

個別剛体要素法(Distinct Element Method)と その岩盤工学への適用について

京都大学工学部 大 西 有 三

” 谷 本 親 伯

” 吉 岡 淳

” 荻 谷 敬 三

1. はじめに

大型計算機の発達し、それを用いた解析手法の進歩に伴って、岩盤工学の外野においても、多様な試みが行われている。その中でも、いわゆるジョイント要素と呼ばれる要素を用いた有限要素解析手法は、岩盤内に存在する弱面、不連続面を含めた岩盤挙動の取扱いが可能であるため、様々に応用されその手法が定着していると言える。しかしながら、元来、有限要素法は、要素境界での物理量の連続性を仮定してのものであり、さらに、力学への応用に際しても、微小変形の理論にその根拠を置くものである。このため、大変形の問題にはもとより適さず、また、ジョイント部分における物理量のギャップをうまく釣合せるために収束計算を行なうなどせねばならず、計算機の記憶容量や演算時間の上でロスが多いといわれている。

この点からも、ジョイントの入った岩盤の応答を的確に表現するには、不連続性の仮定より出発した正確なモデルが要求される。すなわち、ジョイントの特性として、垂直およびせん断方向に剛性を有し、ある種の破壊規準に従うこと、さらに、最も重要なのは、ジョイントで結合される各ブロックが、大きな変位や回転運動を自由に生じ得るという点である。この条件を満足するものとして、Cundallによって提案されたコンピューターモデルが、個別剛体要素法(Distinct Element Method、以後、略してDEMと称する)である。

DEMは、節理や弱面の内在する岩盤を、ジョイントで区切られた剛体ブロックによって表わし、系における大きな変形を、微小時間ごとに追跡して行おうとするモデルである。即ち、離散的なブロックの二次元的集合として岩盤をモデル化するもので、系内でのブロックの変位および回転運動の大きさは、全く限界を与えられていない。また、どのブロックがどのブロックに接触するかということも、自由である。これは、ブロックの相互作用を受けて、支配方程式である運動方程式によって決定される。さらに、ブロック間の相互作用は、まさつ則と、垂直およびせん断方向の剛性によって決定される。ここで使用されるパラメータが、簡単なものであり、また、数少ないのも本手法の特徴である。

構造物の破壊が発達していく様子が、このようにしてモデル化される。ここで注目すべきは、破壊モードが、プログラムによって自動的に選択されることである。即ち、接触による力の伝達し、それを用いて解かれた運動方程式の解によって定められる系内の変形は、最も安定度の低い方向へブロックが移動すること、破壊機構を構成するからである。

また、DEMにおける主要な近似は、変形が岩塊(ブロックとして表わされる)の表面に沿って生ずるという点である。これは、剛体ブロックの表面に薄い仮想弾性膜を仮定することによって表現されるが、この結果、変形がジョイント表面に沿った運動によって支配される状況における最良の解を与えることを保証するといえる。しかし一方では、岩自体の変形が、ジョイント表面での動きと同じオーダーである場合には、この方法は不向きであり、逆に、有限要素法等による解析手法がより良い解を与えると思われる。したがって、DEMの利用に直するものは、岩盤内の拘束圧が低く、また、ジョイントに傾斜がある場合などであり、系全体としての外的条件(荷重など)に対して剛性が低いような場合を想定した問題に対して用いるようにすべきである。

コンピューター・プログラムとして特徴的であり、かつ、実用的な点は、グラフィック機能を活用して、CRT画面上に、時間の経過にともなう系内のブロックの動きや破壊の進行の様子を視覚的に追跡し得ることである。

これは、支配方程式である運動方程式を、微小時間間隔ごとにくり返し計算を行う方法で、陽な形で解いているためであり、これによって、各時刻でのブロックの動きを陽に定め得るからである。ジョイント表面に沿っての分離やすべり、ブロックのインターロッキングなどの経路依存現象を明確に追跡する上でも、適切な計算方法であるといえる。

DEMの手法が比較的新しいため、以上の様にその特徴を少しばかり詳しく列記したが、これからわかる様に安定解析や構造物の設計等において、非常に理解しやすい形でしかしながら、非常に有用なデータを与えてくれるものと思われる。

2. DEMの手法の概要

DEMにおける計算のロジックは、ブロック間の相互作用によって各ブロックが受ける力を求め、これを用いて、各ブロックごとに立てられた運動方程式を微小時間ごとの積分によって解き、その解であるブロックの加速度、速度、位置から新たな相互作用による力を定めるといったものである。これをくり返し計算することによって、時間的な変形挙動の追跡を行う。

この手法において行なわれている基本的な仮定は次のとおりである。

- 1) 任意形状の岩塊を、その形状の剛体要素で表現する。
- 2) 岩塊相互の間に、接触力が作用する。
- 3) 接触力は、ひとつの岩塊の隅角部と他の岩塊の面との間で生ずる。
- 4) 接触力の増分は、微小時間の前後における接触点ごとの時間増分に比例し、これを打ち消すように働く。
- 5) 接触状態にない岩塊では接触力は0とし、これによって分離状態を表現する。
- 6) 接触力は、せん断成分 S と垂直成分 N に分けて考えるが、 $|S| \leq \mu N$ (μ は摩擦係数)を満足するように S を制限する。
- 7) 要素の代表点は、要素の重心にとり、この点において各ブロックの運動方程式を立てる。

ブロックの接触の様子と接触力の関係を示したのが、図1および図2である。時間 Δt の間に生じた頂点 P_c の直 $\overline{AB}$ に関する相対変位の増分を、直 $\overline{AB}$ について垂直方向とせん断方向(Δu_n および Δu_s)に分解し、これに比例する形で接触力の増分を定める。図1および図2で、 N 、 S はそれぞれ直 $\overline{AB}$ に関しての垂直方向およびせん断方向を示す局所座標系である。

接触力の機構は、Voigtのばね-ダッシュポットモデルを仮定している。垂直、せん断方向のばね剛性を k_n 、 k_s 、ダッシュポットの粘性を η_n 、 η_s とすると、図1の ΔF_n 、図2の ΔF_s は

$$(1) \quad \Delta F_n = -k_n \Delta u_n - \eta_n \Delta \dot{u}_n$$

$$(2) \quad \Delta F_s = -k_s \Delta u_s - \eta_s \Delta \dot{u}_s$$

と表わされる。ここに、 $\Delta \dot{u}_n$ 、 $\Delta \dot{u}_s$ は、それぞれ時間 Δt の速度増分の垂直およびせん断方向成分であり、これはさらに、

$$(3) \quad \Delta \dot{u}_n = \Delta u_n / \Delta t, \quad \Delta \dot{u}_s = \Delta u_s / \Delta t$$

と表わされ、結局、接触力の増分が、変位増分より式(1)、(2)によって決定される。これから、時刻 t における接触力 F_n/t 、 F_s/t は、

$$(4) \quad \begin{cases} F_n/t = F_n/t - \Delta t + \Delta F_n \\ F_s/t = F_s/t - \Delta t + \Delta F_s \end{cases}$$

と表わされるが、仮定5、6より、これに次の制限を与える。

$$(5) \quad \begin{cases} F_n/t < 0 & \text{のとき} & F_n/t := 0 \\ |F_s/t| > \mu F_n/t & \text{のとき} & |F_s/t| := \mu F_n/t \end{cases}$$

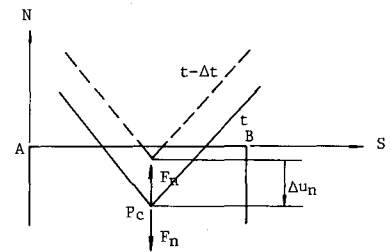


図1 垂直方向の接触力

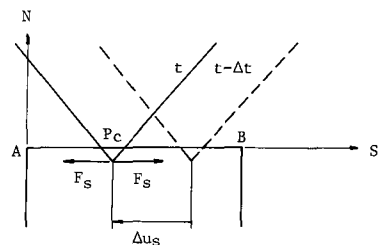
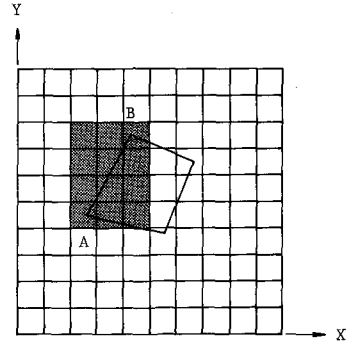


図2 せん断方向の接触力

ここで、 $:=$ は、左辺を右辺でおきかえることを意味し、 μ はまさつ係数である。また、 $/t$ は、時刻 t における値であることを示す。

このように、すべてのブロックについて、その接触の状態を調べ、接触力を定めて行く過程で、計算時間短縮のために、ボックスングと呼ばれる手法をプログラム内で用いている。まず、図3の様に、全領域を正方形の格子（ボックス）に分割し、各時刻におけるブロックの各頂点の所属するボックスの番号を記憶しておく。これによって、例えば、辺 AB について接触を調べる場合には、図の薄墨の部分のボックスに頂点を持つブロックとの間の接触の有無、或いは、変位増分だけを調べればよく、ブロックの総数が増える程、計算時間の大幅な短縮をもたらす。



次に、各ブロックに関する運動方程式と、それより変位増分を計算する

手順を示す。図4は、ブロックにおける動的平衡状態を考えるものである。図3 領域分割と調査対象ボックス

図で、 S, N は接触辺に関する局所座標系、 X, Y は全体座標系であり、接触力 F_N, F_S は、全体系によって、 F_x, F_y に変換される。 u_i, v_i, θ_i は、ブロック i の X, Y 方向変位および回転方向変位である。 X_i, Y_i, M_i は、それぞれ、重心に作用する外力および外力モーメントであり、これと、変換された接触力 F_x, F_y による重心への作用から、次の運動方程式が立てられる。

$$(6) \quad \begin{cases} m\ddot{u}_i = X_i + \sum F_x \\ m\ddot{v}_i = Y_i + \sum F_y \\ I\ddot{\theta}_i = M_i + \sum \{F_y(X_c - X_g) - F_x(Y_c - Y_g)\} \end{cases}$$

ここで、 m はブロックの質量、 I は慣性モーメント、 X_c, Y_c は接触点の座標、 X_g, Y_g はブロックの重心座標であり、 $\sum$ はすべての接触点について和をとることを意味する。

これを、以下の様に解くことで、微小時間 Δt 後の新しいブロックの速度、変位増分が得られる。

$$(7) \quad \begin{cases} \dot{u}_i/t = \dot{u}_i/t-\Delta t + \frac{X_i + \sum F_x}{m} \Delta t \\ \dot{v}_i/t = \dot{v}_i/t-\Delta t + \frac{Y_i + \sum F_y}{m} \Delta t \\ \dot{\theta}_i/t = \dot{\theta}_i/t-\Delta t + \frac{\sum \{F_y(X_c - X_g) - F_x(Y_c - Y_g)\}}{I} \Delta t \end{cases}$$

$$(8) \quad \begin{cases} \Delta u_i = \dot{u}_i/t \Delta t \\ \Delta v_i = \dot{v}_i/t \Delta t \\ \Delta \theta_i = \dot{\theta}_i/t \Delta t \end{cases}$$

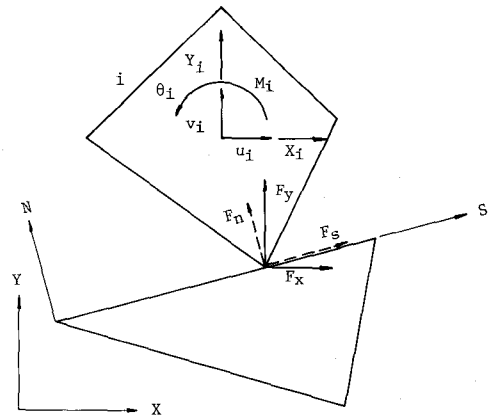


図4 剛体ブロックの動的平衡

以上で、ブロックの位置が新しく計算され、CRT画面上に表示されるとともに、ひきつづき次の計算ステップに入る。このくり返しにより、解析を行うのがDEMの手法である。

3. 計算例と考察

図4から図8までは、計算例として、せん断面の入った、かぶりの残ったトンネルの上部での破壊の様子をシミュレートしてみたものである。

この例では、DEMによる結果がどのようなものとなるかを見ることを主目的にしており、各パラメータの値は便宜上無名数で与えてある。図は、剛性定数 $k_n = k_s = 10^8$ 、減衰パラメーター $\eta = 0$ 、まさつ角 $\phi = 5^\circ$ (まさつ係数 $\mu = 0.087438$, ただし $\mu = \tan \phi$) とした場合の破壊過程を、500ステップごとにプロットしたものである。時間間隔は、剛性と各ブロックの重量とより決定され、ここでは $\Delta t = 2.0 \times 10^{-4}$ である。また、図の左端のブロックおよび最下端の2つのブロックは固定され、変位を生じないものとする。

図から明らかな様に、最も不安定な状態を呈している火印のブロックがまず落下し、それと同時に、中央部分のブロックがせん断面に沿ってすべり破壊の機軸を示している。また、右側の部分では、斜めに入ったせん断面と上方からの圧力とによって外側へ押し出されるブロックも見られ、この部分に大きな力が加えられていると考えられる。詳細な検討はここでは行わないが、一見して、ほぼ妥当な形で破壊モードが得られていると思う。

また、他の条件を同一のままにし、まさつ角だけを $\phi = 15^\circ$ （まさつ係数 $\mu = 0.26794$ ）にして同じモデルで解析を行ったところ、今度は最初の状態のまま変形せず、このモデルでは、まさつによる影響がジョイントでの挙動の大きな要因となっていると思われる。図の崩壊した場合は火印のブロックが少し左側へ押し出されるようにして転落しており、最初の位置では、ブロックの右端が、ちょうど上下のブロックにはさまれたような位置にあることから、この部分でのまさつ抵抗が全体の安全性を大きく左右するといえる。

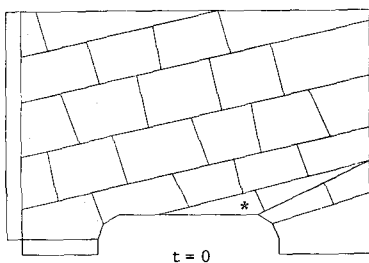


図5 トンネルの破壊(1)

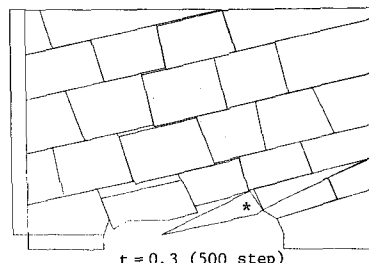


図6 トンネルの破壊(2)

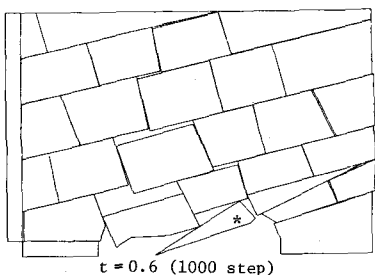


図7 トンネルの破壊(3)

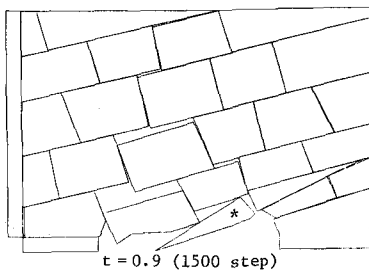


図8 トンネルの破壊(4)

したがって、例えば、この結果を実際の設計に活用するとすれば、まさつ角 ϕ を調査して安定度を確かめるとともに、不安定であるなら、キーストーンの役割を果たす火印のブロックに対して、これを支えるという設計上の見通しが立てられる。また、さらに、このブロックを支持するために与えるべき外力の大きさ、方向を検討することによって、設計における有用なデータを得ることも可能である。

4. あとがき

今回は、紙面の都合で、わずかな例しか載せられなかったが、DEMによる解析の結果と設計への応用についての簡単な考察からも、本手法の有用性が確認される。他のいくつかの例については、講演会当日発表する予定である。

現在、実際の問題を解析するには、いくつかの解決すべき点が残されているが、節理の発達した岩盤のせん断試験のシミュレーションや、斜面のすべり破壊、滑落、転倒破壊等のシミュレーションを主体に行うことになる。発展の方向として、Cundallが指摘しているように、剛体要素を変形し得る要素におきかえることにより、岩自体の変形を無視し得ない場合に拡張することができると、或いは、岩盤の問題において重要な位置を占める浸透圧、浸透流と岩盤の変形の問題に應用することも可能であると思われる。

最後に、本研究に関して、有益な御助言、御指導をいただきました赤井若一教授に謝意を表します。

参考文献

- Cundall, P.A. : A computer model for rock-mass behavior using interactive graphics for the input and output of geometrical data, Report MDR-2-74, 1974
- Cundall, P.A., Voegele, M. and Fairhurst, C. : Computerized design of rock slopes using interactive graphics for the input and output of geometrical data, 16th U.S.Symposium on Rock Mechanics, 1977

DISTINCT ELEMENT METHOD AND ITS APPLICATION TO
ROCK MECHANICS PROBLEMS

Yuzo OHNISHI
Chikaosa TANIMOTO
Atsushi YOSHIOKA
Keizo KARIYA
(Kyoto University)

Discontinuous rock masses can be analysed in either of two ways. The weakening and softening influence of the network of discontinuities can be accounted for implicitly in calculations by modifying the strength and deformability properties assumed for a rock mass. Or, the actual properties of individual discontinuities can be introduced explicitly in the analysis.

Numerical methods have recently been used often for the remarkable progress of computer technology. Finite element method is most popular in this field. However, it basically depends on infinitesimal strain continuum theory and its extension to large displacement discontinuous media is not so easy.

Recently two discrete element methods which can take into account the large deformation during or after the failure of rock masses and structures were proposed by Cundall (1971) and Kawai (1978). In this study both methods have been evaluated. However, our main interest was to apply the Cundall method (Distinct Element Method: DEM) to rock mechanics problems.

DEM can model the behavior of assemblages of rock blocks and display this behavior on CRT screen. In this method, the computer calculates the displacements, rotations and interactions of the blocks as a function of time and generates failure surfaces in those area where instabilities exist. A failure plane develops naturally during the course of the analysis. DEM differs from FEM in that as an instability develops the rock blocks are free to undergo large displacements and rotations. The blocks are allowed to separate if displacements and rotations so dictate.

In this paper, a brief review of DEM is presented and example problems such as stabilities of slopes and tunnels at the area of discontinuous rocks are solved to demonstrate the usefulness of this method. Original DEM program was modified to account for the influences of seepage flow and underground water pressure distribution.