

ひずみ軟化、ダイラタンシー、弱面の存在を考慮した弾塑性解析

大成建設㈱ ○里

優, 原 田 浩 史

平 野 逸 雄, 亀 村 勝 美

1. はじめに

一般に、弾性範囲内にある岩盤のひずみは、剛性が高いため比較的小さな値となっている。しかし、一旦破壊すると、ひずみ軟化を伴うせん断変形の流動や、千裂の開口による体積の膨張が生じ、変形は無視できない値となる。従って、岩盤中に建設される構造物の安定性を検討する際には、岩盤が破壊後に示すこれらの非線形性を十分に考慮する必要がある。本報告では、ひずみ軟化、ダイラタンシー特性に着目し、これらを有限要素法により、出来るだけ現象に忠実に表現することを試みた。併せて、非線形解析にともなう解の収束性についても、検討を加えた。

2. 岩盤の力学的性質の記述

2.1 強度

圧縮応力下での岩盤の破壊条件は、中間主応力の効果を無視し、次式で表わす。

$$\sigma_d + \sigma_m \sin \phi = \tau_0 \cos \phi \quad (1)$$

$$\text{ここに、} \sigma_d = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \quad \sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

ϕ , τ_0 : それぞれ、 τ - σ 面上でのこの直線の傾き、及び τ 軸の切片

岩石の三軸圧縮試験より得られる破壊条件は、より厳密に定式化されるが、多くの実験結果は、(1)式で充分近似できる。

引張破壊の条件は、実験より求めた引張強度を σ_t とし、

$$\sigma_1 = \sigma_t \quad (2)$$

を用いる。引張及び圧縮の組み合わせ応力下での破壊条件は、明確には検証されていないが、(1), (2)式をもって、任意の応力状態での破壊条件と考える。

強度が均一でなく、一つの方に弱面を持つ材料では、弱面における摩擦抵抗を考慮し、次式で破壊条件を与える。

$$|\tau| + \mu \sigma = c \quad (3)$$

τ, σ : 弱面上のせん断応力、垂直応力

μ, c : 摩擦係数、粘着力

最大主応力 σ_1 の方向と弱面のなす角を θ (反時計廻りを正) とすると、(3)式は次のようにも書くことができる。

$$\sigma_1 (\sin 2\theta + \mu - \mu \cos 2\theta) + \sigma_2 (\mu \cos 2\theta + \mu - \sin 2\theta) = 2c \quad (4)$$

よって一軸強度は次のようである。

$$\sigma_2 = 2c / (\mu \cos 2\theta + \mu - \sin 2\theta) \quad (5)$$

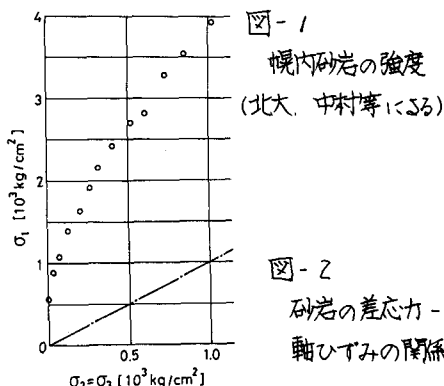
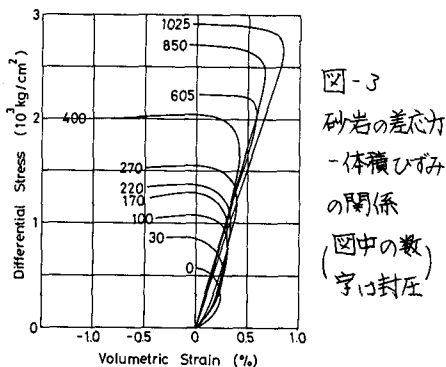
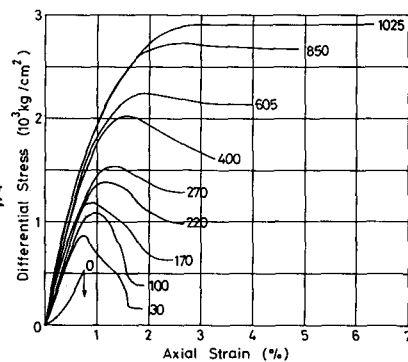


図-2 砂岩の差応力-軸ひずみの関係



2.2 破壊後の挙動

岩石試験では、機械的制御の困難さから、破壊後の挙動を表現する構成式は求められていない。そこで、以下の点を仮定するにとどめる。

- i) 破壊後は、非弾性的なせん断変形が生ずる。
- ii) これに伴い、体積の膨張が生ずる。
- iii) 残留強度まで応力が低下する。（図-2、3参照）

破壊後に生ずる、非弾性的な偏差主ひずみを ϵ_{dp} 、非弾性的な体積ひずみを ϵ_{mp} とし、両者間に次式の関係が存在すると仮定する。

$$\epsilon_{mp} = \alpha \epsilon_{dp} \quad \text{----- (6)}$$

$$\epsilon_{mp} = \frac{\epsilon_{1p} + \epsilon_{3p}}{2}, \quad \epsilon_{dp} = \frac{\epsilon_{1p} - \epsilon_{3p}}{2}$$

α : 定数

従って、 $\alpha = -\sin \phi$ のとき、応力空間で破壊条件式が描く曲面上の法線と、非弾性ひずみベクトルは平行となる。（図-4）

残留強度は、破壊条件と同様な式形で定める。

$$\sigma_d - \sigma_m \sin \phi^* = \tau_0^* \cos \phi^*$$

$$\sigma_1 = \sigma_c^* \quad \text{----- (7)}$$

多くの岩石では、 σ_m が増加するに従い、軟化の傾向がみられなくなる。

これより $\phi^* \approx \phi$ が適当であると思われる。（図-5）

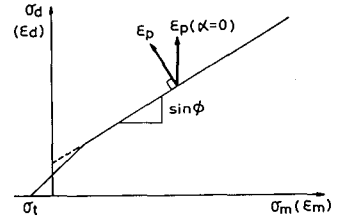


図-4 非弾性ひずみの方向

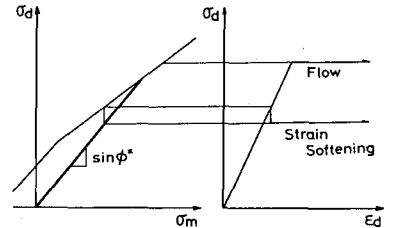


図-5 残留強度

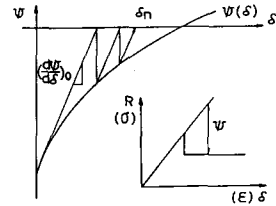


図-6 修正ニュートン-ラプソン法

3. 有限要素法を用いた数値解析

3.1 修正ニュートン-ラプソン法

本解析では、破壊後の構成式を定義していない。しかしながら、あるひずみレベルで生ずべき応力を求めることが可能であるため、次のような手法で弾塑性解析を行なうことができる。

有限要素法では、解くべき平衡方程式が次のように与えられる。

$$\psi(\delta) = \int_V B^T \sigma dV - \bar{R} = 0 \quad \text{----- (8)}$$

ψ は、変位 δ に対して非線形であるため、修正ニュートン-ラプソン法を用いて、数値解析的に解を求める。

$$\delta_{m+1} = \delta_m - \psi(\delta_m) / \left(\frac{d}{d\delta} \psi \right)_0 \quad \text{----- (9)}$$

(9)式による解析の持つ意味は次のようである。あるひずみレベルで要素に生ずべき応力 σ が求められれば $\psi(\delta_m)$ が得られる。これは、(8)式からわかるように、要素内に生ずべき力と外力 R の差を表わしている。つまり ψ は、要素に生ずべきでない不平衡力であり、(9)による収束計算は、不平衡力を周囲に再配分していく過程とみることができる。（図-6）

3.2 不平衡力の算定

この不平衡力を求めるためには、各ひずみレベルで要素内に生ずべき応力を求めなければならない。これは次のようにして行なう。ある計算過程で生じている全ひずみを、弾性成分 ϵ_e と、回復不能な非弾性成分 ϵ_p より成り立っていると考える。従って、偏差主ひずみ ϵ_d 、体積ひずみ ϵ_m は、

$$\epsilon_d = \epsilon_{de} + \epsilon_{dp}, \quad \epsilon_m = \epsilon_{me} + \epsilon_{mp} \quad \text{----- (10)}$$

と書くことができる。

ここで、次の仮定を設ける。

仮定) 非弾性的ひずみ ϵ_{pi} は、応力を発生せず、また、主非弾性ひずみの方向は、主応力方向と一致する。従って、考えているひずみレベルで生ずべき応力は、 ϵ_e により求めることができる。生ずべき体積応力を σ_{mc} と書けば

$$\sigma_{mc} = D_1 \epsilon_{me} = D_1 (\epsilon_m - \epsilon_{mp}) = D_1 (\epsilon_m - a \epsilon_{dp}) \quad (11)$$

$$D_1: \text{平面ひずみでは、} E / (1 + \nu \times 1 - 2\nu)$$

一方、応力は破壊条件を満たしている必要があり、(1)式より生ずべき偏差主応力 σ_{dc} は、次のように表わせる。

$$\sigma_{dc} = \sigma_0 \cos \phi - \sigma_{mc} \sin \phi = \sigma_0 \cos \phi - (D_1 \epsilon_m - a D_1 \epsilon_{dp}) \sin \phi \quad (12)$$

また、非弾性的ひずみ ϵ_{dp} は、

$$\epsilon_{dp} = \epsilon_d - \epsilon_{de} = \epsilon_d - \sigma_{dc} / D_2 \quad D_2: E / (1 + \nu) \quad (13)$$

で与えられ、(10)~(12)式より σ_{dc} を得る。

$$\sigma_{dc} = \frac{\sigma_0 \cos \phi - D_1 \epsilon_m \sin \phi + a D_1 \epsilon_d \sin \phi}{1 + a \frac{D_1}{D_2} \sin \phi} \quad (14)$$

弱面が存在している場合の応力も、(4)式より同様に求めることができる。

3.3 破壊の判別

本解析は、計算時間を短縮するため、全荷重を加えて収束計算を行う。従って、要素がせん断型の破壊基準(1)式を満たしているのか、あるいは、引張型の(2)式かを判別することができる。そこで、破壊したとみなされる大部分の要素は、せん断型の破壊基準に先ず接するものとしある計算段階で要素に生ずべき応力 σ_c に引張が生じたとき、換言すれば、せん断型の破壊ではないという矛盾が起ったときに、引張破壊を認めることとする。これは、解析対象が主として地下構造物であること、つまり、圧縮の初期応力が解放される問題が大部分であり、引張破壊の条件を単独で満たす場合以外に、引張破壊が先に生ずる可能性が大きいことに基づいている。弱面での破壊の判別も同様に、まず全体強度で破壊を判別し、実際に生ずべき応力を求め、この応力状態が弱面での破壊条件を越えている場合に、弱面での破壊とみなすこととする。

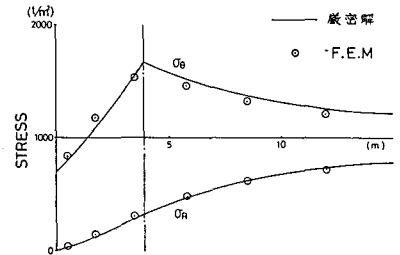


図-7 円孔周囲の応力分布

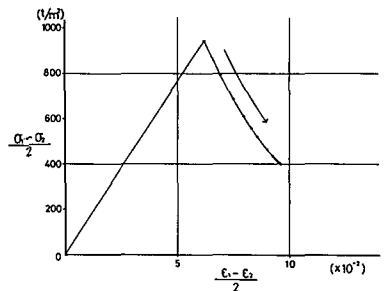


図-8 偏差成分の変化 (a=0)

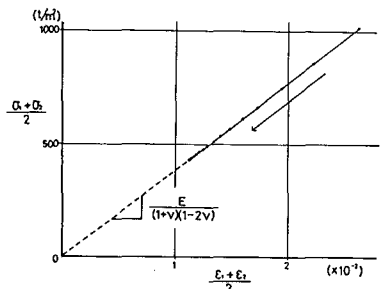


図-9 体積成分の変化 (a=0)

4. 解析結果と考察

無限弾塑性地山内に円孔を掘削した場合を例にとり、1~3で定義した弾塑性体の具体的な性質について検討を加える。解析は、定ひずみ三軸剪断要素を用い、また各定数は次のとおりである。

円孔半径	10m	初期応力	$\sigma_1 = \sigma_2 = 1000 \text{ t/m}^2$
地山	$E = 2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$	$\nu = 0.3$	
	$\sigma_0 = 200 \text{ t/m}^2$	$\phi = 30^\circ$	
	$\sigma_0^* = 100 \text{ t/m}^2$	$\phi^* = 30^\circ$	
弱面	$C = 50 \text{ t/m}^2$	$\mu = 0.58$	
	$\theta = 0^\circ$		

図-7は、地山を完全弾塑性体と仮定した場合の円孔周囲の応力状態を示している。厳密解とのよい一致がみられる。図-8, 9は、孔壁近傍の要素が、収束計算中にたどる応力の経路を示している。この要素は破壊しており、不平衡力を解放していく過程で、非弾性的なせん断変形が生じているようすがわかる。この解析例では、ダイラタンシーを与える係数 α を0としてあり、体積変化は弾性的である。図-10, 11は、 $\alpha = 0.1$ を与えた場合であり、非弾性的な体積膨張が生じている。

ひずみ軟化する弾塑性体では、塑性域が拡大し、孔壁付近の応力が低くなる。(図-12)。一方、非弾性的なひずみが増加し、孔壁では下表のように大きな変化が生ずる。

	弾性解	弾塑性解	ダイラタンシー考慮	ひずみ軟化
変形量 (cm)	6.18	8.17	8.45	11.88

図-13, 14は、弱面が存在する場合の解である。図-13は、本法により、全荷重を一度に加えて解析した場合、図-14は、荷重を10分割して加えた場合である。両者に有意な差はみられない。荷重を分割して加える方法に比べ、本法では解析に要する時間が $1/2 \sim 1/3$ 程度となり、非常に経済的であることがわかる。

5. まとめ

本解析は、連続体力学の範囲内で、岩盤の破壊後の挙動、即ち、1) せん断変形の流動、2) 体積の膨張、3) ひずみ軟化と出来るだけ現象に忠実に表現しようとしたものである。解析結果からは、これらがよく表現されていることがわかった。また複数の破壊条件を持つ岩盤に対しても、全荷重追加による解析がよい結果を与え、経済性の面でも、本手法が有効であることがわかった。今後は、本手法を地山と支保工の相互作用の検討、岩盤の時間依存性の挙動の表現等に応用したいと考えている。最後に一連の解析例に要した計算時間を下表に示す。

解析手法	収束回数	C.P.U
弾性解	—	1
弾塑性解	16	2.3
ダイラタンシーを考慮	21	2.7
ひずみ軟化	30	3.6
弱面の存在を考慮	36	4.1
“ (10分割荷重)	73	8.6
引張破壊が生ずる場合	21	2.7
“ (10分割荷重)	64	6.8

(C.P.Uは、弾性解析を1とした時の比)

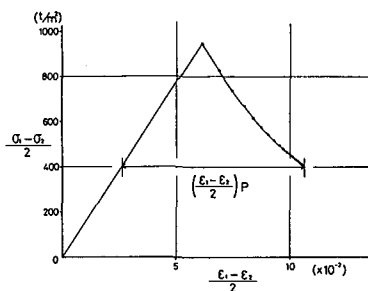


図-10 せん断成分の変化 ($\alpha = 0.1$)

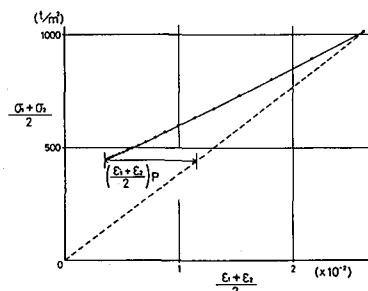


図-11 体積成分の変化 ($\alpha = 0.1$)

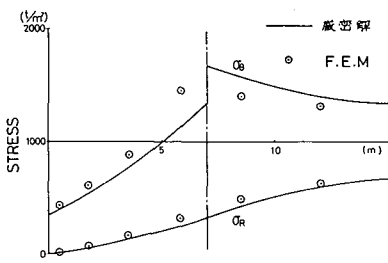


図-12 応力分布 (ひずみ軟化)

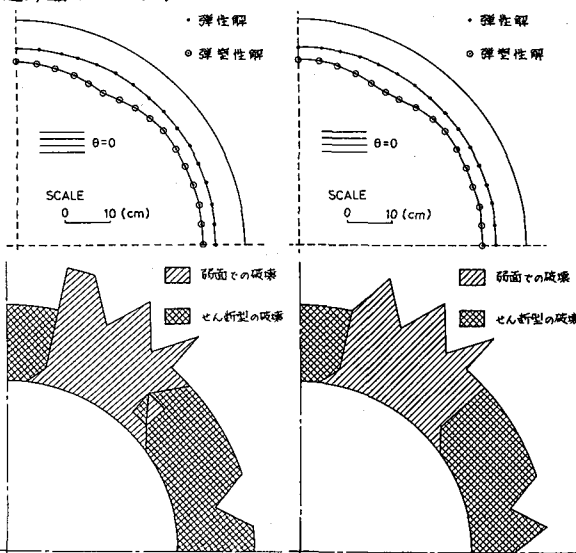


図-13 変形と破壊領域

図-14 変形と破壊領域

Elasto plastic analysis considering strain-softening, dilatancy and the existence of weak plane.

Masaru SATO, Hiroshi HARADA
Itsuo HIRANO, Katsumi KAMEMURA

Taisei Corporation

SUMMARY

In order to examine the stability of underground openings in rock, non linear behavior of rock should be considered. Especially strain-softening and dilatancy, which can be seen after yielding, play an important role in the rock behavior around underground openings. The existence of weak plane, where the strength are less than that of sound part, is also important in the examination of rock stability.

In this paper, authors tried to express these non-linearity as exactly as possible using finite element method with in a framework continuum mechanics. Following rock behavior have been considered:

- (1) flow of shear deformation after yielding
- (2) dilation of volume along with shear flow
- (3) strain-softening
- (4) existence of weak plane

Using a new numerical scheme for good convergency of non linear iteration, simple circular tunnel model have been analyzed. Results show that the proposed method is very effective for the analysis of rock with several yield conditions and needs less computation time.