

岩盤特性の一表現法とその有限要素法非線型解析への導入ならびに
二、三の解析例

鹿島建設

庄子幹雄 正会員 岡林信行

正会員 ○谷本治重

佐々木 猛

1. ま え が き

ダム、トンネル、地下発電所、原子力発電所、斜面、構造物基礎等の掘削は、工事の大型化によって大規模となり、逐次掘削となることが多い。掘削に伴う周辺岩盤の挙動の把握は、工事の設計、施工を通じて重要で、工事の全体的な評価につながる。筆者らは同評価法には理論解析が実験、実測の裏付としても有効であると考へ、その研究を進めて来た。その結果、岩盤のジョイントシステム、非線型変形特性、クリープ、間隙水圧、施工条件等を考慮して評価できる解析法（有限要素法による非線型解析）を開発することができた。ここに、その理論の概要と二、三の解析例について報告する。

2. 岩盤の非線型変形特性の表現

岩盤は応力水準が小さい間は弾性変形をするが、応力水準が大きくなるにつれて過渡的な弾塑性変形領域に入り、次第に破壊に至ることが一般に知られている。この非線型変形特性の一般的表現を試みる。Mohrの破壊説によれば、 $d_{min} \leq 0$ （ただし、 $d_{min} = \min\{d_1, d_2\}$ ）のとき、岩盤は破壊する（Fig.1 参照）。しかし、 $d_{min} > 0$ では、応力状態と破壊の接近度合との関係が不明である。そこで、同度合を指す指標Rを(1)式で定義する（Fig. 1 参照）。

$$d_1 \leq d_2 \text{ のとき } R = \frac{d_1}{D_1}, d_1 > d_2 \text{ のとき } R = \frac{d_2}{D_2} \dots\dots (1)$$

このようにすれば、任意の応力状態が破壊接近度Rで表され、常に $0 \leq R \leq 1$ となる。Rが0、1となるのは、それぞれ破壊時、最も安定な応力状態のときである。一方、媒介指標Tを(2)式で定義し（Fig. 2 参照）、

$$A \geq 0 \text{ のとき } T = \frac{\sqrt{(\tau)^2_Q - (\tau)^2_P}}{(\tau)^2_R - (\tau)^2_P}, A < 0 \text{ のとき } T = \frac{(\tau)_Q}{(\tau)_R}$$

$$A = 1 - \frac{\tau_R^2}{4\sigma_t^2} - \frac{1}{\sigma_t} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \dots\dots (2)$$

応力-ひずみ曲線から岩盤の非線型変形特性を
図式解法により一般的に求めると（Fig. 3 ,
Fig. 4 参照）,

$$D' = D' = \overline{OM} + \overline{MN} = \overline{HG} + \overline{UV} = D_0 T + (1-R) D_F$$

$$\text{より、} \frac{D}{D_0} = T + (1-R) \frac{D_F}{D_0}, \text{ 同様に}$$

$$\nu = \nu_0 T + (1-T) \nu_F \dots\dots (3)$$

となる。

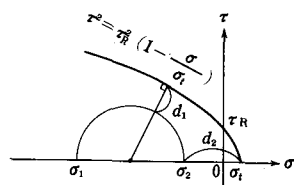


Fig. 1 Mohrの破壊包絡線
(Mohr's Fracture Envelope)

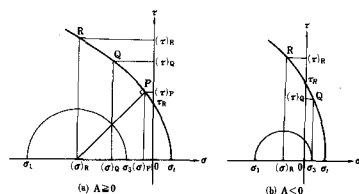


Fig. 2 媒介指標 T
(Parameter T)

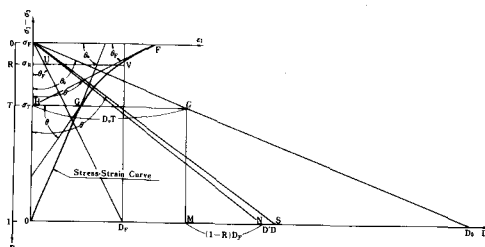


Fig. 3 変形係数Dと近似変形係数D'
(Deformability D and Approximated Deformability D')

添字 F, ゼロはそれぞれ破壊時, 最も安定な各応力状態を意味する。

R と T との間には, 常に $R = T^2$ が成立する。(3)式は応力状態と物性値の関係が正規化されている。これを Fig. 5 に示す。応力状態が変化するとつれて物性値は連続かつ円滑に変化している。なお, 詳細は, 参考文献 1), 2) を参照されたい。

3. 有限要素法による岩盤掘削問題の非線型解析

一般に非線型解析には, 材料的非線型問題と幾何学的非線型問題がある。これらの両者を考慮するのが最も良いが, ここでは前者に注目し後者は扱わない。有限要素法による構造系の釣合方程式の解法は, 対象とする問題が複雑で応力経路が方向的でないことを考慮し, Newton - Raphson 法で行なう。この方法の代表的なものは, Constant Slope Iteration Process と Newton - Process (Fig. 6 参照) である。前者は, 初期勾配のみを求めるため計算時間が節約できるが, 収束が一次であるため解に近づくにつれて収束が遅く厳密解が得られにくい場合もある。これに対して後者は, 各ステップで勾配を求めるので計算量は多くなるが, 収束が二次で早く, エネルギー関数 $\{\psi\}$ が領域で一様でない場合でも比較的高度の厳密解を与える。したがって, 本解析では Newton - Process を用いる。解析理論の詳細は参考文献 3), 4) を参照されたい。

次に, 岩盤状態, 環境条件, 施工条件の取扱いについて触れる。岩盤のジョイントシステム, シーム等は, これをマクロ的な観点から直交異方性岩盤として導入し, クリープは Burgers 型の 4 要素モデルで考慮する。間隙水圧は, 各掘削段階で境界条件を設定し, 定常問題として解析した。⁶⁾ 掘削は周囲の岩盤を痛めることなく静的に行なわれるものとし, PS 工, ロックボルト工の緊張力は節点外力として導入する。破壊後の岩盤は破壊時の物性値を有し, 挙動するものとする。

4. 逐次掘削における計算過程と解法

これらの詳細は参考文献 3), 4) を参照されたいが, ここではその概略を簡単に説明する。Fig. 7 は斜面, 空洞の逐次掘削の状態を二次元的に示したもので, 上部からインデックス i にしたがって掘削が進行するものとする。斜線部 $i-1$ 回目の掘削が終了した時点の i 回目の釣合方程式は (4) 式で表される。掘削による不釣合力と一般化外力を (5) 式で表し,

$$[K_{ii}]\{\delta_i\} + [K_{i,i-1}]\{\delta_{i-1}\} + \{F_i^C\} + \{F_i^P\} + \{F_i^S\} = \{\psi\} = 0 \quad (4)$$

$$\{R_i\} = [K_{i,i-1}]\{\delta_{i-1}\} + \{F_i^C\} + \{F_i^P\} + \{F_i^S\} \quad (5)$$

これを Newton - Raphson 法 (Fig. 8 参照) で解き, N - R 法での繰り返し回数 n での収束計算の不釣合力は (6) 式で表わされ, 解の収束基準は (7) 式を用いる。

$$\{\Delta R_i\}^n = - \left(\sum_{j=1}^n [K_{ij}]^j \{\delta_i\}^j - \{R_i\} \right) \cdots (6), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \{\Delta R_i\}^n < e \quad (7)$$

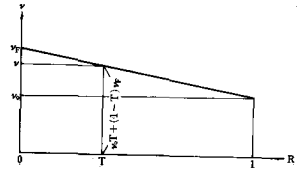


Fig. 4 ポアソン比 ν (Poisson's Ratio)

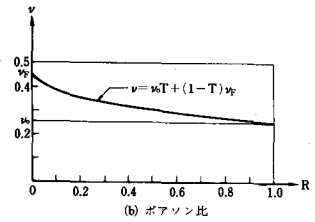
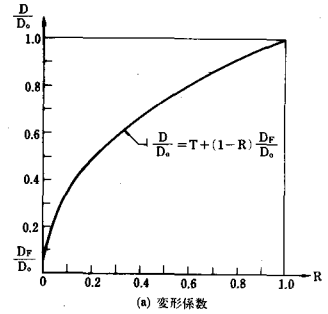


Fig. 5 変形係数 D , ポアソン比 ν の表現式と破壊接近度 R の関係 (Fracture Severity R)

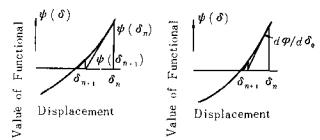


Fig. 6 釣合方程式の解法 (Iteration-Process)

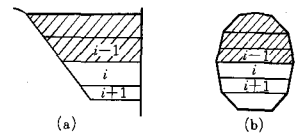
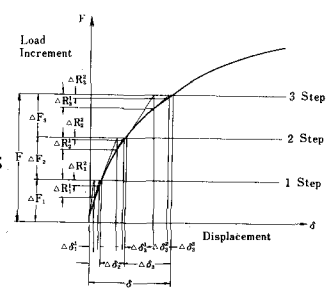


Fig. 7 斜面, 空洞の逐次掘削 (Excavation Stage)

各掘削段階での全応力は、 $\{\sigma_i\}=[D_1]^i\{\varepsilon_i^e\}-[D_2]^i\{\varepsilon_i^c\}+\{P_i\}$ 、有効応力は、 $\{\sigma_i^{ef}\}=\{\sigma_i\}-\{P_i\}$ で表される。応力水準と物性値との関係は、この有効応力を用いて(3)式で導入する。ここに、 $[K]$ ；剛性マトリックス、 $\{\delta\}$ ；節点変位、 i ；掘削段階、 j ；Newton-Raphson法のインデックス、 $\{\psi\}$ ；汎関数、 e ；収束誤差、 $\{F_i^c\}$ ；クリープによる等価節点外力、 $\{F_i^p\}$ ；間隙水圧による等価節点外力、 $\{F_i^s\}$ ；PS工等の一般化外力、 $\{\varepsilon_i^e\}$ ；第*i*掘削段階での弾性ひずみ、 $\{\varepsilon_i^c\}$ ；第*i*掘削段階でのクリープひずみ、 $\{P_i\}$ ；要素内間隙水圧、である。



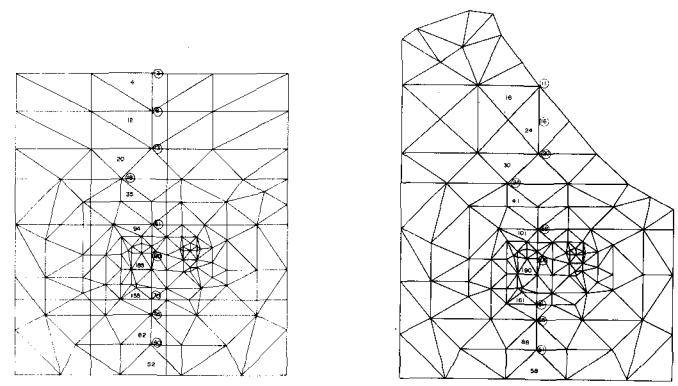
5. 地下空洞の解析例

本理論を地下空洞の掘削に適用する。Table 1 の岩盤で、同等の被り
を有する場合の解析結果を Fig.10 ~ Fig14 に示す。物体力
による初期地圧の主応力分布は、水平地形ではV字地形に比較
して、せん断応力がほとんど発生しないため、線型と非線型の
相違が σ_2 （水平方向）だけに生じているが (Fig.10 (a) 参照)
V字地形では σ_1 、 σ_2 ともに非線型解析のほうが20%程度増
大している (Fig. 10 (b) 参照)。空洞側壁、アーチ部の変位は、
いずれもV字地形の方が水平地形よりも大である (Fig. 11(a),(b)
Fig.12 (a), (b) 参照)。変位はほぼ1回の応力の再配分 (収
束計算は2回目) で安定しているが、局部的に破壊した要素と
その周辺領域では、応力分布
の安定性を考慮すれば、応力
の再配分は2回 (収束計算は
3回) 行う必要がある。さて、
V字地形について増分法で解
析したアーチ部変位の結果を
Fig.13 に示す。Fig. 12 (b)
と Fig. 13 は対応する。増分
法では、変位の絶対量が収束
計算を行ったものより小さく、
アーチ部の最終変位は初期変
位 (基準値) よりも小で、同
収束計算の結果とは逆の傾向
(最終変位が基準変位より上
方になる) を示している。水
平地形、V字地形の各収束計
算、V字地形の増分法のそれ
ぞれで解いた空洞掘削後のポ
アソン比 (ν_y) 分布を Fig.
14 (a), (b), (c) に示す。
掘削に伴う空洞周辺の緩み領
域は、線型、増分系、非線型

Fig. 8 釣合方程式の解法手順 (Newton-Process)

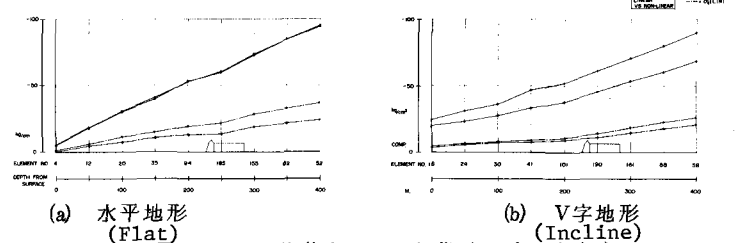
		岩 盤		
		A	B	C
破壊包絡線	Mohr	$\tau^* = 740^* (1 - \frac{\sigma}{100})$	$\tau^* = 480^* (1 - \frac{\sigma}{60})$	$\tau^* = 200^* (1 - \frac{\sigma}{15})$
ヤング率	E_x	20×10^8	15×10^8	10×10^8
	E_y	14×10^8	10×10^8	7×10^8
異方性角度	θ	30°	30°	30°
せん断弾性係数	G	7×10^8	5×10^8	3×10^8
ポアソン比	ν_x	0.20	0.20	0.25
	ν_y	0.25	0.25	0.28

Table 1 岩盤の物性値 (Property of Rocks)



(a) 水平地形 (Flat) (b) V字地形 (Incline)

Fig. 9 解析モデル (Analytical Models)

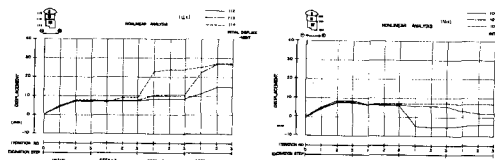


(a) 水平地形 (Flat) (b) V字地形 (Incline)

Fig. 10 物体力による初期地圧 (主応力) (Principal Stress Distribution)

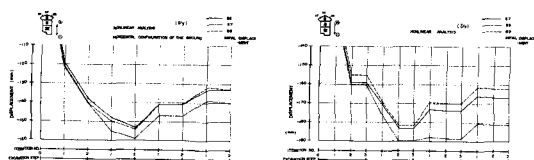
収束計算の順序で大となっている。これは応力経路と応力の再配分による計算の厳密さの順となっている。

Fig.15はV字地形に並設空洞を掘削する際クリープを考慮した場合の結果で、緩み領域はFig. 14 (C)のクリープを考慮しない場合に比較して大きくなっており、クリープは側壁から二次的に影響している。Fig.16は水底岩盤に単一空洞を掘削するとき、(a)間隙水圧、クリープとも考慮しない、(b)間隙水圧は考慮し、クリープは考慮しない、(c)間隙水圧、クリープともに考慮する、の各場合の結果を示すもので、空洞周辺部のポアソン比は、(a)、(b)、(c)の順序で大きくなり、間隙水圧は空洞側壁から一次的に影響を及ぼしている。



(a) 山側 (b) 谷側

Fig. 11 空洞側壁の変位 (Horizontal Displacement of Nodal Points)



(a) 水平地形 (b) V字地形

Fig. 12 空洞アーチ部の変位 (Vertical Displacement of Nodal Points)

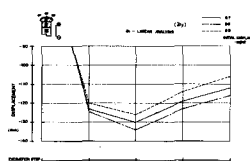
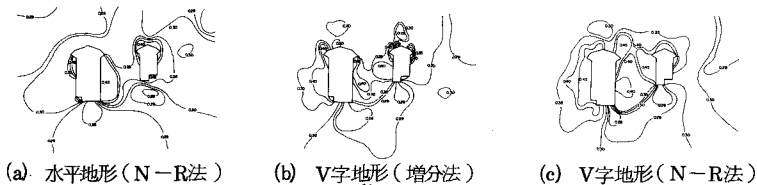


Fig.13 空洞アーチ部の変位(増分法)
(Vertical Displacement by Incremental Method)



(a) 水平地形(N-R法) (b) V字地形(増分法) (c) V字地形(N-R法)

Fig. 14 空洞掘削後のポアソン比分布
(Distribution of Poisson's Ratio with Excavation)

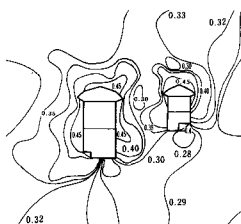
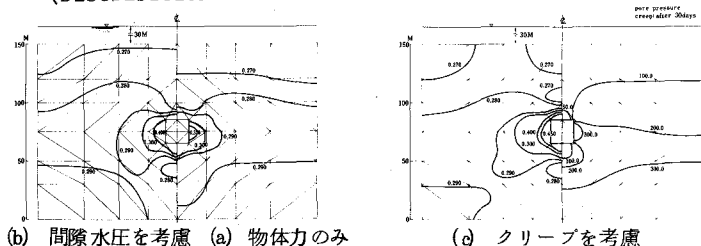


Fig. 15 クリープの影響(Creep)



(b) 間隙水圧を考慮 (a) 物体力のみ (c) クリープを考慮

Fig. 16 間隙水圧、クリープの影響
(Creep and Pore Pressure)

6. あとがき

工事の全体的な評価ならびに施工法の検討を、合理的かつ系統的に行う方法として、理論解析が可能であることを、二、三の単純な解析例につき示した。力学的に複雑な挙動を示す岩盤の解析において、理論をできるだけ現実に近づける意味で、岩盤状態、環境条件、物性の非線型特性、掘削に伴う応力の再配分計算、施工条件等を導入したが、解析結果は定性的には実際の現象とよく一致しているものと考えられる。定量的な検討は別の機会にしたい。最後に種々の御指導と助言を賜った京大工学部岡助教授、東京電力御牧次長、上条副長、そしてこの研究に当り、電力中央研究所、林、日比野両博士の論文⁵⁾を参考にさせていただいたことに対して深甚なる謝意を表します。

参考文献

- 1) 谷本; 岩盤の変形特性の岩石コアの強度による表現の試み, 土木学会年次論文集, III-4 昭和49年
- 2) 谷本, 佐々木; 岩盤, 断層, 破砕帯の各変形特性の試料の強度による表現に関する試みとその検討, 鹿島技研年報 Vol 22
- 3) 庄子, 岡林, 谷本, 佐々木; 有限要素法による地下構造物の非線型解析, 鹿島技研年報, Vol 22, 1973
- 4) 庄子, 佐々木; ニュートン・ラプソン法による材料非線型有限要素解析, 土木学会年次論文集, I-13 昭和49年
- 5) 林, 日比野; 地下の開削による周辺岩盤の緩みの進展に関する解析, 電力中央研究所, No 67 095, 1968
- 6) 佐々木, 今井, 杉岡; 拡散問題へのFEMによるアプローチについて, 土木学会年次論文集, 昭和46年
- 7) 平松, 西原; 二, 三の堆積岩のクリープについて, 日本鉱業会誌, 昭和32年, 73巻, 830号

Material Nonlinear Finite Element Analysis by Newton-Raphson Method and
Its Application to Underground Excavating Space

by

Mikio Shoji,* Nobuyuki Okabayashi,* Harushige Tanimoto,* Takeshi Sasaki *

Synopsis

An analysis and a numerical computer program are developed for calculating the local relaxation of rocks around underground excavating space.

The characteristics of material nonlinearity of rocks are expressed by normalized general equation (3) which is according to "Mohr's envelope" with actual measurement in underground cavity and experiment in laboratory.

The method of analysis used in this paper is known as the direct stiffness or displacement method. The solution techniques of nonlinear equilibrium equation using "Newton-Raphson" method are discussed and procedure of this methods overcomes the computational difficulties that arise when there is large number of variables and nonlinearity of rocks.

The Finite Element analysis considered as follows,

1. For the equilibrium equations,

- (1) The period of excavating works is divided several incremental excavating "stages". (2) The incremental moving coordinates formulation is applicable for each "stage". (3) For the each incremental "stage" of nonlinear equilibrium equations are solved by Newton-Raphson method.

2. For the characteristics of rocks,

- (1) The material nonlinearity are considered by "Mohr's envelope" of breaking criterion. (2) The anisotropic materials are assumed in the strata. (3) The unbalanced forces bring about excavation, the prestressing and rock bolting of around excavating cavity are considered by nodal loads in finite elements for each "stage".

The numerical computations of models are discussed as follows,

- (1) A comparison of the linear between nonlinear solutions and tendency of relaxed zone of around excavating cavity are discussed in the numerical models. (2) The accuracy and convergence of the numerical methods in nonlinear equilibrium equations are discussed in the numerical solution of Newton-Raphson method. (3) The influence of the configuration of ground surface, the Creep (Burgers type) and the Pore Pressure for excavating are discussed in as same models.

In this paper, the authors used both incremental (for time) and Newton-Raphson iteration (for space) methods, and those are expressed the more true deformations and stress paths. The number of iterations in Newton-Raphson method required two or three in the "stage".

* Kajima Institute of Construction Technology, No. 19-1, Tobitakyu 2-Chome
Chofu-shi, Tokyo