.J. Yen : A coupled finite element-rigid block method for transient analysis of rock caverns, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, Vol. 7, pp117-127, 1983
- 3) Voegelle, M.D. : An interactive graphics based analysis of the support requirements of excavations in joint rock masses, Ph.D. Thesis, Univ. of Minnesota, Aug., 1978

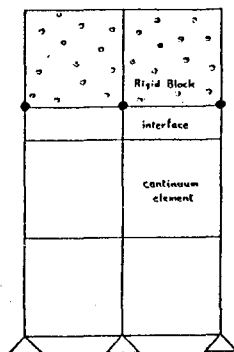


Fig. 9

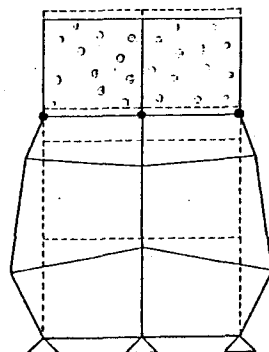


Fig. 10

(7) NEW APPLICATIONS OF DISTINCT ELEMENT METHOD TO ROCK MECHANICS

Yuzo OHNISHI, Yoshio ABE
Keiichi NAGANO, Masao KONO
(School of Civil Eng., Kyoto Univ.)

Numerical methods have recently been used often for the remarkable progress of computer technology. Finite Element method is most popular in this field. However, it basically depends on infinitesimal strain continuum theory and its extension to large displacement discontinuous media is not so easy.

To portray adequately the response of jointed rock mass requires the correct modelling of the discontinuities, that is the joints must have both normal and shear stiffness, the blocks defined by the joints must be free to undergo large displacements and rotations. A computer model which satisfies all of these criteria was presented by Cundall.

DEM can model the behavior of assemblages of rock blocks and display this behavior on CRT screen. In this method, the computer calculates the displacements, rotations and interactions of the blocks as a function of time and generates failure surfaces in those area where instabilities exist.

In this paper, two new applications of DEM to Rock Mechanics are explained; one for a slope stability problem in dynamic condition, the other for an underground excavation problem with a coupled FINITE ELEMENT-DISTINCT ELEMENT method.

Analysis of slope stability in the dynamic excitation is a direct application of DEM. We emphasize that the conventional static stability analysis may underestimate the factor of safety in earthquake loading, so the dynamic analysis of discontinuous rock masses should be established by DEM urgently.

A coupled FINITE ELEMENT-DISTINCT ELEMENT method is very promising. It can handle the problems such that the large and infinitesimal deformation regions exist in the same rock mass. For example on the stability analysis of an underground opening, the area far from the opening or concrete lining may be modeled as a continuum media by FEM. However, the loosened area around the opening should be modeled as discontinuous and it can be done by DEM. Here an example of the coupled FE-DE method is shown briefly.