

岩石の切削の相似則

東京大学工学部 正会員 西松 裕一
秋山 政雄

1. 緒言

近年、軟岩用のブーム式トンネル掘進機の開発と普及が進むにつれて、切削形ビットによる岩石の切削に関する研究も、いくつか発表されている。^{1)~4)}このような研究は、専ら実験室において、模型ビットを用いて、行われて来た。したがって、実験結果を実機の操業条件の推定などに利用する場合は、相似則が成立することが暗黙のうちに仮定され、刃物間隔、切込深さ、刃物幅などの影響に関する実験室実験の結果を実機での寸法にまで拡大・外挿することが行われている。

しかし、石炭の切削では、切込深さや刃物幅と切削抵抗との間に相似則が成立せず、寸法効果があることが報告されている。⁵⁾もし、岩石の切削でも石炭の場合と同様に、相似則が成立しないのであれば、実験室実験の結果を実機に適用する場合には、寸法効果を考慮して慎重な取扱いをすることが必要になって来る。

筆者らは、このような観点から、岩石の切削における切込深さや刃物幅と切削抵抗あるいは掘削体積比エネルギーとの間の相似則について、理論的、実験的研究を行なったので、その結果について述べる。

2. 次元解析

もし、岩石の切削において寸法効果がなく、相似則が成立するならば、模型ビットによる実験条件と実機の操業条件とが、力学的に相似であるようにすることが出来る。そのために導すべき条件を求めたため、次元解析を行なってみた。

第1表 切削に関連する物理量とそのディメンション

その場合、考慮すべき物理量として第1表に示すような8個を選んだ。このような物理量から作られる次元マトリックスのランクは3であり、したがって、独立な無次元積の数は、Buckingham の Π 定理⁶⁾によって、5個である。

	圧縮強 さ S_c	引張強 さ S_t	刃物速 度 v	切込深 さ t	刃物幅 B	切削抵抗 F	岩石の 密度 ρ	岩石の Young 率 E
長さ L	-1	-1	1	1	1	1	-3	-1
質量 M	1	1	0	0	0	1	1	1
時間 T	-2	-2	-1	0	0	-2	0	-2

独立な5個の無次元積としては、い

ろいろなものを選ぶことができるが、ここでは、次に示すようなものを採用した。

$$\Pi_1 = \frac{F}{S_t \cdot t^2}, \quad \Pi_2 = \frac{t}{B}, \quad \Pi_3 = \frac{E}{S_c}, \quad \Pi_4 = \frac{S_t}{S_c}, \quad \Pi_5 = \frac{v^2 \cdot \rho}{E}$$

このうち、無次元積 Π_2 は幾何学的相似の条件であり、この条件を満足させることは容易である。 Π_3 と Π_4 は岩石の力学的性質に関する条件である。実際の岩石とこの二つの無次元積の値が一致するような模型材料を調製することは、極めて困難である。したがって、実機の操業条件について知るために、岩石の切削実験を行なう場合などは、試料岩石として、実機と同じ岩石を用いることが望ましい。無次元積 Π_5 は $\frac{1}{2} v^2 \rho$ が、岩石単位体積あたりの運動エネルギーを表わすことから、切屑の運動エネルギーに関連した条件であるように思われる。^{7,8)}しかし、従来の研究によって、刃物速度 v が切削抵抗に影響しないことが知られているので、この無次元積の寄与分は著しく小さいと考えてよいであろう。

最後に、無次元積 Π_1 について考察する。もし、このような次元解析の結果を

$$\left(\frac{F}{S_c \cdot t^2}\right) \cdot \left(\frac{t}{B}\right) = f_1\left(\frac{S_t}{S_c}\right) \cdot f_2\left(\frac{E}{S_c}, \frac{v^2 P}{E}\right) \text{ ----- (1)}$$

と書くことができれば、切削抵抗の式として

$$F = S_c \cdot f_1\left(\frac{S_t}{S_c}\right) \cdot f_2\left(\frac{E}{S_c}, \frac{v^2 P}{E}\right) \cdot t \cdot B \text{ ----- (2)}$$

が得られる。他方、二次元切削に関する理論的考察から、刃物単位幅あたりの切削抵抗 F_0 の式として、

$$F_0 = \frac{2}{n+1} \cdot S_s \cdot t \cdot \frac{\cos k}{1 - \sin(k - \delta + \phi)} \text{ ----- (3)}$$

が成立することが知られている。³⁾ただし、ここで n : 応力分布係数、 S_s : 岩石のせん断強さ、 k : 岩石の内部摩擦角、 δ : 刃物すくい角、 ϕ : 刃物すくい面と岩石との間の見掛け摩擦角、である。

ここで、切削抵抗が刃物幅 B に比例するとすれば、(3)式より、切削抵抗の式として

$$F = F_0 \cdot B = \frac{2}{n+1} \cdot S_s \cdot t \cdot \frac{\cos k}{1 - \sin(k - \delta + \phi)} \cdot B \text{ ----- (4)}$$

が得られる。また、せん断強さについては、

$$S_s = \frac{S_c \cdot S_t}{2 \sqrt{S_t(S_c - 3S_t)}} = \frac{S_c}{2 \sqrt{(S_c/S_t) - 3}} \text{ ----- (5)}$$

が、ほぼ成立することも考慮すれば、(2)式と(4)式とが対応していることがわかる。(したがって、もし相似則が成立すれば、無次元積 Π_2 の値すなわち、切込深さと刃物幅との比を一定に保ったとき、切削抵抗は切込深さの自乗に比例する、換言すれば、(2)式によって切込深さと刃物幅の積に比例するであろう。

3. 実験の装置と方法

以上の考察の結果を実験的に確かめ、岩石の切削について幾何学的、力学的相似則が成立するか否かについて検証するためには、種々の切込深さと刃物幅とで実験を行なう必要がある。そこで、試料岩石として、その物性表2表に示すような砂質凝灰岩(青石)とセメントモルタルのブロックを用いて、切削ドリットによる直線切削実験を行なうことにした。

第2表 試料岩石の強さと見掛け密度

	圧縮強さ kg/cm ²	引張強さ kg/cm ²	せん断強さ kg/cm ²	見掛け密度 g/cm ³
砂質凝灰岩	413	56.1	98.9	1.91
セメントモルタル	189	16.8	32.9	1.85

試験用の模型ドリットの刃物すくい角は10°と30°の2種類とし、刃物幅は12, 20, 25, 30および40mmの5種類とし、合計10種類のドリットを用いた。なお、刃物すくい角は、いずれも10°で、刃先は摩擦部が0.2mm以下になるまで鋭くした。

切削実験は、既報で用いたものと同一の形削盤を用いて行なったので、刃物速度は約5.2 m/minである。切込深さは1.2 mmから16 mmまでの間で適宜変化させ、同一条件の実験を2〜3回繰返して行なった。切削抵抗は、円板形ダイナモメータ(板厚11 mm)で測定し、その出力を電磁オシログラフに記録した。この記録から、切削距離約1 cm毎の最高値を読みとって平均し、切削抵抗の値とした。1回あたりの切削距離は約30 cmである。また、切削を行なう前後に試料ブロックを秤量して、その減量を切削距離と見掛け密度で除して、切削溝の平均断面積を求めた。この平均断面積で切削抵抗の主合力を除いたものと切削体積比エネルギー(以下比エネルギーといふ)の値とする。

4. 切削抵抗に関する相似則

次元解析の結果から、相似則が成立するか否かを検証するためには、切込深さと刃物幅との比 t/B を一定に保

って実験を行なえばよいことがわかる。
そこで、 $t/B = 0.1, 0.15, 0.2$ および 0.3 の場合について、種々の切込深さで、切削実験を行なった。その結果、得られた切削抵抗の主分力 P と切込深さ t 、刃物幅 B との関係をもとめて、第1図に示す。これから、切削抵抗の主分力 P と切込深さ t および刃物幅 B との間に、

$$P = a + b \cdot t \cdot B \quad \text{-----(6)}$$

が成立することがわかる。この式で定数 a は、二次元切削実験の際に指摘したように、刃先付近の圧砕帯に由来するものと考えられる。もし、この定数項を除外すれば、切削抵抗の主分力は、切込深さ t および刃物幅 B の積に比例する。すなわち、相似則が成立する。また、第1図から、切込深さと刃物幅との比 t/B の値は、切削抵抗と切込深さ、刃物幅との関係に、特に影響しないことが言える。なお、図中の直線は、実験データに(6)式をあてはめた回帰直線である。

5. 切削断面積に関する相似則

以上の考察によって、切削抵抗に関しては相似則(力学的)が成立することがわかった。こゝでも、幾何学的な相似

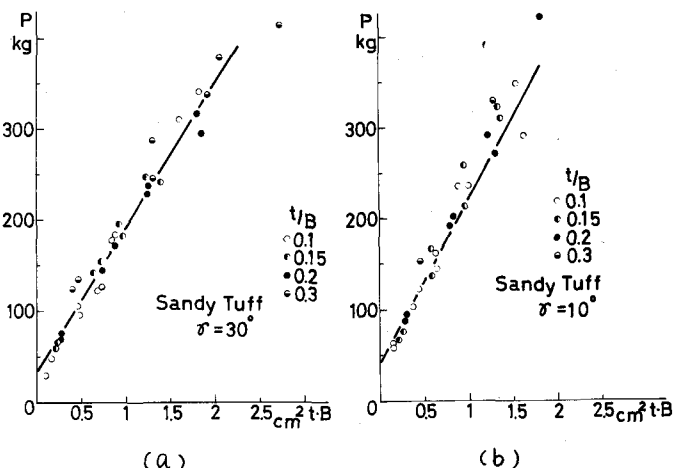
則も成立するとすれば、切込深さと刃物幅との比 t/B が一定のとき、切削溝の断面形状が相似であり、したがって切削溝断面積は、切込深さの自乗に、切込深さと刃物幅との積に比例するはずである。

この点について確かめるために、 $t/B = 0.1, 0.15, 0.2$ および 0.3 の場合について、切削溝断面積を測定して、切込深さと刃物幅との積 $t \cdot B$ と切削溝断面積 A との関係を調べてみた。結果は第2図に示す通りで、両者の間には、

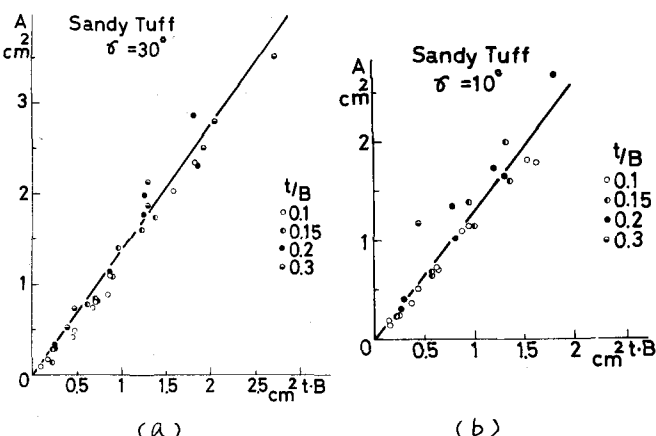
$$A = c \cdot t \cdot B \quad \text{-----(7)}$$

で表わされるように、原点を通る直線関係がはいり成立する。また第2図から、切込深さと刃物幅との

比 t/B が切削溝断面積に与える影響は無視できる程度であることがわかる。なお(7)式の定数 c は、切削溝断面積 A と切込深さと刃物幅との積(刃物掃引面積) $t \cdot B$ との比と与えるが、第3表に示すように、1.2ないし1.4である。



第1図 切削抵抗の主分力 P と刃物掃引面積 $t \cdot B$ との関係



第2図 切削溝断面積 A と刃物掃引面積 $t \cdot B$ との関係

第3表 切削溝断面積 A と切込深さ t 、刃物幅 B との比 c

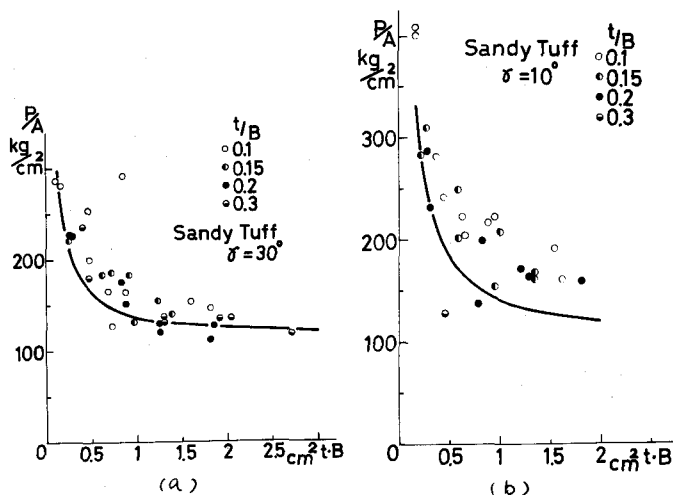
試料	刃物あき角	
	10°	30°
砂質凝灰岩	1.31	1.40
セメントモルタル	1.22	1.21

6. 掘削体積比エネルギー

掘削体積比エネルギー S_E は、切削抵抗の主分力 P と切削溝断面面積 A との比で与えられる。このようにして求めた比エネルギーを、刃物掃引面積 $t \cdot B$ に対してプロットしたものが、第3図である。これから、比エネルギーは刃物掃引面積の増加と共に減少し、やがて一定値に近づくことがわかる。このことは、(6)式および(7)式から求めた比エネルギーの式

$$S_E = \frac{P}{A} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \cdot \frac{1}{t \cdot B} \quad \dots (8)$$

からも直ちにわかることである。すなわち、比エネルギーは刃物掃引面積に反比例して減少し、一定値 a/c に近づく。第3図に記入された曲線は、このようにして得られたものである。



第3図 掘削体積比エネルギー P/A と刃物掃引面積 $t \cdot B$ との関係

7. 結論

すくい角 10° および 30° の切削形ビットを用いて、岩石およびセメントモルタルの直線切削実験を行った。実験結果を刃物掃引面積 $t \cdot B$ をパラメータにとって解析した。その結果、切削抵抗の主分力は、刃先付近の圧研帯（構成刃先）の影響部分を除けば、刃物掃引面積に比例し、力学的相似則がほぼ成立すること、また切削溝断面面積も刃物掃引面積に比例し、こゝでも相似則が成立すること、が明らかになった。

しかし、切削抵抗の主分力と切削溝断面面積との比で与えられる掘削体積比エネルギーは、刃物掃引面積の増加と共に減少する。これは、切削抵抗を表わす式に、刃先付近の圧研帯に由来する定数項が存在するためであると考えられる。

一般にトンネル掘進機において、状況に応じて変更できるのは切込深さであるが、本報の(8)式から、掘削体積比エネルギーは、切込深さの増加と共に減少することがわかる。これは従来報告されているところと一致する。また(8)式より、大形ビットで深く切削した方が望ましいという、これもまた従来主張されていることと、一致する結論が得られる。

以上のような考察から、岩石の切削においては、横研ビットによる実験結果から直ちに、実機における切削抵抗を推定し得ると言つてよいであろう。なお、岩石の切削抵抗の計算式については、改めて詳細に報告したい。

文献

- 1) J. S. BARKER, Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., 1 (1964) p. 519; 2) 山下秀・木下重教, 日鉱誌, 86 (1970) p. 835; 3) Y. NISHIMATSU, Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., 9 (1972) p. 261; 4) F. F. ROXBOROUGH, Trans. Instn. Min. Engr., 132 (1973) p. 445; 5) 金田俊夫・岡本隆, 水曜会誌, 13 (1958) p. 630; 6) 本間 仁・春日屋伸昌, 次元解析・最小2乗法と実験式, コロナ社(1957) p. 22; 7) M. J. O'DOUGHERTY, & A. C. BURNEY, Coll. Engg., 42 (1963) p. 51, 111; 8) 西松裕一, 日鉱誌, 87 (1971) p. 65; 9) 小林良二・奥村清寿, 日鉱誌, 87 (1971), p. 407; 10) 鈴木光・西松裕一, 日鉱誌, 84 (1968) p. 548; 11) 鈴木光・西松裕一, 日鉱誌, 84 (1968), p. 1569; 12) F. F. ROXBOROUGH, Trans. Instn. Min. Engr., 132 (1973), p. 445; 13) C. D. POMEROY, Coll. Guard., 207 (1963) p. 642, 14) 略

Mechanical and Geomerical Similarities of Rock Cutting

Yuichi NISHIMATSU and Masao AKIYAMA

In this paper, the authors discuss on the mechanical and geometrical similarities of rock cutting with the drag bit type cutting tool.

By means of the dimensional analysis and some considerations based on the previous test results, the equation of cutting force is given by

$$F = Sc \cdot f_1\left(\frac{St}{Sc}\right) \cdot f_2\left(\frac{E}{Sc}, \frac{v^2 \rho}{E}\right) \cdot t \cdot B$$

where Sc : the uniaxial compressive strength of rock,
 St : the uniaxial tensile strength of rock,
 E : Young's modulus of rock,
 ρ : the density of rock,
 v : the cutting speed,
 t : the depth of cut,
 B : the width of blade of cutting tool.

This equation agrees with the theoretical equation of cutting force based on the assumption of plane state of strain.

A sample rock and a cement mortar are cut with two drag bit type cutting tools, the rake angle of which are 10° and 30° respectively. The widths of blade of cutting tools are various in the range between 12 and 40 mm.

The test result of rock cutting with the constant ratio between the depth of cut and width of blade shows that the cutting force is proportional to the product of the depth of cut and width of blade i.e. the sweeping area of cutting tool, except a small constant term caused by the built-up nose near the edge of cutting tool. This means that there exists a mechanical similarity concerning the cutting force in the rock cutting.

It is also shown that the cross-sectional area of cut groove is proportional to the sweeping area of cutting tool. This means that there exists a geometrical similarity concerning the cross-sectional area of cut groove.

Furthermore, the test result shows that the cutting force as well as the cross-sectional area of cut groove is little dependent on the ratio between the depth of cut and width of blade.

The specific energy of rock cutting is obtained as the ratio between the cutting force and cross-sectional area of cut groove, and decreases with the increases of the sweeping area of cutting tool. This suggests that the larger cutting tool and depth of cut are more profitable than the smaller.