

# トンネル地圧のレオロジー的考察

東京大学工学部 正会員 ○西 松 裕 一  
正会員 大久保 誠 介

## 1. 緒言

近年、トンネルの施工方法として、いわゆるNATMが普及するとともに、トンネルの地圧現象についても、多くの観測と理論計算とが行なわれて、トンネル周辺の岩盤の挙動が明らかになって来た。

周知のようにNATMの理論では、切羽の支持力を重視するが、切羽の支持力の影響を理論的に解明するためには、3次元的な解析が必要である。しかし、3次元的の解析は、たとえ有限要素法を用いても容易ではない<sup>1, 2)</sup>ので、2次元的な解析方法で、近似計算をすることが、しばしば試みられている。

次に、NATMがその威力を發揮する軟弱な岩盤では、変形や荷重の経時的变化が著しく、岩盤のレオロジー的性質を考慮に入なければならぬ。岩盤が粘弹性体であることを考慮に入れて、支保の効果を含めてトンネル周辺の岩盤の挙動を解析することも、しばしば行なわれているが、これらは多くの場合、平面ひずみ状態を仮定している。

元来、地圧現象の大部分は、岩盤と支保の相互作用として発生するものであり、支保の剛性や施工時期は、岩盤の挙動やゆるみ領域の成長に影響を与えるとともに、支保自身に作用する荷重やその変形にも影響して来る。その場合、支保の施工直後は、支保の支持力は、多くの場合ほとんど0であり、切羽の前進あるいは時間の経過によって、トンネル周辺岩盤の変形が進むにつれて、その変形量と支保剛性とに応じて、支持力が増加する。

したがって、切羽進行の影響を含めて、岩盤の挙動におよぼす支保の効果と、その反作用として支保に作用する荷重を考慮しようとするれば、周辺岩盤の応力よりは変形、特に内空変位に専ら注目して、解析を行うことが望ましい。また、内空変位は容易に観測できるので、理論の検証や適用を行なう場合も、その方が容易である。本報では、このような観点から、支保の剛性や施工時期が、トンネル周辺岩盤の変位やゆるみ領域の大きさにおよぼす影響について、理論的に考察する。

## 2. 計算モデル

### 2.1. 基礎仮定

まず境界条件として、静水圧状態にある岩盤に、水平な円形断面(半径 $a$ )のトンネルが掘削されるものとする。すなわち、軸対称問題とする。

トンネル周辺の岩盤の状態は、図1に示すように、外側から、健全な岩盤(Hooke弾性体と仮定する)、ゆるみ領域、これに密着した支保(たとえば、吹付コンクリート)が存在すると仮定する。支保は、Hooke弾性体であり、その支持力は、内空変位に比例する<sup>3)</sup>とする。

次に、ゆるみ領域の力学物性について考察する。ゆるみ領域が健全な岩盤よりも剛性が小さく、多かれ少なかれ、流動性を持っていることは、周知のことである。このようなレオロジー的性質を表わす最も簡単なモデルは、KelvinモデルとMaxwellモデルである。しかし、前者は瞬間剛性が無限大であり、後者は、長時間剛性が無限小であるから、いずれもゆるみ領域の力学モデルとしては、不満足である。そこで本報では、瞬間剛性が健全な岩盤よりも小さく、長時間剛性が有限であるようなモデルのうち、最も簡単なモデルであるZener

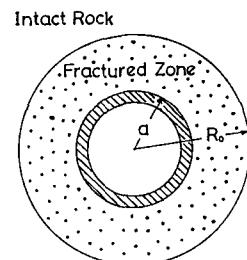


図1 トンネル周辺の岩盤の状況

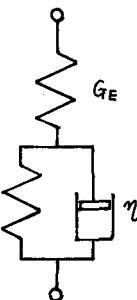
モデル(図2参照)を、ゆるみ領域の力学モデルとして採用することにした。

また、健全な岩盤が陥没してゆるみ領域に変化する条件として、Mohr-Coulombの条件

$$\tau = \tau_0 + \tan \phi \cdot \sigma \quad (1)$$

を採用する(圧縮を十とする)。

図2 Zener  
モデル



## 2.2. 切羽支持力と支保施工時期の影響の評価

たゞ岩盤が Hooke弾性体であるとも、切羽付近の内空変位は、切羽から十分に離れた所よりも小さいこと、また、切羽から十分に離れた所での内空変位  $U_f$  を基準にして、切羽付近の内空変位を表わせば、図3に示すように、切羽面において既に、基準値の30%程度の内空変位が発生していることが知られる。<sup>4)</sup>

実際の岩盤は、多かれ少なかれ粘弹性体であるから、このようないくつかの要素にさらに、掘削後経過した時間の関数である粘性流動分が加算される。また、図3 内空変位におよぼす切羽支持力の影響(W.H.Wardによる)、掘削の進行とともに、切羽面も進行していく。さうに他方では、支保が施工されて行く。このように複雑な切羽付近の岩盤の変形状況を、十分に表現するためには、3次元レオロジー解析が必要であるが、3次元モデルは計算が困難なことが多い。<sup>5)</sup>そこで2次元モデルを用いて、掘削相当外力を時間の関数として作用させていく方法などが、近似解として用いられる。

しかし、このように境界条件としての外力を時間的に変化させる方法は、計算上の制約が小さいといふ長所を持つが、支保の効果を評価するためには、好ましい方法ではない。なぜならば、支保はその施工後、岩盤の動きに応じて変形し、その結果として支持力を發揮するからである。他方、図3からわかるように、内空変位に切羽支持力の影響があるのは、たかだか切羽から數m以内であり、普通の掘進速度で掘削が行われていれば、時間に1~2日である。また、実際に観測されたのは、厚さ内空変位である。

これらのことを考慮して、本報では、一方では支保の施工時期の影響を、支保施工時までの岩盤変形量で評価し、他方では、切羽支持力の影響がある区间での粘性流動分を無視することとした。そして、内空変位に重量を置き、支保施工時期の影響を考慮した、比較的簡単な粘弹性計算モデルを構成することを試みた。

## 2.3. 計算方法

基礎仮定にあたって述べたように、岩盤は線形粘弹性体であるZenerモデルとHooke弾性体とを構成されてゐるので、弾性解が得られれば、対応原理を用いて、レオロジー的導動についての解も得られる。

弾性体にあたる平面ひずみ軸対称問題の一般解は、座力について、

$$\sigma_r = 2C_2 + \frac{C_3}{r^2}, \quad \sigma_\theta = 2C_2 - \frac{C_3}{r^2} \quad (2)$$

半径方向変位  $U$  については、

$$U = \frac{1}{2G} \left\{ 2C_2(1-2v)r - \frac{C_3}{r} \right\} \quad (3)$$

である。ただし、(3)式で右辺第1項は、トンネル掘削以前から存在しておる変位であるから、トンネル掘削によって新たに発生する変位  $U'$  は、

$$U' = -\frac{1}{2G} \cdot \frac{C_3}{r} \quad (4)$$

である。境界条件は、次のように書きこむができた。

$$r \rightarrow \infty \text{ では, } \sigma_r = \sigma_\theta = p \quad (5)$$

$r = R_0$  では、降伏がおこるとして、降伏条件(1)を満たす

$$\sigma_\theta = \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \sigma_r + \frac{2 \cos\phi}{1 - \sin\phi} \tau_0 \quad (6)$$

$r = a$  では、支保の支持力と半径方向応力  $\sigma_{ra}$  が釣り合うので、

$$\sigma_{ra} = \frac{\lambda}{a} (U - U_0) \quad (7)$$

ただし、入は支保の剛性、 $U_0$  は支保施工時までの岩盤変位量である。

岩盤条件として、弾性解で、 $R_0 \leq r \leq G_0, v_0$ ,  $a \leq r \leq R_0$  では、 $G_1, v_1$  とおいて、(2) 式の纏合定数  $C_2, C_3$  を決定する。次に、粘弹性解で、円筒領域  $a \leq r \leq R_0$  では、偏差応力と偏差ひずみとの間に、Zener モデルの式

$$\varepsilon' = \left( \frac{1}{2G_E} + \frac{1}{2G_K + \eta D} \right) \sigma' \quad (8)$$

が成立する。ただし、D は時間に関する微分演算子である。また、円筒領域では、一般に体積変化が万能ヒゼンとおいて、 $v_1 = 1/2$  とおく。

以上の境界条件と力学物性とを考慮して計算すると、最終的に、内室変位  $2U^*$  の式となり、

$$\frac{U^*}{a} = \frac{1}{2G_0} \{ 2p(1-v) - B \} + \frac{L}{J} \left[ 2(G_E + G_K) - \frac{4G_E^2}{2G_E + \lambda} \exp \left\{ - \frac{J \cdot t}{(2G_E + \lambda)\eta} \right\} \right] \quad (9)$$

円筒領域の半径  $R_0$  の式となり、

$$\left( \frac{R_0}{a} \right)^2 = \frac{4G_E G_K}{J} + \frac{2(G_E + G_K)}{J} \cdot 2G_0 M + \frac{4G_E^2}{J(2G_E + \lambda)} (\lambda - 2G_0 M) \exp \left\{ - \frac{J \cdot t}{(2G_E + \lambda)\eta} \right\} \quad (10)$$

支保荷重  $\sigma_{ra}$  の式となり、

$$\sigma_{ra} = B - \frac{L}{J} \left( 4G_E G_K + \lambda - \frac{4G_E^2}{2G_E + \lambda} \right) \exp \left\{ - \frac{J \cdot t}{(2G_E + \lambda)\eta} \right\} \quad (11)$$

が得られる。ただし、 $B = p - T_0 \cos\phi - p \sin\phi$ ,  $J = 4G_E G_K + 2\lambda (G_E + G_K)$

$$L = (B + \lambda \frac{U_0}{a}) - \frac{\lambda}{2G_0} \{ 2p(1-v) - B \}, \quad M = \frac{B + \lambda \frac{U_0}{a}}{2p(1-v) - B}$$

である。

なお、(9) 式で与えられる内室変位の式は、実際に計測された内室変位の経時変化を表わす近似式と同一の形を持つ。11.3.

表1 岩盤の力学物性とて仮定された数値

Rock Stress		P	6 MPa
Criterion of Yielding		c	1.1547 MPa
		$\phi$	30°
Elastic Constants	Intact Rock	$G_0$	450 MPa
		$v_0$	0.333
	Fractured Zone	$G_E$	100 MPa
		$G_K$	25 MPa
		$v_1$	0.5
		$\eta$	$2 \times 10^{-15}$ poise

### 3. 計算結果と考察

#### 3.1. 支保剛性と施工時期の影響

1例として、表1に示すよう岩盤物性値を選び、支保剛性と支保施工時までの岩盤変位とをパラメータとして、数値計算を行なった。なお、支保施工時までの岩盤変位の基準値として、切羽の支持力の影響も支保を万能ヒゼンの瞬間変位(弹性変位)  $U_0/a = 16.67 \times 10^{-3}$  を基準にとった。したがって、 $U_0/a = 16.67 \times 10^{-3} \times 1/3 = 5.56 \times 10^{-3}$  となる。掘削直後に支保空間がほとんどないよう、支保を施工することと、また  $U_0/a = 16.67 \times 10^{-3} \times 2/3$

$=11.11 \times 10^{-3}$  とおくことと、切羽後方は “0.5  $\alpha$  の位置”、支保を施工することに相当する。

この場合、内空変位については、図4に示すように、支保を全く施工しないときは、内空変位が急激に増加する（最終的に  $U/a = 56.67 \times 10^{-3}$  に達する）が、 $U/a = 11.11 \times 10^{-3}$  の時まで  $\lambda = 0.4 \times 10^3 \text{ MPa}$  の支保を施工すれば、最終的な内空変位を僅か  $15.25 \times 10^{-3}$  に抑制し得る。また、この図から、最終的な内空変位を小さくするために、支保剛性を大きくするよりも、支保施工時期を早くする方が効果的であることがわかる。

なお、ゆるみ領域もまた図5に示すように、時間とともに拡大して行く。そして、こゝでも支保剛性よりも支保の施工時期の影響の方が大きいことが言える。

### 3.2. Fennner-Pacher 線図

数値計算の結果から、理論的にFennner-Pacher線図を構成すると、図6に示すようになる。この図の  $\sigma_{ra} - U/a$  象限の直線部分は、弾性変位に基く支保荷重を表す。たゞ、この図で岩盤の特性曲線  $C_r$  が右下りの直線となつてゐるのは、ゆるみ領域の力学モデルとしてZenerモデルを仮定してゐるからである。また、支保剛性として、 $\lambda = 0.4 \times 10^3 \text{ MPa}$  を仮定したため、支保の特性曲線 図5. 時間の経過によるゆるみ領域の成長  $C_s$  は直線的に勾配を持つている。

## 4. 結論

本報では、静水圧円形断面トンネルで、ゆるみ領域は線形粘弹性体（Zenerモデル）であり、健全な岩盤はHooke弾性体であるといふ比較的簡単な場合について、切羽支持力と時間の影響とともに評価する計算モデルについて考察した。厳密にいえば、切羽支持力の影響について議論するためには、3次元応力場を考慮した計算モデルが必要である。しかし、本報では、切羽支持力の影響を支保施工時期までに発生した岩盤変位にあきかえて評価する方法を用いて、2次元的計算モデルを構成した。

そして、このよりは比較的単純な計算モデルの場合でも、もろ相変のFennner-Pacher線図が得られることが、また、ゆるみ領域が時間の経過とともに拡大して行き、やがて一定範囲に収束する可能性があることを示した。

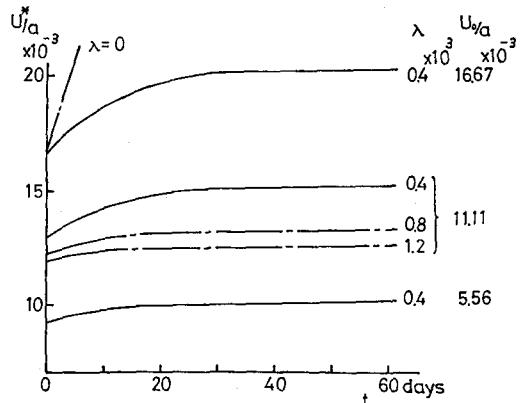


図4. 内空変位-時間線図の計算例

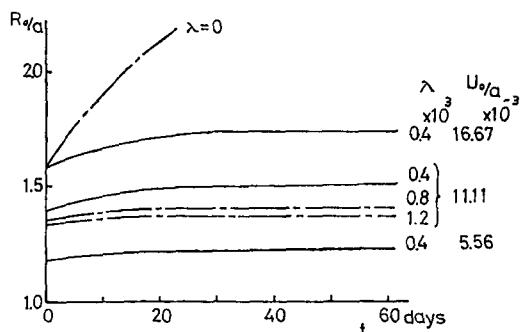


図5. 時間の経過によるゆるみ領域の成長

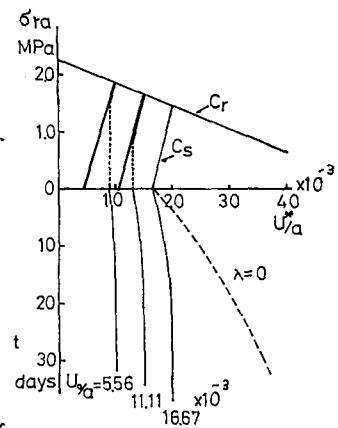


図6. 支保剛性  $\lambda = 400 \text{ MPa}$  のときのFennner-Pacher線図

## 参考文献

- 1) 大西有三, 岩本英明: トンネルと地下, 11 (1980) p.859; 2) T. Tsuchiya: Int. Symp. Weak Rock, 1981, Tokyo, Paper IV-3-36; 3) 平松良雄: 國行後: 日本鉱業会誌, 28 (1962) p.505; 4) W. H. Ward: Geotechnique, 28 (1978) p.133; 5) S. Sakurai: Field Measurements in Rock Mechanics, Vol. 2, p. 859 (1977)

A Mathematical Model of the Rock Pressure around  
Tunnel from the Rheological Point of View.  
Yuichi NISHIMATSU and Seisuke OKUBO.

The convergence of tunnel cross-section near the drifting face is dependent on both of the distance from the face and the time elapsed after excavation.

In order to evaluate the effect of stiffness of support as well as the time elapsed before support construction on the convergence of tunnel cross-section and the rock pressure on support, a two-dimensional theoretical model is proposed.

In this theoretical model, the effect of face wall on the convergence is evaluated as the convergence induced before support construction. Zenner model is assumed to express the rheological properties of the fractured zone around tunnel.

The result of numerical calculation of this theoretical model gives a time-dependent convergence curve similar to those observed in the field.

It is indicated that the effect of the time elapsed before support construction is more remarkable than the effect of support stiffness, on the convergence, and the radius of fractured zone increases gradually toward a final equilibrium state.

Furthermore, the authors show an example of Fenner-Pacher diagram obtained by means of this theoretical model, and discuss on the effect of rheological properties of fractured zone on this diagram.