

Fenner-Pacher 曲線についての考察

飛鳥建設(株) 福島 啓 一

1. はじめに

地山中にトンネルを掘った時に、支保工に働く荷重と地山の変形量との間には密接な関係がある。この関係は R.Fenner (1938) によって研究され、J.Talobre (1957) もこれを紹介しているが、この関係を重視し、さらに現実のトンネル工事に活用したのは L.v.Rabcewicz である。彼の提案した工法は後日、新オーストリア・トンネル工法 (New Austrian Tunnelling Method, 略して NATM) と命名され (1962) 広く世界に普及した。

NATM は実際のトンネル工事で得られた多くの経験と、岩盤力学的考察を含む、複合された概念であるが、その中でも変形を許すと、荷重が減ると云うことは最も基本的な概念の一つである。

R.Fenner によって導かれた式によると、変形量が増えれば支保工に働く荷重はそれに応じて減り、遂にはゼロになってしまう。しかし、現実には支保工なしのトンネルで、どんどん変形が進む様であれば最後には崩壊する。これは Fenner の式が地山を完全弾塑性体とし、自重の影響を外圧におきかえた、軸対称応力状態の材料中に円形トンネルを掘るとの仮定から出発しているからである。現実のトンネルでは、変形が進むと地山の強度劣化が起り、強度劣化した部分の地山の自重は支保工に作用すると考えられるので、F.Pacher (1964) はこの影響を考えると、荷重はある変形量の所で最少になり、その後は再び増大するとした (図 1 参照)。現実ではこのグラフを地盤反力曲線又は Fenner-Pacher 曲線と呼んでいる。F.Pacher はこの曲線の計算方法を示していないため、詳細は不明であり、実施に適用するには不便であった。P.Egger (1973) は円形トンネルについての式を示しているが、あまりにも簡略化しすぎたもので、とても実用的とは考えられない。しかし $P_{i\min}$ の存在は現実には裏づけられていることとであり、これを理論的に解明することは NATM の一層の発展には是非必要であると考えられるので、より現実の地山の挙動に則した計算方法を提案するのである。

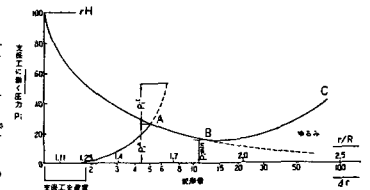


図-1 支保工に働く圧力 P_i とトンネル内室の変形量 Δr 又は塑性領域の広がりの r/R との関係図

2. 考え方の発端

軸対称の仮定が簡略化しすぎと考えられたので、先に筆者は側圧係数を考慮した式、更に地山自重を考慮した式を誘導したが、やはり F.Pacher の云う右上がりの曲線部分は一般には導かれなかった。

さて、筆者には Rabcewicz が一方ではくり返し、地山を出来る限りすみやかに吹付コンクリートで覆い、ゆるめないようにしなければならぬと云い、他方では吹付コンクリートにたて方向の隙間を設けてまで所要の変形をさせようとしていることの間に、表面的には矛盾がある——ゆるみを防ぐことはまず余分の変形をさせないことであるから——ように見えるが、もっと深い所では何らの矛盾がある訳ではなく、従来提案されている計算式やトンネル掘削に伴う応力再配列や破壊の過程、Fenner-Pacher 曲線などが実際の現象を正しく表わしていないために矛盾しているように見えるだけである、と考えるようになった。Rabcewicz 自身が多くの経験の中から天才的な直観によって把んだ見解を十分に体系づけしていないので、その文章は判りにくい所や矛盾して見える所に満ちているが、示された答はまことに的確であり、トンネル工事の現場に適用して誤りがない。そこで彼の見解に多少の補足を加え、応力現象を説明し、計算式を提示したい。Fenner-Pacher 曲線に則して、結論を先に述べてしまえば、変形量を、支保工設置前の、又は地山との間に隙間があったり、或いは柔らかすぎたりして、ゆるみを許す支保工を設置した時の変形と、地山をある強さでおさえつけて、ゆるみを許さず、応力再配列だけを許す、十分に柔軟な支保工を設置した後の変形とに分けて論ずるべきだと考え始めた訳である。

3. 在来の考え方の問題点

従来のトンネル破壊過程 (Rabcewicz 1962) の考え方及び応力分布の計算はトンネル掘削後直ちに支保工を設置することになっているが、現実にはこのような事はなかなか実用し難い。地圧の少い、岩石中のトンネルでは比較的この仮定に近い施工が出来るかも知れないが、トンネルの破壊が問題となるような、崩れやすいガイスイ、土砂、破碎帯中のトンネル、土被りの深い、従って強大な土圧の働く泥岩や凝灰岩等の軟岩中のトンネルではこれとは違う現象が起る。つまり、どんなに注意して掘削してもトンネル周辺の地山は一旦ゆるみ、支保工や巻立を施工した後で再圧密されるが、この過程で応力の再配列が行われると考えられる。

この様な考えに到ったのは、実際のトンネルでの次の様な経験ないし計測結果からである。

- 1) 上半先進工法で施工する場合、アンカーボルトの引張軸力は掘削の進行に従って増えて行くが、インバートアーチを施工して、巻立を閉合すると逆に減り始める。
- 2) アンカーボルトの軸力分布の計測例をみると、吹付コンクリートのすぐ背面では軸力が小さくなっている例が多い。今簡単のため軸対称で考えると、塑性領域内のアンカーボルトのひずみは $1/r$ に比例し、弾性域では $1/r^2$ に比例する筈であるがその様になっていない。
- 3) 厚い吹付コンクリートを施工した例ではアンカーボルトの軸力はあまり大きくならず、極端な場合にはアンカープレートが遊んでいる場合もある。
- 4) Rabcewicz はトンネルは主応力と直角方向（一般には水平方向）から押し出され、巻立がせん断されて破壊されるとしているが、NATM で施工した Tauern や Tarbela のトンネルでも鉛直荷重でこわれた例が報告されている。
- 5) 弾塑性計算で推定される値の数倍の荷重が働いている例がある。Tauern トンネルでは土被り圧力 γH より大きい鉛直圧力 σ_v が働いたと報告されている。
- 6) 深い地山中のトンネルではアンカーボルトが非常に有効であったと報告されているが、弾塑性計算では必ずしもその様な答は出ない。P. Egger の様にアンカーボルトを内圧効果で評価するならば、吹付コンクリートの方がむしろ有効である。

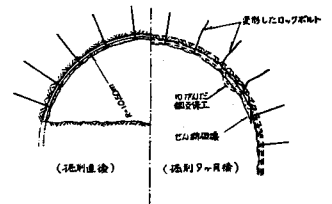


図-2 セン断破壊の例
(Tarbela ダム、転流トンネル)

4. 提案する考え方

これらの問題点は地山が一旦ゆるみ、後に再圧密されることを省略したために生じたものと考えられる。

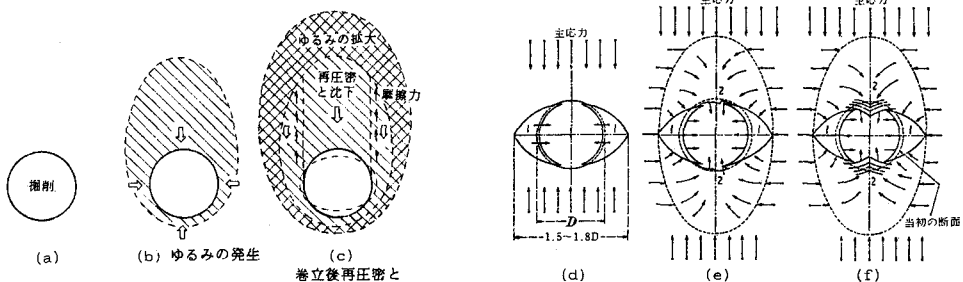


図-2 トンネルの応力再配列と破壊の過程

トンネルを掘削すると直ちに、又は切羽が近づいただけで、まだ掘削していない時から、地山は動き始める。急速載荷した時の岩石やコンクリートの強度は長期載荷時の2倍以上もあるので、この時点では、トンネルはまだ崩壊しない。但し、支保工設置がおそくなったり、地山と十分密着していなかったりするので、トンネル周辺のかなりの範囲の地山がゆるむ。ゆるんだ地山のまわりの地山も又、一時的にはかなりの強度を持っているので、最初ゆるんだ部分にはその部分の自重以外の荷重は働かないが、やがて更に外側にゆるみは拡大して行き、最終的にゆるみの拡大が止った時点ではゆるんだ地山部分にもほぼ土被り分 γH に相当するだけの荷重が働くことになる。そ

うしてこのゆるんだ地山中の支保工や巻立コンクリートはあたかも盛土中に埋め込まれた管渠と同じ様な応力状態になると考えられる。

この時、支保工又は巻立の剛性が大きければ土被り分 rH の他に、図3のCD面及びEF面の摩擦力を通じて側面分の荷重も受け(突出状態)、又十分に撓みやすい支保ならば側面の土で rH の一部を分担してくれるので、 rH より小さな荷重しか受けない(溝状態)。

次に盛土中に埋め込まれた管渠に働く荷重についてのMarston—Spanglerの理論の後の説明に必要な所だけを簡単に説明する。(多少補足及び修正もしたが精神は変えてない)

盛土及び盛土中に埋め込まれた管渠は盛土自重その他の荷重で沈下しようとするが、剛性の差により管渠の天端面(臨界面)で d だけの沈下量の差を生じる。このため、CD面及びEF面に沿って摩擦力が生じる。沈下量は臨界面より H_e だけ上の等沈下面では等しくなる。土柱CDFEの鉛直土圧中はJanssenの式より次の様になる。

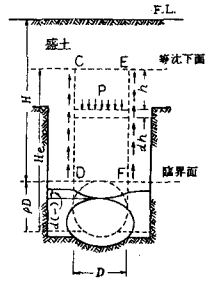


図-3 Marstonの説

$$P = \frac{1}{K\mu} \left(\frac{rB}{2} - C \right) \left\{ 1 - \left(1 - \frac{2K\mu p_0}{rB - 2C} \right) e^{-\frac{2K\mu h}{B}} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに p : 等沈下面より h の深さの所の鉛直土圧, K : 側圧係数 $= (1 - \sin \phi) / (1 + \sin \phi)$, ϕ : 土の内部摩擦角, $\mu = \tan \phi$: CD面又はEF面の摩擦係数, r : 土の単位体積重量, B : 掘削溝幅, この場合は D に等しい。
 C : 土の粘着力, h : 等沈下面からの深さ, p_0 : 等沈下面に働いている鉛直圧力 $= rH$

Marston は $C = 0$ とし、管渠に働く単位長さ当りの荷重 W を次の様に表わした。

$$W = Ct \cdot rH \cdot D \dots \dots \dots (2)$$

$$Ct = \frac{e^{\pm \beta H_e} - 1}{\pm 2K\mu H} D + \left(1 - \frac{H_e}{H} \right) e^{\pm \beta H_e} \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $\beta = K\mu/D$, H_e は管渠の上と、隣接盛土の沈下量が等しくなる面(等沈下面)までの高さで、摩擦力によって伝えられた力が両側のそれぞれ幅 D の土柱で負担すると考えて導いた次の式で求める。符号は上側を突出状態、下側を溝型状態に対して用いる。

$$e^{\pm \beta H_e} \pm 2K\mu \frac{H_e}{D} = \pm 2K\mu \delta p + 1 \dots \dots \dots (5)$$

ここで δ : 沈下率 $= [(S_m + S_g) - (dc + Sf)] / S_m$, 但し S_m : 管渠に隣接する盛土の、高さ H 内にある部分の圧縮ひずみ, S_g : 同上土柱の下端の沈下量, dc : 管渠の変形量, Sf : 管渠の基礎の沈下, ρ : 管渠の突出比、つまり幅と高さの比。

これらの式は簡単に解けないので、図表が用意されている。 $K\mu = 0.19$ と仮定した時の Ct の値を図4に示す。

これより沈下比 δ が(正負共)大きくなると、 H_e も大きくなり、 C が大きく、又は小さくなる様子が分る。

$\delta = 0$ の時は $H_e = 0$ で rH 分の荷重が働く。

トンネルの場合は幅 B_L のみぞの中に設置された、径 D の管渠と考えられる。幅 B_L に働く荷重 W_g は

$$W_g = \left\{ \frac{e^{\pm \beta H_e'} - 1}{\pm 2K\mu} + \frac{1}{D} (H - H_e') e^{\pm \beta H_e'} \right\} r \cdot B_L^2 \dots \dots \dots (4)$$

この W_g の荷重が幅 B_L の等沈下面に働くと考えると、(4)式の H の代りに $H' = W_g / r \cdot B_L$ を代入すればよい。

ゆるみ範囲が狭い時は、二次元弾塑性問題として、CE面に働く圧力を求めればより正確であろう。

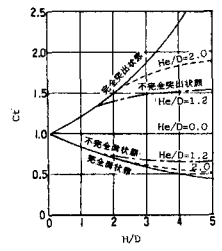


図-4 トンネルの荷重係数 Ct

支保工の変形量については、次の様に考えられる。十分に撓み易い支保工（巻立）では、全周に亘って軸力は一定で、地盤反力は支保工の曲率半径 R に反比例すると考えてよい。所で鉛直荷重は変形過程を通じて一定（ P_v ）であるが、水平反力は当初は $K_A \cdot P_v \div P_v/3 \sim P_v/2$ で、変形完了した時は P_v になり、変形量の計算には $\frac{2}{3} P_v \sim \frac{3}{4} P_v$ だけが有効と考えられる。よって次式で変形量を求めることが出来る。

$$\delta x = -\delta y = 0.18 \frac{P_v r'}{EJ} \left(1 - \frac{P_v}{P_v'}\right) \dots\dots\dots (5)$$

ここに E : ヤング率, J : 断面二次モーメント, 他は図 5 参照。

以上の式から、実測結果を参考にして、ゆるみ範囲等を仮定すれば、変形量と支保工に働く荷重との関係を計算出来る。（図 6）この場合、ゆるんだ地山のヤング率は元来の値より相当小さくなっているの、同じ剛性の支保工を用いるならば、支保工の荷重分担率はゆるみがない場合より大幅に大きくなる。

これまでの理論は、ゆるみ変形と塑性変形をばく然と分けているが、この区別については今後研究の必要がある。従来の経験等から、ロックボルトで十分補強された地山は塑性変形を起し、支保工や吹付コンクリートでの補強ではゆるみ破壊を起しやすいと考えてよい様である。

5. ま と め

以上の考察により従来説明出来なかった次の様な現象も説明出来るようになる。

- 1) NATM と鋼支保工工法との荷重の差は変形量の差だけでは説明出来ないが、ゆるみ量の差を考えると説明がつく。
- 2) 吹付コンクリートとアンカーボルトの効果の差は内圧効果だけでは説明出来ないが、ゆるみ防止効果を考えると納得が行く。吹付コンクリートもゆるみを防ぐ効果はかなり高いが、大きな変形を許すとその効果は小さくなる。アンカーボルトは内圧効果としては吹付コンクリートに劣るが、大きな変形に耐えるし、ゆるみを防ぐ効果は抜群である。
- 3) 先端定着のアンカーボルトと全面接着のアンカーボルトは、引張耐力はほぼ同じであるが、ゆるみ防止効果には大幅なひらきがあり、これが効果の差となって現われている。
- 4) 吹付コンクリートやアンカーボルトの施工時期、施工順序などが如何に大切であることを説明出来る。
- 5) トンネルの変形は長期間に亘って続くが、単なるクリープだけでは、それほど長期間に亘り、続くとは考えられない。一旦応力がほぼゼロになり、再圧密されると考えると一応納得が行く。

また今後のトンネル施工について、以下の様なことが云えるであろう。

- 1) トンネルの変形をどこまで許してよいのか、地山のゆるみをどこまで防ぐべきか、について従来から諸説があるが、以上の解析より云える事は、吹付コンクリートやアンカーボルトを施工する前の変形は極力すくなくして（ゆるみを防ぎ）、施工後は十分に、溝状態になる変形させるべきことを示している。
- 2) 荷重を負担するだけなら吹付コンクリートが非常に有効であるが、大きな変形を許しながらゆるみを防ぐためにはアンカーボルト、特に全面接着式のアンカーボルトが効果的である。表面ゆるみを防ぐのは勿論吹付コンクリートの御得意であり、この両者の性格の差を考えて使い分ける必要がある。
- 3) 例えトンネルの掘削は NATM で施工しても、これはあくまで仮設であり、長期間の間には地山アーチの分担分はクリープなどで消滅してしまうので、本巻は厚い、剛性の高い巻立としたいと云う考え方が各所に残っている。特に土被りの浅いトンネルでは全土被りをとって設計すれば、いずれにしろ安全だとして剛な鉄筋コンクリート巻立を設計している例が多い。しかし本巻も同じく薄くて、撓み易いものにしないと、マサツカの方が逆転して大きな荷重を受け、ひび割れすることがある。耐震上からも巻立ては厚くしない方がよいと云われている。

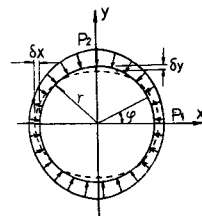


図-5

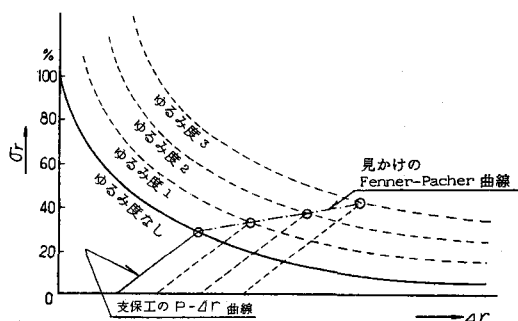


図-6 提案する Fenner-Pacher 曲線

ANALYSIS OF THE FENNER-PACHER CURVE

Keiichi Fukushima

Tobishima Const. Co., Ltd.

The reciprocal relationship between the required lining resistance and radial deformation of the cavity has been studied by R. Fenner and F. Pacher. The graph which demonstrates this relationship is called the ground reaction curve or Fenner-Pacher curve and this relationship is one of the most important factors of the New Austrian Tunnelling Method (N.A.T.M.).

However, this relationship has not been comprehensively studied quantitatively, so the author tried to do so, but could not discover the ascending portion of the curve with the elasto-plastic analysis of tunnel in the gravitational field. He, therefore tried to introduce the idea of loosening of the surrounding ground before the installation of supports.

After installation of supports, the re-compaction of the surrounding ground seems to occur, which produce a positive or inverted ground arch corresponding to the difference in the deformation of the tunnel lining and adjacent ground.

These phenomena appeared to be similar to that which occurs around a pipe culvert embedded in an embankment, so the author was helped by the Marston-Spangler's theory.

The Fenner-Pacher Curve was accordingly modified to a family of curves each is corresponding to the rate of the loosening. The author proposed that these new ideas can explain the several phenomena which hitherto have remained unexplained.