

岩石の一軸圧縮試験における破壊様式と強度について

東北大学工学部 正員 佐武正雄

同上

正員 〇田野久貴

1. 緒言

岩石の一軸圧縮試験における破壊様式は、大別すれば次の二つに分類することが出来る。すなわち、図-1に示すように(Ⅰ)圧縮軸方向に割れる場合と、(Ⅱ)斜め方向にすべって割れる場合である。ここでは(Ⅰ)を分離型破壊、(Ⅱ)をすべり型破壊と呼んでおく。岩石の破壊様式がどのような理由によってこの二つの様式(モード)に分かれるかと言うことは、岩石あるいは岩盤の強度を知る上で重要な問題であるが、不明な点も多いように思われる。本文は、これら二つの破壊様式の統一的解釈を試み、その結果を用いて、いわゆる脆性度等についても検討を加えたものである。

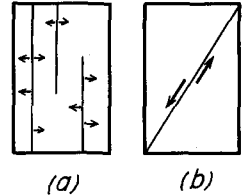


図-1. 破壊モード

2. 一軸圧縮における従来の破壊理論と二三の問題点

2.1. Griffith理論

分離型破壊を説明するものとして、Griffith理論がある。すなわち、脆性材料中のクラック周辺に発生する引張集中応力(σ_c)によって材料が破壊すると考えるものである。同理論は、材料の理論強度とみかけの強度との大きな相異を説明するのに大きな役割を果たしたが、若干の問題点も含まれている。例えば、岩石のような脆性材料の一軸圧縮強度(σ_{ca})と引張強度の大きな差を説明するものとして次式を得ている。

$$\sigma_{ca} = 8\sigma_T \quad \sigma_T: \text{理論的引張強度} \quad (1)$$

しかし、Griffith自身の指摘に従えば、クラックの存在によって引張強度(みかけの)は大きく低下し、その低下の程度は材料によって異なるはずである。そこで、一軸引張における破壊時の作用応力(σ_{ca})と材料の理論的引張強度 σ_T との比を表わす、材料固有の強度修正係数 β を考えると次式を得る。図-2より、

$$\sigma_c = \sigma_{ca} = \frac{\sigma_T}{\beta} \quad \beta \geq 1 \quad (2)$$

$$\therefore \sigma_{ca} = 8\sigma_T = 8\beta\sigma_{ca} \quad \sigma_{ca}: (\text{みかけの}) \text{圧縮強度} \quad (3)$$

従って、Griffithの言うように、一軸圧縮強度と引張強度の比は常に8倍とは限らないことになる。

2.2. Mohr-Coulombの理論

この理論は、周知のようにせん断応力がある面上の垂直応力 σ によって決まるある一定値 τ_0 に達する、あるいは最大引張応力が一定値 σ_T に達する時に破壊すると考えるものである。破壊時の応力状態を応力円で表わした場合、同理論の降伏限界は、その包絡線で示され、土壌力学で用いられるCoulombの理論はこの包絡線が直線となる特殊な場合である。岩石では図-3に示すように、引張応力領域まで考慮し、直線あるいは放物線包絡線が用いられ、実験と比較的よく一致するとされている。しかし、このMohr-Coulombの理論はここでいうすべり型破壊を説明するものであると考える方が適当であり、分離型破壊する岩石には適用出来ないと思われる。また、我々が得ている引張強度 σ_{ca} は、先に触れたように真の引張強度 σ_T と(2)式のような関係にあるのが普通である。

2.3. 筆者らの考察の概要

以上述べたように二つの破壊モードの個々について、説明はな

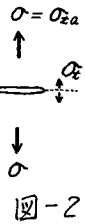


図-2.

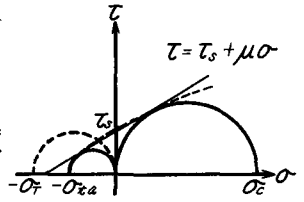


図-3.

されていても統一的な説明は与えられていないようである。また、個々の理論についても若干の問題点があるように思われる。そこで、統一的な考察として、材料は多くのクラックを有しているため、圧縮応力の増加に伴って分岐クラック³⁾が発生するが、一方、材料のある面上ではせん断応力 τ が増加する。従って、この分岐クラックが急激に伝播する前に、せん断応力がその材料固有のせん断強度 τ_s を越えた場合にすべり型破壊、その逆の場合に分離型破壊となる(図-4参照)。次節でそれぞれの破壊モードについて考察する。

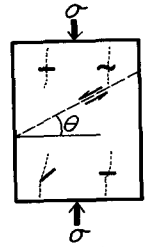


図-4.

3. 破壊モード

3.1 分離型破壊-破壊様式Ⅰ (Cleavage type fracture). すでに述べたように、本文で言う分離型破壊とは、材料(岩石)に含まれるクラック周辺の引張集中応力 σ_t が材料固有の引張強度 σ_t を超えて分岐クラックが発生し(破壊開始)、成長して材料が破壊するものを言う。この最終強度を論ずるには、破壊を応力 σ とエネルギー条件の両面から考察する必要があり、この観点から論じた結果、定性的ではあるがクラックの角度 $\theta=0^\circ$ (水平)の時最弱であるという考察をすでに行っている³⁾ので、ここではこれに従うことにする。さて、図-5に示すクラックにおいて、作用圧縮応力 σ_c の時微視的クラックが発生したとすると、その時クラックの周辺(クラック中央)に生ずる最大引張集中応力 σ_{ca} は、弾性論により次式で示される。

$$\sigma_{ca} = \sigma_c = \sigma_t \quad \sigma_t: \text{破壊開始応力} \quad (4)$$

この微視的分岐クラックは、ある作用応力 σ_{ca} の時、不安定な平衡状態となり、急激に伝播して材料は破壊する。 σ_{ca} は σ_t すなわち σ_t の数倍程度であると考え、一軸圧縮の場合の強度修正係数 α を用いて次のようにおく。

$$\sigma_{ca} = \alpha \sigma_t = \alpha \sigma_t \quad (5)$$

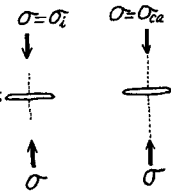


図-5.

3.2. すべり型破壊 破壊様式Ⅱ (Slipping type fracture).

岩石において、その材料固有の理論的せん断強度を τ_s とし、土におけると同様、そのせん断抵抗力 T は、すべり面上の垂直応力 σ と線型の関係にあるとすると次式となる(図-6参照)。

$$T = \tau_s + M\sigma \quad M: \text{破壊モード数} \quad (6)$$

$\sigma = -\sigma_t$ の時、せん断抵抗力 T はゼロになると考えると、(6)式より M は次式で得られる。

$$M = \tau_s / \sigma_t \quad (7)$$

岩石のせん断抵抗力を以上のように解釈すると土質力学の分野において、内部摩擦係数と称されているものは、岩石のような材料ではその理論的せん断強度 τ_s 及び引張強度 σ_t の比であることになる。後述するように、 M は、その大小によって破壊モードを左右するという意味から、ここでは破壊モード数と称することにする。

4. 考察

4.1. 限界破壊モード数

前節の二つの破壊条件を図示すると図-6の直線 L 及び円 O となる。直線 L は σ_t 及び τ_s によって決定されるすべり型破壊の条件を表れ、円 O は σ_t 以内在するクラックの状態が決まる分離型破壊が生じる時の応力状態を表れたものである。ここでは一定 σ_t 、 τ_s は互いに独立な物理量であると考えており、円 O が直線 L に接する否かは後で

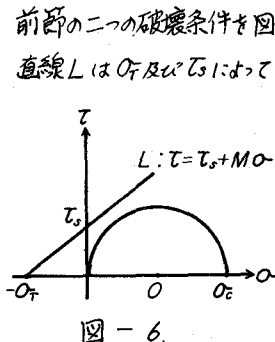


図-6.

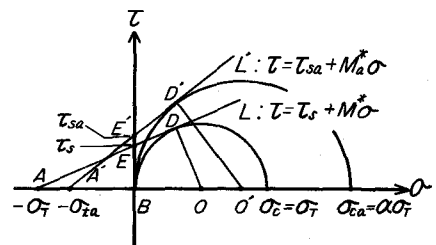


図-7.

検討を加える α, β によって決定される。図-7において、円Oは、 $\alpha=1$ すなわち圧縮において破壊が開始するや直ちにクラックが伝播し、最終破壊に至ると、単純に考えた場合である。このように、円OがLに接する場合にすべり破壊、接しない場合に分離型破壊となる。円Oが直線Lに接する場合の理論的な限界破壊モード数 M^* は $\triangle ABE \sim \triangle ADO$ であるを用いて次のように求める。

$$M^* = \frac{BE}{AB} = \frac{DO}{AD} = \frac{\frac{\sigma_T}{2}}{\sqrt{2}\sigma_T} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \div 0.35 \quad (8)$$

従って、(7), (8)式より、破壊モードを決定する条件は、 $M \geq M^* (= 0.35)$ で与えられ、不等号の場合分離型、等号の場合すべり型破壊となる。一方、金属等の材料における理論的強度 σ_T 及び τ_s はそれぞれ次のように概算されている。^{21, 52}

$$\sigma_T = (\frac{1}{10} \sim \frac{1}{20}) E \quad (9)^{21}$$

$$\tau_s = \frac{G}{30} \quad (10)^{52}$$

岩石においても同様であると仮定すると、(7), (9)及び(10)式より M やポアソン比に關係することを導くことが出来る。

$$M = \frac{\tau_s}{\sigma_T} = (\frac{1}{3} \sim \frac{2}{3}) \frac{G}{E} = (\frac{1}{3} \sim \frac{2}{3}) \frac{1}{2(1+\nu)} \quad (11)$$

従って、ポアソン比の大きな材料ほどすべり型破壊を生じ易いことになる。以上の M^* は、ごく単純な仮定に基づいて求めたものであり、実際の圧縮強度 σ_{ca} 、引張強度 σ_{ta} は図-2及び5に示すように、それぞれ σ_T の α 倍、 $\frac{1}{\beta}$ 倍であると考えられる。従って、直線L、円OはそれぞれL', O'に修正され、 M は $M_a (= \frac{\tau_{sa}}{\sigma_{ta}})$ となる。また、 M^* と同様に、みかけの M^* を求めると次式を得る。なお、 τ_{sa} はみかけのせん断強度である。

$$M_a^* = \frac{\alpha\beta}{2\sqrt{1+\alpha\beta}} \quad (12)$$

$$\text{また、} \alpha\beta = \frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ta}} \quad (13)$$

であり、これは脆性度と呼ばれているものである。以上から、破壊モードを決定する条件式は次のようになる。

$$M_a \geq M_a^* \quad (14)$$

不等号のとき分離型破壊、等号のときすべり型破壊が生ずる。

5. 実測値(Wuerker²¹)による検討と脆性度について

5.1. 実測値による破壊モード数 以上の考察を検討するためには、種々の岩石についての実験が必要であるが、現在充分なデータがないため、Wuerker²¹のデータによって計算した M_a 及び M_a^* の値を表-1(3)(4)欄に示す。これによって推定した破壊モードを(5)欄に示す。破壊モードについては推定の域を出ないが、両者に殆ど差がないことから、多くの岩石の破壊の様子は両方の破壊モードをもった複雑なものであり、また、端面拘束等によって、岩石の破壊様式が影響を受けやすいことを示すものと思われる。

5.2. σ_{ca} , σ_{ta} , τ_{sa} 間の関係 前項の結果から、 $M_a \approx M_a^*$ において M_a を求めると次式を得る。

$$M_a (= \frac{\tau_{sa}}{\sigma_{ta}}) \approx \frac{\alpha\beta}{2\sqrt{1+\alpha\beta}} \approx \frac{\alpha\beta}{2} \quad (15)$$

$$\text{一方、} \alpha\beta = \frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ta}} \quad \therefore 4\tau_{sa}^2 \approx \sigma_{ca} \cdot \sigma_{ta} \quad (16)$$

この(15)式は τ_{sa} を近似的に求めるための式としてすでに報告されているものと同じである。ここでは σ_{ca} , τ_{sa} より σ_{ta} を推定し、表-1(d)欄に示した。

5.3. 脆性度と強度修正係数 α, β 一軸圧縮及び引張における強度修正係数 α, β は、従来その積 $\alpha\beta = \frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ta}}$ がいわゆる脆性度として与えられて来た。 α, β はもちろん整数とは限らないが、簡単に $\alpha=2$ として(15)式の β を求めると次式を得る。

$$\beta = M_a^2 + M_a \sqrt{M_a^2 + 1} \approx 2M_a^2 \quad (17)$$

従って、(13), (17)式より(16)式と全く同一結果を得る。

表-1. Wuerker⁶⁾ による岩石強度の実測値と筆者らによる推定値(○印)

	a	b	c	(d)	(e)	f	(g)	(h)	(i)	(j)	(k)
	圧縮強度	引張強度	引張強度	引張強度	脆性度	破壊モード	破壊モード	破壊モード	破壊モード	強度修正係数	強度修正係数
	σ_{ca} (kg/cm ²)	τ_{sa} (kg/cm ²)	σ_{za} (kg/cm ²)	推定値	修正値	$\frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{za}} = \alpha\beta$	$M_a = \frac{\tau_{sa}}{\sigma_{za}}$	$M_a^* = \frac{\alpha\beta}{2(1+\alpha\beta)}$		α (圧縮)	β (引張)
シスファイト	6930	395	77.1	(90.1)	$\alpha=15$ 69.5	90.0	5.1	4.7	C	1.5	60
花崗岩(片麻岩)	1960	120	28.7	29.4		68.3	4.2	4.1	C	2.0	34
石炭岩	1500	93	24.5	23.1		60.8	3.8	3.9	S	2.0	30
砂岩(I)	1040	63	16.1	15.3		64.4	3.9	4.0	S	2.0	32
花崗岩	2470	123	35.0	(24.5)	$\alpha=3$ 36.8	70.6	3.5	4.2	S	3.0	24
泥岩	1750	119	33.6	32.4		52.1	3.5	3.6	S	2.0	26
チャート	2260	203	69.5	72.9		32.6	2.9	2.8	C	2.0	16
岩塩	154	15	6.0	5.8		25.8	2.5	2.5	S	2.0	28
砂岩(II)	161	27	15.2	18.1		10.6	1.8	1.6	C	2.0	5
コンクリート	210	39	24.5	29.0		8.5	1.6	1.4	C	2.0	4
頁岩	365	100	108.0	109.6		3.4	0.9	0.8	C	2.0	1.7
石灰石	112	14	21.0	(7.0)	$\alpha=6$ 21.0	5.4	0.7	1.1	S	6.0	1

C: Cleavage type fracture. S: Slipping type fracture.

$\alpha = 2$ として(16)式と全く同じ結果が得られたことから、 $M_a \div M_a^*$ であるような岩石は、破壊開始が最終荷重 σ_{ca} の $\frac{1}{2}$ 程度からすでに生じていることを示している。これを裏付ける実験としては、例えば前・中尾による研究があり、筆者らも $\alpha = 1.5 \sim 2.0$ を得ている。以上から $\alpha = 2$ 程度であると考えることが出来るので、これを用いて引張におけるフラック先端の応力集中率にほぼ等しいと思われる β の値をWuerkerのデータより求めれば(16)欄の数字となる。この結果 $\beta = 1 \sim 60$ となり、みかけの強度は理論強度 σ_c の $\frac{1}{60}$ まで低下することが推定される。なお、(e)欄は、 σ_{ca} の推定値と実測値の差から $\alpha = 2$ に修正を加えたものである。

6. 結語

本文における考察を、Wuerkerの実験値を例にとり比較した結果、岩石の破壊がいわゆるMohr-Coulombの理論に比較的よく一致する理由や、岩石の脆性度と呼ばれるものの意義等について、二三の興味ある結果が得られたと思われる。今後は、実験データの蓄積や τ_s と τ_{sa} との関係についても検討を行う必要があると考えられる。

参考文献

- 1) Griffith, A.A. : Phil. Trans. Roy. Soc., A 221, 163 (1921).
- 2) 同 : Int. Intern. Congr. Appl. Mech., 55 (1929)
- 3) 佐武 田野 : 単一スリットをもつ脆性材料の最終強度に関する一考察, 第7回岩石力学に関する学術大会 46 (1972)
- 4) Orowan, E : Phys. Soc. London, 52, 8 (1940)
- 5) 同 : Reports on Progress in Physics, 12, 185 (1948)
- 6) Wuerker, R.G. : The Shear Strength of Rocks, Mining Engineering, 7(10), 1022 (1959)
- 7) 前 郁夫, 中尾健児 : 岩石の一軸圧縮破壊の過程における微震音の発生特性, 材料, Vol. 17, No. 181, 62 (1968)
- 8) 小林良二, 奥村清彦 : 岩石のせん断強さについて, 日本鉱業会誌, 87, 999 (1970)

On the fracture modes and strength of rocks
under uniaxial compression test

Masao Satake
Hisataka Tano
Dept. of Civil Engineering
Tohoku University

Abstract

It is well-known that the fracture of rock specimen have two typical modes. One is the cleavage type fracture, and the other is the slipping type fracture. However, the reason of the difference between the two fracture modes is not sufficiently known. In this paper, a trial explanation is proposed about this reason from the microscopic view point.

The consideration of the slipping type fracture starts from the concept of Coulomb's theory, but in the rock-like brittle materials, it is necessary to introduce the ratio M of the shear strength τ_s to the tensile strength σ_T which corresponds to the coefficient of internal friction in soil mechanics. M shall be named the fracture mode number, because M may mainly have the influence on the fracture modes. On the other side, as it has been proposed³⁾ that the most dangerous inclination of cracks makes right angle to the axis of compression from the consideration on the stress concentration and the propagation of energy of cracks, the cleavage type fracture may be determined from its theoretical tensile strength σ_T .

These two conditions are shown in Fig.6. Thus, it may be noted that if the line $L(\tau = \tau_s + M\sigma)$ becomes a tangent of the circle O , the slipping type fracture may occur, and if not, the cleavage type fracture occurs. However, it is difficult to obtain the theoretical strength due to cracks contained in a rock, and we can only observe the apparent tensile strength σ_{ca} and the apparent compressive strength σ_{ca} which are related to the theoretical tensile strength σ_T by the following forms respectively

$$\sigma_{ca} = \sigma_T / \beta \quad (2)$$

$$\sigma_{ca} = \alpha \sigma_T \quad (5)$$

where α and β are the modification coefficients in compressive strength and tensile strength respectively and $\alpha\beta$ is the so-called brittleness factor. From Eqs.(2) and (5), the line L and the circle O are modified into the line L' and the circle O' as shown in Fig.7, and M is also changed into the apparent modified fracture mode number M_a . The critical fracture mode number M_a^* is to be obtained from the condition that L' contacts with O' .

Thus, the fracture mode is determined by the following condition

$$M_a \geq M_a^* \quad (14)$$

where $M_a = \tau_s / \sigma_{ca}$, $M_a^* = \alpha\beta / 2\sqrt{1+\alpha\beta}$ and τ_s is the apparent shear strength. If M_a is greater than M_a^* , the cleavage fracture mode may occur, and if M_a is equal to M_a^* , the slipping fracture mode may occur.

According to the experimental results by Wuerker⁴⁾, it is seen that M_a is approximately equal to M_a^* , in almost kinds of rocks (see Table 1), which means that the fracture modes of rocks are not simply determined. The predicted fracture modes from Wuerker's data are listed in Table 1.

From the above fact ($M_a \approx M_a^*$), the following approximated relation can easily be obtained

$$4\tau_s^2 = \sigma_{ca} \cdot \sigma_{ca} \quad (16)$$

On the other side, the same relation can also be obtained by putting $\alpha = 2$. Thus, it may be known that the fracture under uniaxial compression generally initiates at about 50% of the final strength. The experimental reports⁷⁾ may also support the above estimation. Hence, putting $\alpha = 2$, β is given as shown in Table 1, and it is found that β is changed from about 1 to 60 due to the kind of rocks.