

(27) 岩質材料のひずみ軟化特性に関する一考察

埼玉大学 工学部 浜島良吉
顧問組 技術研究所 草深守人

1. まえがき

構造物の設計に際してその安全率を考える場合、終局耐力を正確に把握することが必要である。しかし、何をもちいて終局耐力とするか、はたして定義することはやや困難である。例えば、荷重-変形曲線において、明確なピーク荷重を示す場合、あるいはピーク荷重を示さず荷重がゆるやかに増加する場合、又ピーク荷重後急速に荷重低下する場合、あるいはゆるやかに低下する場合等さまざまである。これらピーク後の挙動は材料特性のみならず構造特性にも大きく依存すると考えられるが、設計に際しては、これらピーク後の挙動を正確に把握することが必要である。本研究においてはこれらの力学的特性について、材料特性及び構造特性の両面から考察する。

2. 不安定破壊現象についてのエネルギー的考察

図-1は石膏材料の3軸試験に対する応力ひずみ関係であるが側圧 σ_3 の変化によって見掛け上、ひずみ軟化からひずみ硬化の状態へと変化する。しかしその破壊性状をみると図に示されるように $\sigma_3=0$ の場合には縦割れによる破壊性状を示し、側圧の増大に伴い斜めのせん断すべりによる破壊、そしてダルマ型状の圧壊へと変化する。しかしこれはあくまでも図-1に示される寸法比の供試体における3軸試験時の挙動であり、別の寸法比に対しては図-2に示されるように $\sigma_3=0$ の場合に対してでさえ、ひずみ軟化からひずみ硬化の性状を示す。ここでひずみに対しては全体の長さの変化 $E_l = \Delta l / l_0$ で表わしたものであるが、図-3に示されるように鋼材の引張試験に対しては見掛けの応力-ひずみ曲線と真の応力-ひずみ曲線ではピーク後の特性は著しく異なったものとなる。(ここで A_0 , l_0 は元の断面積と長さであり、 A , l は断面のくびれが生ずる位置における変形後の断面積と長さである。)

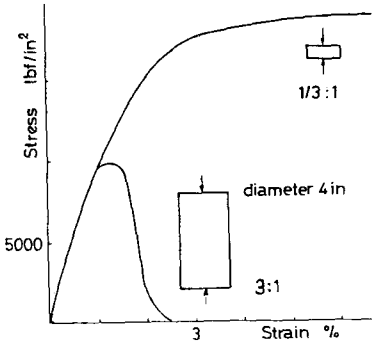


Fig. 2 Curve for Uniaxial Compression
(after Hudson, Brown and Fairhurst, 1971)

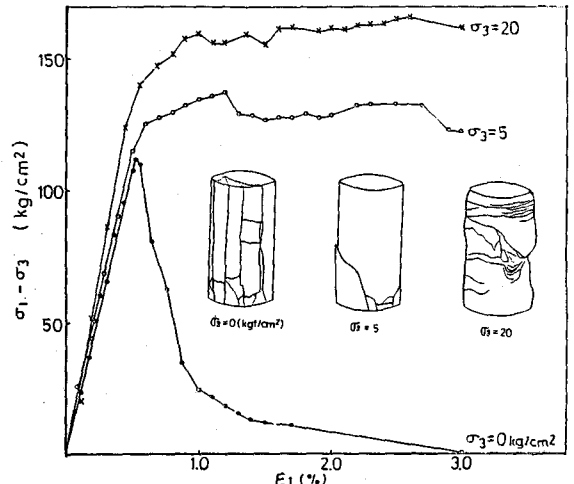


Fig. 1 Triaxial Compression Test

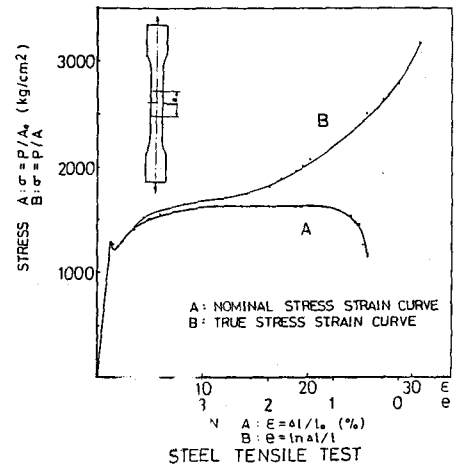


Fig. 3 Elasto-Plastic Curve for Steel

このようにひずみ軟化、ひずみ硬化特性を論ずる場合その構造特性を十分に考察する必要がある。そこで不安定破壊現象について幾何学的非線形の立場からそのエネルギー変化をながめ、図-1に示される不安定破壊現象との類似点等について考察してみよう。

図-4(a)は曲管に対する曲げモーメント-曲率変化曲線である⁽⁴⁾。これは有限変形理論に基づいて断面の偏平化を考慮し、断面が偏平化した状態でのつり合いから導かれたものである。(但し、材料は完全弾性とする。) 図-4(b)は $M=M_A$, $M=M_B$, $M=M_C$ の場合に対するポテンシャルエネルギーの変化を示したものであり、A点、B点、F点、G点、は安定なつり合い位置 ($\partial \Pi / \partial c = 0$, $\partial^2 \Pi / \partial c^2 > 0$) であり、C点、E点、は中立なつり合い位置 ($\partial \Pi / \partial c = 0$, $\partial^2 \Pi / \partial c^2 = 0$)、そしてD点、は不安定なつり合い位置 ($\partial \Pi / \partial c = 0$, $\partial^2 \Pi / \partial c^2 < 0$) を示す。これより曲げモーメントを増加させていった場合、C点から、より安定なつり合い位置G点へ飛び移り、断面は板状となる。但しB点において衝撃率により ΔW 以上のエネルギーが加えられた場合、B点からF点への飛び移りが生ずる。次にG点から除荷を行った場合、E点からより安定なつり合い位置A点への飛び移りが生ずることになる。ここで、A-B-C-D-E-F-Gの曲線は断面の偏平化のみを考慮したものであり、実際には圧縮側での局部座屈が生じ、分岐点Hから別の変形曲線H-Hに移行する。ここで円筒に何らかのimperfectionが存在した場合、曲げモーメント-曲率変化曲線はH-Hに漸近しimperfectionの程度によりO-C'-D', O-C''-D'となる。

ここでE点は残留強度であり、設計に際してE点が主要な意味を持つことになる。図-5は円筒の圧縮座屈曲線であり、座屈荷重 P_R に対し、残留強度は P_{min} ($= P_R/3$) であり、設計に際しては P_{min} を安全率で除した値を許容応力度と考えている。これはimperfectionにより強度が破綻のように低下し残留強度に近づくことによる。又図-5に示されるように座屈形状は板厚-半径比により(a)あるいは(b)の形態を示す。これは図-1の3軸試験時の破壊形態と類似しており、type(a)のダイヤモンド座屈形状は3軸試験の $\sigma_3 = 5 \text{ kg/cm}^2$ 時の斜めせん断破壊、そしてtype(b)の波形座屈は $\sigma_3 = 20 \text{ kg/cm}^2$ 時の破壊性状に類似しているといえよう。 $\sigma_3 = 0$ の場合の破壊形状は限界引張りひずみを越えることによる引きさま破壊である。

このように岩質材料の3軸試験から得られる応力-ひずみ曲線は幾何学的非線形を含んだ不安定破壊現象とし

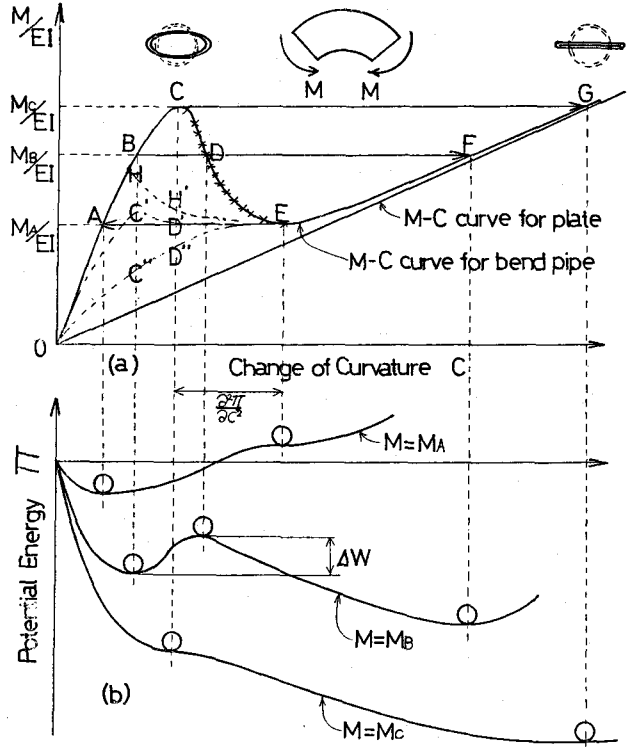


Fig. 4 Snap-Through Curve for Bend Pipe

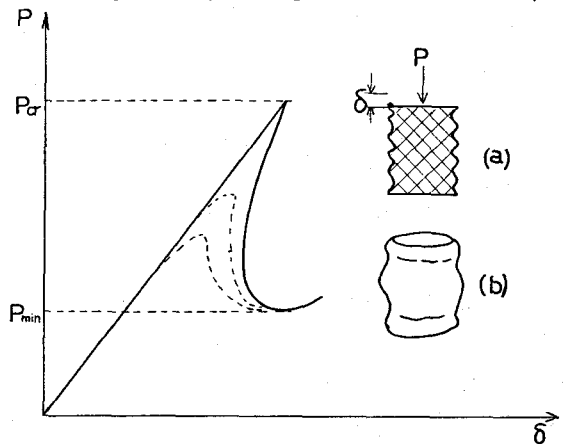


Fig. 5 Post-Buckling Curve for Pipe

このように岩質材料の3軸試験から得られる応力-ひずみ曲線は幾何学的非線形を含んだ不安定破壊現象とし

で理解し、これを材料特性として構成式を求め解析に用いることには疑問があると思われる。

3. 一面せん断試験から得られる構成方程式

岩盤の現場せん断試験の特性を調べるため図-6に示されるような平面ひずみ状態での一面せん断試験を行った。図に示すように $P_h = 0$ においては普通のひずみ軟化及びダイラタンシー特性を示し、 $\bar{\sigma}_n = 80 \text{ kgf/cm}^2$ において完全弾塑性及び負のダイラタンシー特性を示す。これらのひずみ軟化特性を表すための以下のような降伏関数を仮定する。

$$F = |\tau| + \bar{\sigma}_n \tan \phi - C = 0 \quad (1)$$

$$\text{ここで、} \tan \phi = \alpha(\bar{\sigma}^P), C = \bar{c}(\bar{\sigma}^P) \quad (2)$$

と置く。すなわち摩擦角 ϕ および粘着力 C を相当塑性変位 $\bar{\sigma}^P$ の関数と仮定する。今、簡単のため、associated flow rule を仮定しているのて、塑性変位成分は

$$\{d\bar{\sigma}^P\} = \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\} d\bar{\sigma}^P \quad (3)$$

次に塑性仕事増分は

$$dW^P = \{\bar{\sigma}\}^T \{d\bar{\sigma}^P\} = \bar{\sigma} d\bar{\sigma}^P \quad (4)$$

式(3), (4)より

$$1/\lambda = \frac{\{\bar{\sigma}\}^T}{\bar{\sigma}} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\} \quad (5)$$

次に変位増分は弾性変位増分と塑性変位増分の和で表わされる。

$$\{d\bar{\sigma}\} = \{d\bar{\sigma}^e\} + \{d\bar{\sigma}^P\} \quad (6)$$

又応力増分は

$$\{d\bar{\sigma}\} = [D^e] \{d\bar{\sigma}^e\} \quad (7)$$

式(3), (6), (7)より

$$\{d\bar{\sigma}\} = [D^e] \left(\{d\bar{\sigma}\} - \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\} d\bar{\sigma}^P \right) \quad (8)$$

塑性状態においては $dF = 0$ であるから

$$dF = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\}^T \{d\bar{\sigma}\} + \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}^P} d\bar{\sigma}^P = 0 \quad (9)$$

式(8), (9)より

$$d\bar{\sigma}^P = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\}^T [D^e] \{d\bar{\sigma}\}}{-\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}^P} + \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\}} \quad (10)$$

式(8), (10)より

$$\{d\bar{\sigma}\} = [D]^e \left(1 - \frac{\lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\}^T [D]^e}{\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}^P} + \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\}^T [D]^e \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\}} \right) \{d\bar{\sigma}\} \quad (11)$$

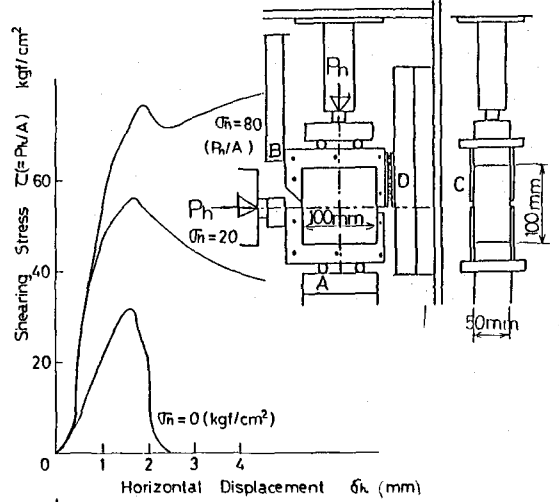


Fig.6 Direct Shearing Test

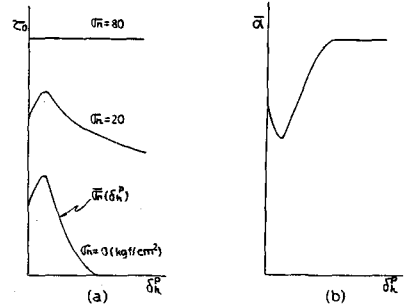


Fig.7 Curve for $\bar{\sigma}_n$ and $\bar{\alpha}$

ここで、

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\{\bar{\sigma}\}^T}{\bar{\sigma}} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} \right\} = \frac{\{\bar{\sigma}_n \tau\}}{\bar{\sigma}} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_n} \frac{\partial F}{\partial \tau} \right\}$$

であり、 $\partial F / \partial \bar{\sigma}_n = \tan \phi$, $\partial F / \partial \tau = \pm 1$ ($\tau \gtrless 0$)
であるので、

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\bar{\sigma}_n \tan \phi \pm |\tau|}{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = 1 \quad (12)$$

$$\text{式(3)より} \quad \left\{ d\delta^P \right\} = \left\{ \begin{matrix} d\delta_v^P \\ d\delta_h^P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \tan \varphi \\ \pm 1 \end{matrix} \right\} d\bar{\delta}^P$$

$$\therefore \delta_h^P = \int d\delta^P = \pm \int d\bar{\delta}^P = \pm \bar{\delta}^P \quad \left(\begin{matrix} \tau > 0 \\ \tau \leq 0 \end{matrix} \right) \quad (13)$$

こゝより $\bar{\sigma}(\bar{\delta}^P)$ は $u_n = 0$ における $\tau - \delta^P$ 曲線から決定される。(図-7a の $u_n = 0$ 曲線)

こゝで、相当応力 $\bar{\sigma}$ は相当変位 $\bar{\delta}^P$ を用い次の関数で与えられると仮定する。

$$\bar{\sigma} = h_1 e^{h_2 \bar{\delta}^P} + h_3 e^{h_4 \bar{\delta}^P} + h_5 \quad (14)$$

又式(1)より

$$\alpha(\bar{\delta}^P) = \frac{|\tau_0| - \bar{\sigma}(\bar{\delta}^P)}{|\tau_0|} \quad (15)$$

こゝで、 α に対し次の関数を仮定する。

$$\bar{\alpha}(\bar{\delta}^P) = \bar{h}_1 e^{\bar{h}_2 \bar{\delta}^P} + \bar{h}_3 e^{\bar{h}_4 \bar{\delta}^P} + \bar{h}_5 \quad (16)$$

こゝで、式(14)、(16) の $h_1 \sim h_5$, $\bar{h}_1 \sim \bar{h}_5$ は実験値から定められる定数である。

図-8は図-4で得られた実験結果を $u_n = 0$ の場合について初期応力法を用いて解析したものであり、こゝよりピーク後急速な荷重低下する現象を良く再現している。

こゝで、 $L-L'$ 断面における垂直応力の分布をみると、断面中央部で引張応力が生じており step3 に達すると垂直応力は許容引張応力 $\sigma_c = 10 \text{ kg/cm}^2$ に達し、引張りクラックが生ずることにより残留強度 step4 に達する。

図-8(c) はせん断応力分布であり、step4 において断面中央部はせん断応力零であり端部のみでせん断荷重をさえていることがよくわかる。

以上のことから一面せん断におけるひずみ軟化現象は引張破壊を生ずることによる強度低下が主な要因であり、構造的な特性によるひずみ軟化現象ともいえる。

このように、岩質材料に表われるひずみ軟化現象についてはそれが材料特性であるか構造的な特性であるかを十分吟味する必要がある、得られた構成式については種々の構造に適用しその有効性を検証することが是非必要である。

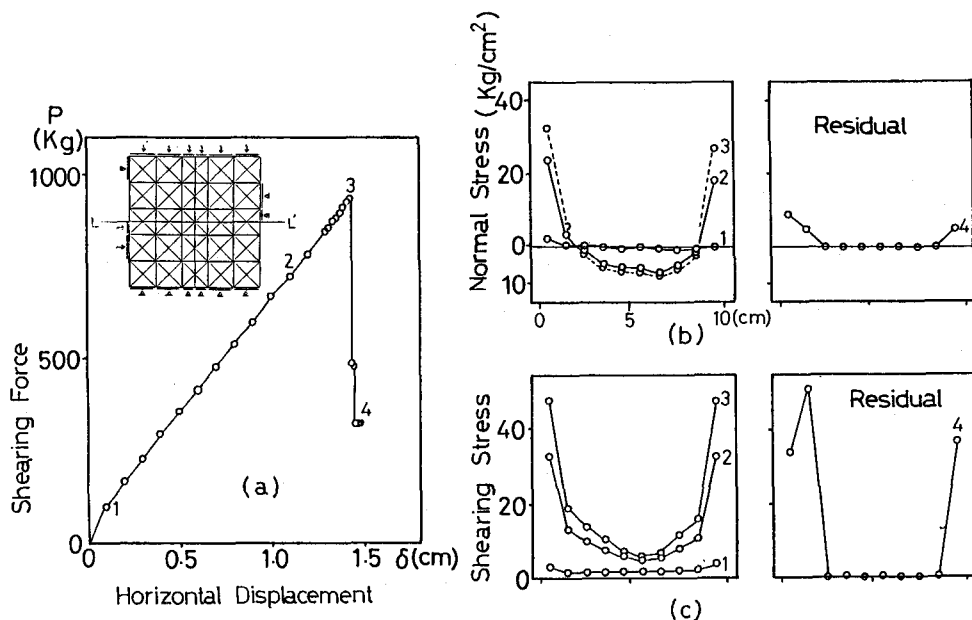


Fig. 8 Numerical Results for Shearing Test

参考文献

- (1) 浜島良吉; 薄肉曲管の曲げによる不安定現象, 埼玉大学紀要 理工学部 工学系, 第3号, 1969, PP.41-57

(27) A CONSIDERATION FOR STRAIN SOFTENING CHARACTERISTICS
OF ROCK MATERIAL

Ryokichi HAMAJIMA* and Morito KUSABUKA**

ABSTRACT

Rock material has strain softening and dilatancy characteristics, and it is necessary to consider such mechanical characteristics of rock material in the analysis of rock media.

Now these strain softening behaviors of rock material do not always depend on its material characteristics. Rather they are often shown apparently by the structural characteristics of rock. In this study, a splitting tensile test, uniaxial and biaxial compression tests and a direct shear test were made with attention paid to the behaviors after the peak load, a study was made on various strain softening characteristics and a numerical analysis was made on these characteristics.

In this study, a numerical analysis was first made on the results of the splitting tensile test and uniaxial compression test, which has revealed that some strain softening behaviors can structurally be shown without considering the strain softening behaviors of rock material.

In this case, cracks existing in rock material have a large effect on its strain softening behaviors, and through propagation of these cracks, rock elements structurally show strain softening behaviors.

Next a constitutive equation of material was derived considering the strain softening behaviors obtained from the direct shearing test, and an analysis was made on a direct shearing test model considering the strain softening behaviors as the material characteristics. As a result, it was made clear that the strain softening behaviors were strongly governed by the structural characteristics of rock material as well as the material characteristics.

In view of the above, in the numerical analysis on strength and deformation characteristics of rocks, it is necessary to use an analysis method which can fully consider the development of cracks or slip.

Particularly in a study on the rock strength, there are 2 cases; one where cracks or slip occurs at once and causes a rapid reduction of strength and the other where cracks or slip gradually develops leading to comparatively stable destruction. For characteristics are fully considered.

* Associated Professor, Department of Construction Engineering,
Saitama University.

** Chief Engineer, Technical Research Institute, HAZAMA-GUMI, LTD.