

〔特別講演〕 フラクチャ・メカニクスの体系と その現段階

東京大学生産技術研究所 北川 英夫

1. フラクチャ・メカニクス (fracture mechanics) (F.M.) とは

“われ目 (crack, 3裂)” の連続体力学と、その材料強度学への応用である。進歩の現段階に合わせ、次のように定義する。

定義 1 米国でのある公式の場での表現を借りれば、Gravin 等によって提案開発された “flaw (欠陥)” の存在または発生が期待される材料を強度上安全に使用するための一つの工学的な方法論。

定義 2 連続体力学による singularity の処理とそれに基づく材料や構造物の強度・挙動の判定に重点をおいた材料強度学。

定義 3 最近においては特に、stress intensity (factor) K またはその拡張概念を使った材料強度学。

邦訳 “破壊力学” は、F.M. より比較的自由に使われている。もちろん F.M. の定義自体もその進歩に合わせて拡張されよう。

2. フラクチャ・メカニクスの基本的構成

2-1 fracture における singularity の役割

材料の破壊を大別して “伸びてこわれる” ものと “われてこわれる” ものに分けられるとすれば、fracture は後者であるといえよう。ぜい性破壊、疲労、応力環境われ、fatting、衝撃、などにより発生し、大多数の破壊事故の主過程となっている。

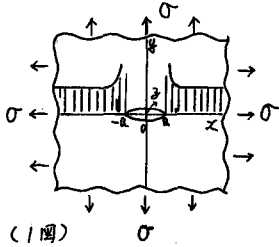
“われ” は常に破面の発生・成長を経て最終破断の過程をたどる。その成長速度は材料中音速の千程度から 10^{-7} cm/sec 以下、または 10^{-7} cm/cycle 以下まで区々である。塑性変形は3裂端に集中し、降伏点よりはるかに低い公称応力でも crack は成長しうる。破壊の進行過程に関する諸条件は3裂端近傍の応力・ひずみ・変形だけで決定され、それはまた、その周囲の弾性応力の singularity の特性に支配されると考える。singularity の強さを表わす工学量が stress intensity factor (K) であり、各種の fracture の各過程を K の関数として説明しようとするのが F.M. の立場である。

fracture のなかでも、後述するよう不安定破壊の開始条件が、延性の低い材料では3裂進展に伴う弾性ひずみエネルギーの解放率によって定義づけられるエネルギー条件に従うのであるが、この場合も、この条件が K の関数であることと等価である。破壊に関するエネルギー条件、応力条件、変形・ひずみ条件のすべてが K の関数として示される範囲こそが、正に linear fracture mechanics の適用範囲であるといえよう。

2-2 き裂の弾性学と stress intensity factor (SIF) (K)

多くの解析方法があるが、ここでは簡単のための歴史的展望をかねて、Irwin⁽²⁾⁽³⁾が初期に用いた Westergaard の応力関数⁽⁴⁾から入る。

x軸上にあるき裂面に関して、Muskhelishvili⁽⁵⁾の応力関数は skew symmetric な場合も含めてゐるが、symmetric な場合には、この Westergaard と同じになる。



(1図)

Westergaard の応力関数

$$F = \operatorname{Re} \bar{Z} + y \operatorname{Im} \bar{Z} \quad \left. \begin{aligned} \frac{d\bar{Z}}{dy} = \bar{Z}, \quad \frac{d\bar{Z}}{dx} = \bar{Z}, \quad \frac{d\bar{Z}}{dy} = Z' \end{aligned} \right\} [1] \quad F: \text{Airy 応力関数}$$

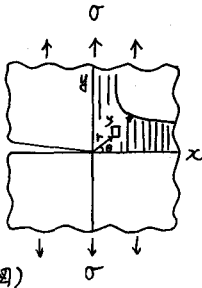
$$Z = \frac{3\sigma}{\sqrt{y^2 - a^2}} \quad [2]$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \operatorname{Re} Z - y \operatorname{Im} Z' \\ \sigma_y &= \operatorname{Re} Z + y \operatorname{Im} Z' \\ \tau_{xy} &= -y \operatorname{Re} Z' \end{aligned} \right\} [3]$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1+\nu}{E} \{ (1-\nu) \operatorname{Re} \bar{Z} - y \operatorname{Im} \bar{Z} \} \\ v &= \frac{1+\nu}{E} \{ 2(1-\nu) \operatorname{Im} \bar{Z} - y \operatorname{Re} Z \} \end{aligned} \right\} [4] \quad \text{plane strain}$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{E} \{ (1-\nu) \operatorname{Re} \bar{Z} - (1+\nu) y \operatorname{Im} Z \} \\ v &= \frac{1}{E} \{ 2 \operatorname{Im} \bar{Z} - (1+\nu) y \operatorname{Re} Z \} \end{aligned} \right\} [4'] \quad \text{plane stress}$$

$$y=0: \begin{cases} \sigma_x = \sigma_y = \begin{cases} \frac{\sigma \cdot x}{\sqrt{x^2 - a^2}} & |x| > a \\ 0 & |x| < a \end{cases} \\ \tau_{xy} = 0 \end{cases} \quad [5]$$



(2図)

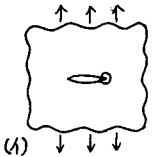
Irwin の解析

$$\left\{ \begin{aligned} &\text{き裂端への座標原点の移動} \\ &|\frac{3}{a}| \rightarrow 0 \\ &K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \end{aligned} \right.$$

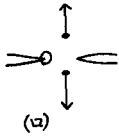
$$Z = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} \quad [6]$$

$$y=0: \begin{cases} \sigma_x = \sigma_y = \begin{cases} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} & (x > 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \\ \tau_{xy} = 0 \end{cases} \quad [7]$$

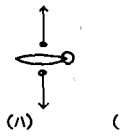
種々のき裂、荷重条件に対して、 K_I の値は異なるが [6] 式は共通に成立する。すなわち、き裂端近傍の弾性応力分布は相似である。[6]より直接 crack tip stress field equations が与えられる)



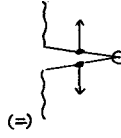
(3図)



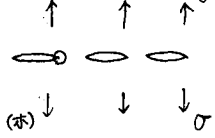
(4)



(5)



(6)



(7)

$$K_I = \lim_{y \rightarrow 0} (y \sqrt{2\pi x}) \quad [8]$$

$$\text{または } K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \{ (\sigma_y)_{\theta=0} \sqrt{2\pi r} \} \quad [9]$$

すなわち、き裂端周辺の応力分布またはx軸に沿った応力分布より K_I を求める。

一般に $\rightarrow$ 境界条件により決定する

$$\sigma_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \underbrace{r^{\frac{n-2}{2}} f_{ijn}(\theta)} \quad [10]$$

同一モードでは境界条件に無関係で共通

$$\sigma_{ij} = \sum_m \frac{K_m}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij|m}(\theta) + \dots \quad [11]$$

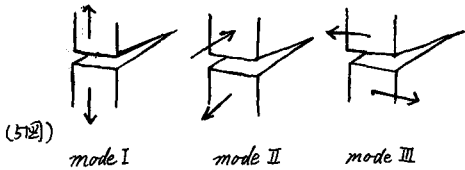
$$m = I, II, III$$

$r \rightarrow 0$ で $n=1$ の項以外の項は 0 または定数に近づく

すなわち、 α 裂端近傍では第 1 項だけで十分な近似になる。

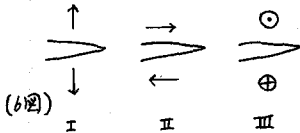
応力の特異性は $\frac{1}{\sqrt{r}}$ で、その intensity は K のみで与まる。3 裂端近傍の応力、ひずみ分布は K のみで与まる。

通常は、破壊過程をもっとも強く支配するものとして、才1項(特異項)のみに着目しているが、才1項はぜい性破壊の開始条件を決定し、才2, 3, 4項(それぞれ[10]式の $n=2, 3, 4$ に相当)はそれぞれ3裂方向の安定、3裂伝播の安定、3裂線上の最大せん断応力の変化に影響するという説もある。⁽⁴⁾



mode I mode II mode III

(opening mode) $\left(\begin{array}{l} \text{in-plane} \\ \text{sliding mode} \\ \text{parallel shear} \\ \text{edge-sliding} \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \text{out-of-plane} \\ \text{sliding mode} \\ \text{anti-plane shear} \\ \text{longitudinal shear} \\ \text{screw sliding} \end{array} \right)$



(6圖)

I	II	III
---	----	-----

任意の荷重条件に対するき裂端近傍の応力分布は5図の3つのモードに対する応力の組合わせにより完全に決定される。各モードに対して K_I, K_{II}, K_{III} が決まる。opening mode だけなら、 $K_{II} = K_{III} = 0$ たとえば、 $K_I \neq 0, K_{II} \neq 0$ の平面問題の場合、 $F = \operatorname{Re} \left\{ \bar{z} \varphi(z) + \psi(z) \right\}$ に対する Goursat の応力関数 $\varphi(z), \psi(z)$ を $\varphi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n z^n$]

$$\left. \begin{aligned} \varphi(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n z^{\lambda_n} \\ \psi(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} B_n z^{\lambda_{n+1}} \end{aligned} \right\} [12]$$

とあって、 $r \rightarrow 0$ で、 r の特異項に関して σ_{ij} , u_{ij} を求めれば

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{bmatrix} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \end{bmatrix} \quad [13]$$

crack tip stress field equation

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \frac{K_2}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} (K - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) \\ \sin \frac{\theta}{2} (K + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}) \end{bmatrix} + \frac{K_1}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} (K + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}) \\ -\cos \frac{\theta}{2} (K - 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) \end{bmatrix} \quad [14]$$

$$\kappa = \begin{cases} 3 - 4\nu & (\text{plane strain}) \\ \frac{3 - \nu}{1 + \nu} & (\text{plane stress}) \end{cases}$$

$$K = K_I - i K_{II} = 2 \sqrt{z} \lim_{z \rightarrow 0} \{ \varphi'(z) \sqrt{z} \}$$

(15) 原点に3裂端 (complex stress intensity factor)

または

$$K = K_I - i K_{II} = 2 \sqrt{z} \lim_{z \rightarrow z_0} \{ \varphi'(z) \sqrt{z - z_0} \}$$

(16) z_0 は3裂端の座標

K_I, k_{I1} ; mode I の stress intensity factor

crack tip stress intensity factor

crack tip stress field (intensity) factor

応力拡大係数

3裂端応力場係数

応力強度係数

$$K = \sqrt{\pi} k \quad (K_I = \sqrt{\pi} k_{I1}, \text{ など})$$

(17)

K の単位; $\text{kg}/\text{mm}^2 \cdot \sqrt{\text{mm}}, \text{ lb}/\text{in}^2 \cdot \sqrt{\text{in}}$

換算率 3.54 (後者より前者への)

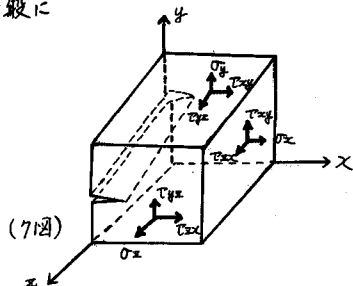
(または $\text{KSi}\sqrt{\text{m}}$)

mode III に対しては、同様におり問題としてといて

$$\begin{bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (18) \quad \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \frac{K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \sin \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0$$

一般に



σ_y より K_I が求められる。(発生する)

$\tau_{xy} \cdot K_{II}$

$\tau_{yz} \cdot K_{III}$

σ_z

σ_x

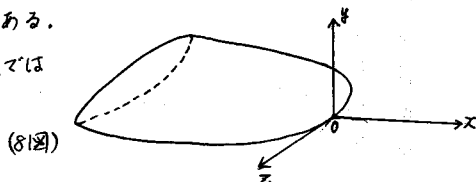
τ_{zx}

を一樣に加えて、crack という境界条件のあ
るなしにより影響されない。特異性を発生しない。(K=0)

すなわち、3裂端弾性応力の特異性を検討するためには、 $\sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}$ のみ求めればよい。

(しかし、 $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{zx}$ が破壊に全く無関係かどうかは別問題であり、F.M. の有効性を定める一つの限界でもある。

三次元3裂では



x : 3裂縁に直角、3裂面に平行

y : 3裂面に垂直

z : 3裂縁に平行

3裂縁に沿っての local SIF, $K(x, y, z)$ が存在する。たとえば x 軸に沿って 0 点付近では

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} + O(x') \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} + O(x') \\ \sigma_z &= \begin{cases} \frac{2\nu K_I}{\sqrt{2\pi x}} + O(x') & (\text{pl. strain}) \\ 0 & (\text{pl. stress}) \end{cases} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi x}} + O(x') \\ \tau_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi x}} + O(x') \\ \tau_{zx} &= O(x') \end{aligned} \quad (20)$$

いずれのモードより生じた場合でも、自由表面への開口部や異材境界を除いては

$$\begin{cases} \text{応力の singularity は、} 1/\sqrt{r} \\ \text{変位の singularity は、} \sqrt{r} \end{cases}$$

2-3 Kの解析

きわめて多くの方法が提案、試用され、現在も開発途上であり、わが国での成果も顕著である。

解析方法を大別すれば、(a) 直接にき裂体の応力解析をする (b) 切欠きの解の極限としてき裂の解を求める (c) エネルギー解放率より間接に決定する (d) 実験的解析となる。具体的には、次の諸方法が単独使用または組み合わせ、または拡張適用されている。各方法にそれぞれ若干の使用例と基礎になった理論を文献で示した。多くの場合、各方法は互に関連していて、この分類は主として、各研究者の主眼とされた点を考慮しての便宜的分類である。

- | | |
|---|--|
| (1) 固有関数展開 ⁽⁵⁷⁾⁽⁵⁸⁾⁽²²⁾⁽²³⁾ | (9) 分布力法 ⁽²⁷⁾⁽²⁸⁾⁽²⁹⁾⁽⁶⁸⁾ |
| (2) Westergaard の方法 ⁽⁴⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽¹⁰⁾ | (10) dislocation superposition 法 ⁽³⁰⁾ |
| (3) Muskhelishvili の方法 ⁽⁵⁾⁽⁴⁵⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁶⁾⁽⁹⁾⁽⁸⁶⁾ | (11) (仮想) 微小転位連続分布法 ⁽³¹⁾⁽³²⁾⁽³³⁾⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾⁽⁶⁹⁾ |
| (4) 等角写像 ⁽¹¹⁾⁽²⁴⁾⁽³⁵⁾⁽²⁴⁾⁽⁷⁾⁽⁴⁹⁾⁽⁵⁰⁾ | (12) 有限要素法 ⁽³⁶⁾⁽³⁷⁾⁽³⁸⁾⁽³⁹⁾⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾⁽⁴²⁾⁽⁴³⁾⁽⁴⁴⁾⁽⁴⁵⁾ |
| (5) Fourier 変換, Hankel 変換 ⁽¹²⁾⁽¹³⁾⁽⁴²⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁸⁾ | (13) 切欠底最大応力の極限値 ⁽²⁾⁽⁴⁴⁾⁽⁴⁰⁷⁾⁽⁴⁸⁾ |
| (6) Green 関数 ⁽¹⁶⁾⁽⁷⁰⁾⁽⁷¹⁾ | (14) エネルギー解放率よりの間接解析 ⁽⁵⁷⁾⁽⁵²⁾⁽⁵³⁾⁽⁵⁴⁾ |
| (7) Laurent 展開 ⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾⁽⁴⁶⁾⁽⁶⁷⁾ | (15) 実験的解析法 ⁽⁴⁵⁾⁽⁴⁶⁾⁽⁵⁵⁾⁽⁴⁷⁾⁽⁴⁸⁾⁽⁴⁹⁾⁽⁹⁰⁾ |
| (8) collocation 法 ⁽²⁴⁾⁽²²⁾⁽²³⁾⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾⁽⁴⁷⁾ (選点法) | (16) Kの既知な境界条件の重畳 ⁽⁸⁵⁾⁽⁸⁾⁽⁷⁾ |

以上の(1)から(11)の大多數は、複素応力関数の境界値問題か、その延長に近いものであるが、以上の分類は、その解法の歴史でもある。すなわち、最初は無限板中の半無限長き裂の特異性から始まり、無限板中の単純な有限長き裂、無限板から次第に複雑な有限境界とき裂配置・荷重配置へ、平面問題から曲げへ、2次元から3次元へと解析が進められるに従い、少しずつ異なった手法が加えられた過程とも言えよう。現在ではとけるか否かでなく、有限要素法も含めて、所与の境界条件に対して、いかにして経済的に精度よく解析しうるかに多くの関心が向けられているように思われる。

(11)は、き裂周辺の応力場が、転位列による応力場に対応するものであることを利用して、き裂を仮想の転位列に置換えた解析である。

(12)は今開発の途上であり、Gallagher⁽³⁷⁾、宮本⁽⁵⁴⁾の分類によれば(a)き裂端付近のある点の応力または変位を求め既知の関数を使ってKを求める直接法⁽³⁶⁾⁽⁴⁰⁾ (b)き裂進展に伴うエネルギー解放率(G)を求めて、 $G = G(K)$ からKを求める全エネルギー法⁽⁴²⁾⁽⁴³⁾⁽³⁹⁾⁽⁴⁰⁾ (c)き裂端近傍の解析解と有限要素法の解を組合ねる重畳法⁽⁴⁴⁾などがある。

(13)は切欠底半径 ρ の関数として切欠底応力 σ_{max} , τ_{max} の解が得られている場合、Kを次式より求める。

$$K_I = \lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \sigma_{max} \frac{\sqrt{\pi \rho}}{2} \right\} \quad (21)$$

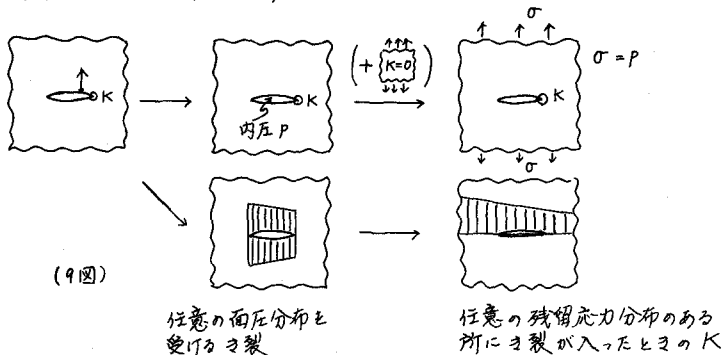
$$K_{II}, K_{III} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \tau_{max} \sqrt{\pi \rho} \right\} \quad (22)$$

(14)は(12)の(b)法と同原理である。(3-2参照)

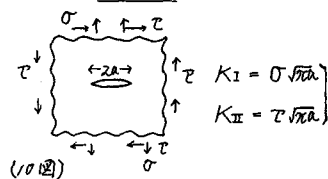
(15)としては、光弾性などの応力測定、試験片のコンプライアンス(弾性係数の逆数)の測定、または

き裂開口量の測定などがあるが、精度よい信頼できる方法の開発は今後に期待したい。

(6)はスフ以上の既知の K の解を使って、それらの境界条件とともに K を重ねさせ、新しい境界条件に対する K を求める方法である。

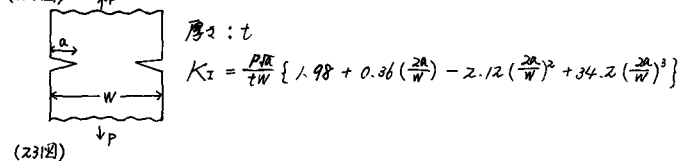
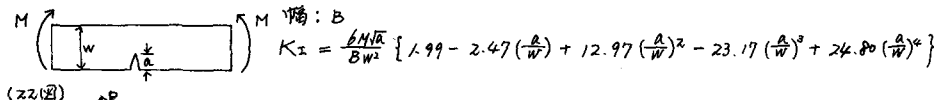
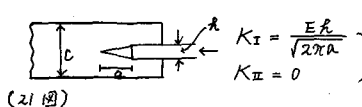
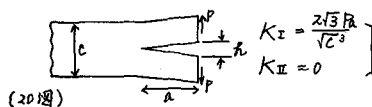
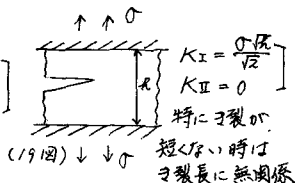
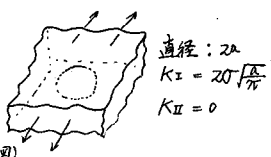
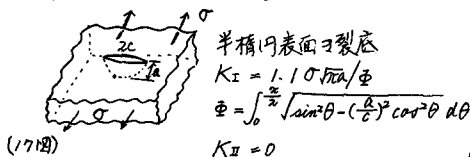
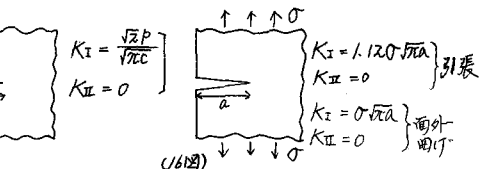
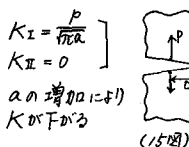
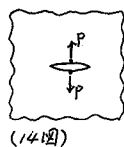
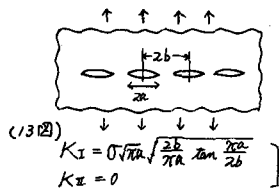
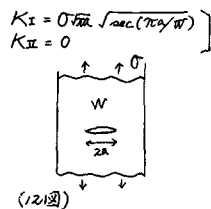


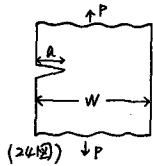
2-4 K の例



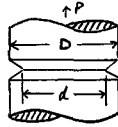
$$K_I = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_a^a \sigma_y(x,0) \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx$$

$$K_{II} = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_a^a \tau_{xy}(x,0) \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx$$





$$K_I = \frac{P\sqrt{a}}{B\sqrt{W}} \left\{ 1.99 - 0.41\left(\frac{a}{W}\right) + 18.70\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 38.48\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 53.85\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right\}$$



$$K_I = \frac{P}{\sqrt{D}} \left(1.72 \frac{D}{a} - 1.27 \right) \text{ ただし、 } 0.5 < \frac{D}{a} < 0.8 \pi$$

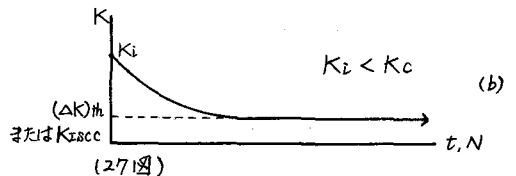
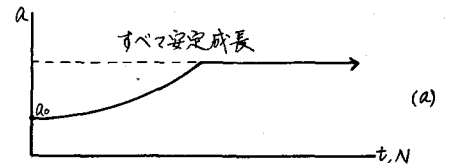
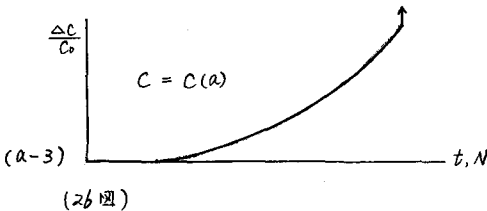
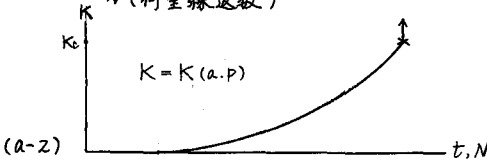
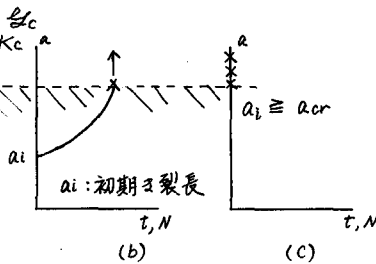
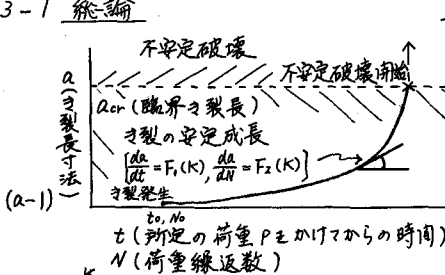
(25図) ↓P

既に求められた各種のKについては資料または一覧表がある⁽¹⁰⁾⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾⁽⁴²⁾⁽⁶³⁾⁽⁶⁴⁾ので、各自がその程度計算する必要のない場合も多い。周知のK以外で用途の多いと思われるKの解析例を例示すると、

- (a) 切欠底のヨリ⁽²⁸⁾⁽²⁹⁾ (b) 異材境界のヨリ⁽⁷⁰⁾⁽⁷¹⁾⁽⁷²⁾⁽⁷³⁾ (c) 任意分布ヨリ⁽⁷⁷⁾⁽⁷⁸⁾ (d) ヨリ端付近の孔の影響⁽⁴⁸⁾⁽⁴⁹⁾ (e) 斜行表面ヨリ⁽⁴⁰⁾ (f) ヨリに流入する水圧によるK⁽⁸⁾ (g) 熱応力によるK⁽⁷²⁾ (h) 自由表面の荷重による内部ヨリのK⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾ (i) 円筒殻または球殻のヨリ⁽⁷⁵⁾ (j) 弾性床土の板のヨリ⁽³⁶⁾⁽⁷⁸⁾ (k) 分岐ヨリと放射ヨリ⁽⁴⁰⁾⁽¹¹⁾ (l) 酸化ヨリ⁽⁷⁷⁾ (m) 補強材、または板厚の不連続変化の影響⁽⁴⁴⁾⁽⁴⁵⁾ (n) 試験片の形とチャックの影響⁽⁹⁾ (o) ヨリの入った厚板の曲げ⁽⁷⁹⁾⁽⁸⁰⁾ (p) 傾斜円ヨリ⁽⁸¹⁾ (q) すべり線または転位群近傍のヨリ⁽⁸²⁾⁽⁸³⁾ (r) ヨリ端がかなり塑性変形したヨリ⁽⁸⁴⁾ (s) body forceを受けるヨリ⁽⁸⁾⁽¹³⁾ (t) 一部閉じたヨリ⁽⁸⁵⁾⁽⁸⁶⁾ (u) 異方性材料中のヨリ⁽¹⁰⁾

3. 材料強度学と構造力学へのフラクチャ・メカニクスの適用

3-1 総論



26図(a-1)のように、ある環境下で所定の静荷重Pをかけてから時間 $t = t_0$ 、または荷重繰返し回数 $N = N_0$ に達して、または短時間か少数回の過荷重で巨視的ヨリが成立したとする。その時のKがあるK値(K_d , または K_{ISCC})以上に達して、いよいよヨリは安定成長(stable crack growth)を開始

する。荷重や形状によって、26図(a-2)のように K が増加する場合と、27図(b)のように K が減少する場合と 19図のように K が不変の場合とがある。 K が増加する時は、材料などによってあるある K 値 ($K = K_c$) に達すると不安定破壊 (unstable fracture, rapid crack propagation) に移る。初めから、き裂または、それに相当する欠陥 (flaw) ($a = a_i$) があれば 26図(b)のように安定成長期は短縮される。最初のき裂 a_i の K が $K(a, P) > K_c$ ならば、26図(c)のようにその荷重 P に達するまでに、すなわち $t = 0$ で直ちに不安定破壊を生じる。いわゆる静荷重下のぜい性破壊である。き裂の K が既にある値に達してから、温度低下などにより材料の K_c が $K > K_c$ になっても同様である。

27図のように、 K が減少するとは、 K が K_{th} または K_{Iscc} に達すれば、き裂の成長は停止する。26図(c)のように、一端き裂の迅速伝播が開始しても、もし途中 K が低下すれば、 $K \leq K_{arrest}$ において停止する。き裂の K が増加しても、伝播の途中で K_c の高い材料に遭遇し、 $K < K_c$ になれば、不安定破壊の進行は中断する。

き裂の成長に伴い 26図(a-3)のように、コンプライアンス C が増加し、部材の剛性は低下し、振動の共振点の変化、座屈強度の低下、構造物中での荷重の再配分が生じるので大別の手態を招く場合もある。

3-2 不安定破壊またはぜい性破壊

高強度の金属材料やコンクリート、ガラスのように延性が低く、部材断面の平均応力が降伏応力以下で、降伏域がき裂端の小領域しか拡大されないうちに不安定破壊が開始する場合はその開始・停止の特性は K により支配される場合が多い。軟鋼のように延性が高く、全断面または十分広い領域の降伏が先行して後、不安定破壊が開始する場合は、他のパラメータ、たとえばき裂端開口変位 (crack tip opening displacement) (COD) 中またはき裂端塑性域寸法 (plastic zone size at crack tip) (PZS) などで破壊条件が決定できるとされている。

3-2-1 SIF 破壊基準(条件) (SIF criterion) ⁽²⁾⁽³⁾⁽⁹¹⁾⁽⁹²⁾⁽⁹³⁾

(a) G の提案

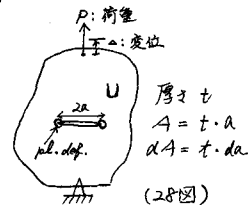
Irwin は Griffith 理論の表面エネルギー $\sigma \gamma$ ($= \pi a \sigma^2 / E$) の代わりに き裂面単位面積当り fracture work rate $\frac{dW}{dA}$ ($= G$ または G_f) を採用した。その内容は

- i) $G = \sigma \gamma + \text{plastic deformation rate.}$
- ii) き裂単位面積当りのエネルギー供給率またはエネルギー解放率 (energy release rate)
- iii) き裂進展力 (crack driving force) と考える
- iv) き裂前縁での stress intensity の尺度

(b) G の内容と求め方

一般に $G = \frac{P \Delta A}{dA} - \frac{dU}{dA}$ (dA の増加中に生じるひずみエネルギーの変化) {23}

(dA の増加中に P のする仕事)

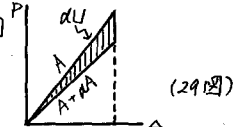


$$\Delta = C \cdot P \quad \{24\} \quad C: \text{コンプライアンス (剛性の逆数)}$$

$$C = C(A) \quad \{25\} \quad \frac{P \Delta A}{dA} = P \cdot C \cdot \frac{dP}{dA} + \frac{P^2}{2} \frac{\partial C}{\partial A}$$

$$U = \frac{P \Delta}{2} = \frac{P^2 C}{2} \quad \{26\} \quad \frac{dU}{dA} = \frac{\partial U}{\partial P} \frac{dP}{dA} + \frac{P^2}{2} \frac{\partial C}{\partial A}$$

(1) fixed grip なら (29図), $\frac{\partial U}{\partial A} < 0$ で, $\frac{P\Delta C}{\partial A} = 0$ なら $\mathcal{E} = -\left[\frac{\partial U}{\partial A}\right] \Delta = \text{const}$ (27)



(2) constant load なら (30図), $\frac{\partial U}{\partial A} > 0$ で $\left[\frac{\partial U}{\partial A}\right]_{P=\text{const}} = \frac{P}{2} \frac{\partial C}{\partial A}$ なら

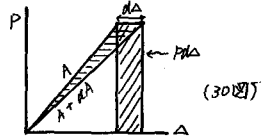
$$\mathcal{E} = P \frac{\partial C}{\partial A} - \frac{P}{2} \frac{\partial C}{\partial A} \quad (28)$$

$\mathcal{E}$ は (1)(2) の差異に無関係に

$$= \frac{P}{2} \frac{\partial C}{\partial A} \quad (28')$$

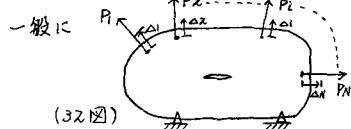
$$\mathcal{E} = \frac{P}{2} \frac{\partial C}{\partial A} \quad (30)$$

$= \left[\frac{\partial C}{\partial A}\right]_{P=\text{const}} \quad (29)$ から求められる。29図、30図のハッ

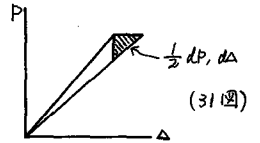


した三角形面積の差は31図のように2次の微小量である。任意の条件

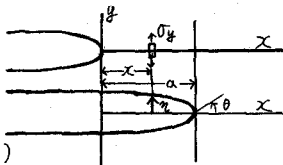
($dP \neq 0$, $d\Delta \neq 0$) のときも同様である。



$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E} &= \sum C_{ij} P_j \\ \mathcal{E} &= \sum \frac{P_j \Delta C_{ij}}{\Delta A} - \frac{dU}{d\Delta} \\ &= \sum \sum \frac{P_j P_k}{2} \frac{\partial C_{ij}}{\partial A} \\ &= \left[\frac{\partial U}{\partial A}\right]_{P=\text{const}} \quad (31) \end{aligned}$$



(C) $\mathcal{E}$ と K の関係および破壊条件



$$(\mathcal{E})_{\theta=\pi} = \frac{4K\sqrt{r}}{E\sqrt{2\pi}}$$

$$\mathcal{E} = \frac{4K\sqrt{a-x}}{E\sqrt{2\pi}} \quad (32)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \quad (33)$$

き裂が a だけのびる間に、x 軸上のエレメントでは σ_y は $\sigma_y \rightarrow 0$ に

$$\mathcal{E} = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{2}{a} \int_0^a \frac{\sigma_y \cdot x}{2} dx = \frac{K^2}{E} \quad (34)$$

したがってこの場合、破壊のエネルギー criterion (36) と

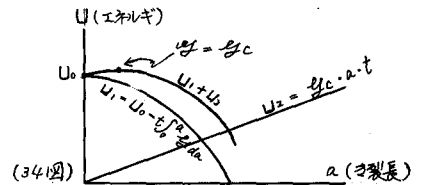
応力 criterion (37) は条件付き等価である。

$$\begin{cases} \mathcal{E} = \mathcal{E}_c & (36) \\ \text{不安定破壊開始条件} & \begin{cases} \mathcal{E} = \mathcal{E}_c & (36) \\ K = K_c & (37) \end{cases} \end{cases}$$

$$\mathcal{E} = \begin{cases} \frac{K^2}{E} & \text{平面応力} \\ \frac{(1-\nu^2)K^2}{E} & \text{平面ひずみ} \end{cases} \quad (35)$$

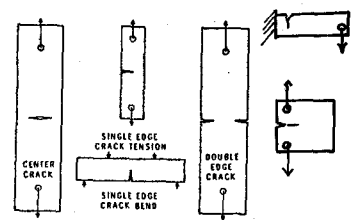
有限要素法や実験によって K を求めるときにも (35) を (28) (30)

とともに用いる。



(33図)

実験方法は ASTM STP 410 に詳述されている。⁽⁹³⁾ 試験片は35図のごときものが使用されている。平面ひずみ状態での K_{Ic} は最低の値 K_{Ic} をとり、この状態を求めるため次の条件がつけられている。

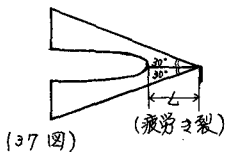


$$1) \text{ (試験片の板厚などの寸法) } > 2.5 \frac{K_{Ic}^2}{\sigma_y^2} = \begin{cases} 25 \text{ tp (平面ひずみ)} \\ 8 \text{ tp (表面で)} \\ \text{平面応力} \end{cases} \quad (35\text{図})$$

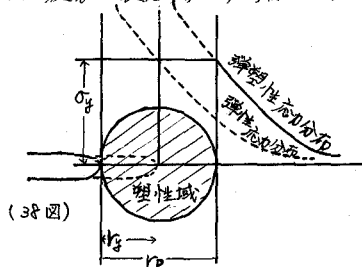
Some types of plate specimens for K_{Ic} testing.

ii) 切欠底半径 ρ は十分小さいこと。先端付近疲労き裂を使って

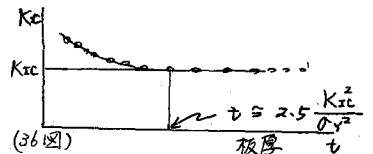
よい。その場合 $L \gg \text{tp}$ で、疲労き裂先端より両側30°内に切欠があっても構わない。



(37図)



(38図)



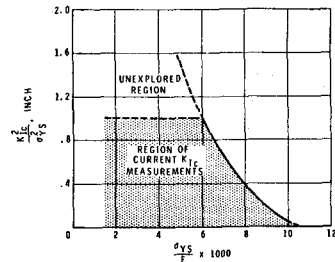
(36図)

iii) 3 裂端の塑性域 r_p の発生により 3 裂長が $\frac{r_p}{2} = r_y$ だけのびて $a \rightarrow a + r_y$ になったときの応力分布とはほぼ等しくなるので次の場合に K を補正する。 $K(a) \rightarrow K(a + r_y)$ 。

$$\begin{cases} \sigma_{\text{appl.}} / \sigma_y < 6\% & r_y \text{ correction 不要} \\ \sigma_{\text{appl.}} / \sigma_y = 6 \sim 80\% & \text{要} \end{cases}$$

plasticity adjustment factor: $r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{\sigma_y} \right)^2 = \frac{r_p}{2}$ ---- (38)

iv) 鋼についての適用可能範囲は 39 図とされている。 $\sigma_{\text{appl.}} / \sigma_y$ が 60 ~ 80% 以下がよく合うとも言われるし、理論的には 30% 以下の結論も導ける。



(39 図) Boundaries of the region of current plane strain crack toughness tests (based on data for steels).

3-2-2 COD 破壊基準と P^+ 破壊基準 (94)(95)(96)(97)(98)(99)(100)

Dugdale モデル (11) または BCS モデル (100)(101) により求めると、

$$\begin{aligned} \text{COD} : \phi &= \frac{(\lambda+1)\sigma_y a}{\pi G} \log \sec \frac{\pi \sigma}{2\sigma_y} \quad (39) & \text{PZS (} r_p \text{ と同じ)} : \rho &= a \left(\sec \frac{\pi \sigma}{2\sigma_y} - 1 \right) \quad (40) \\ &\approx \frac{8\sigma_y a}{\pi E} \log \sec \frac{\pi \sigma}{2\sigma_y} & G &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned}$$

破壊の criterion としては $\begin{cases} \phi = \phi_c & (41) \\ \rho = \rho_c & (42) \end{cases}$

$$\lambda = \begin{cases} (3-\nu)/(1+\nu) & \text{; 平面応力} \\ 3-\nu & \text{; 平面ひずみ} \end{cases}$$

small scale yielding condition ($r_p \ll a$, たとえば $\sigma_{\text{appl.}} / \sigma_y < 60\%$) では、

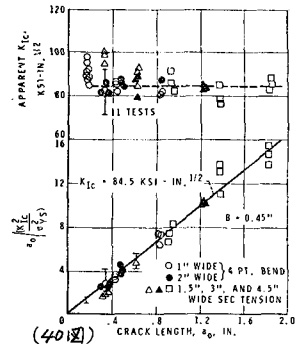
$$\begin{aligned} \phi &= \frac{(\lambda+1)\sigma_y \rho}{\pi G} = \frac{(\lambda+1)K^2}{8G\sigma} \approx \frac{K^2}{E\sigma} = \frac{\rho \sigma_y}{E} \quad (43) \\ \rho &= \frac{\pi K^2}{8\sigma_y^2} = \frac{K^2}{\sigma_y^2} \quad (44) \end{aligned}$$

すなわち、この範囲では、やはりこの変形 criterion も応力 criterion およびエネルギー criterion と等価である。

中の測定は、切欠口につけた clip-on gage や ring gage などによって直接測ることである。

3-2-3 若干の実験結果

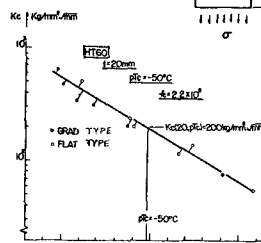
異なった試験方法 (ASTM 方法) による高強度鋼の破壊試験結果は 40 図のようによく整理される。(93) 異なった温度分布の二重引張試験による迅速伝播き裂の停止特性から求めた K_{IC} を 41 図に示す。(102) COD 基準により、曲げ試験とバリの破壊試験結果との比較を 42 図に示す。(94)



(40 図)

ペースト、モルタル、コンクリートの曲げ破壊試験結果の K_{IC} による整理を 43 図、44 図、45 図に示す。(104) その適用範囲の

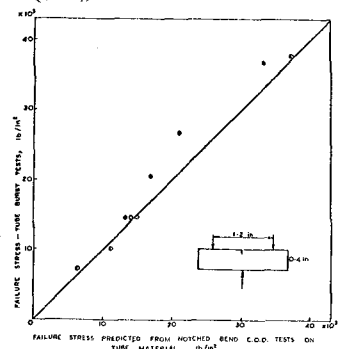
参考までにそれらの荷重・たわみ曲線を混合比をそれぞれ 46 図、47 図、48 図と 1 表に示す。・は荷重による整理、○は K_{IC} による整理である。



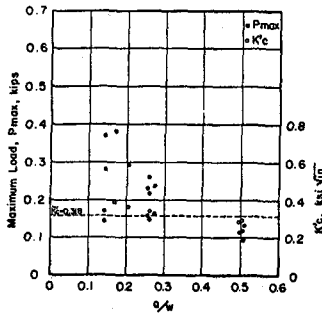
半島型及び勾配型二重引張試験の結果 (41 図)

3-2-4 平面ひずみの不安定破壊開始基準の選定について

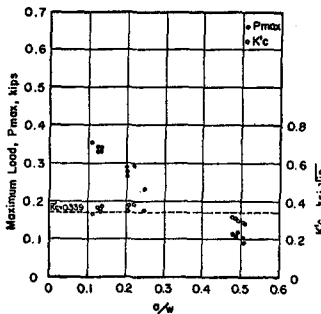
要するに、一般には、脆性材料では [36] 式でよく、で、高強度鋼や高力アルミニウム合金などでは 3-2-1 の iii) の補正をした上で [36] 式を適用するようである。その場合の K_{IC} については σ_y や CVN (Charpy



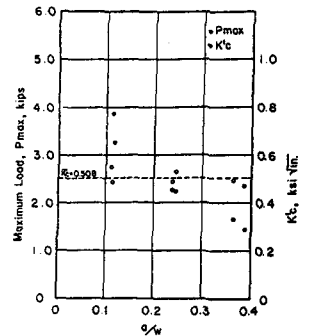
(42 図) 曲げ試験とバリの破壊試験結果との比較 (94) バリ試験から破壊応力と変位を求め、この破壊試験結果と曲げ試験結果とを比較した図。



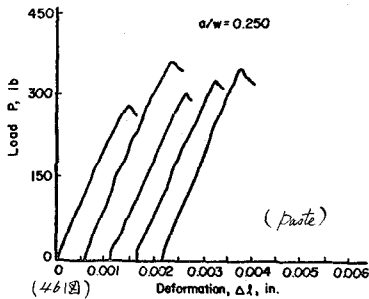
(43図) Maximum Load and Effective Fracture Toughness vs a/w : Series 6. (paste)



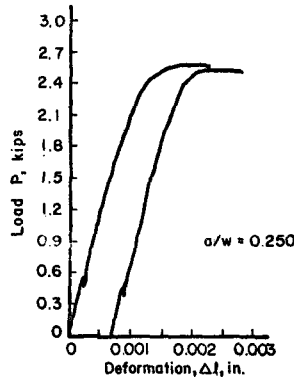
(44図) Maximum Load and Effective Fracture Toughness vs a/w : Series 16 (mortar)



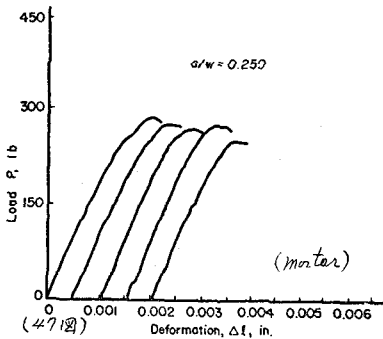
(45図) Maximum Load and Effective Fracture Toughness vs a/w : Series 53 (concrete)



(46図)



(47図) Typical Load-Deformation Curves: Concrete

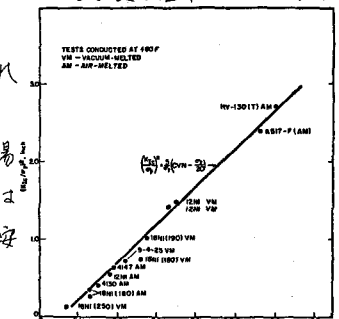


(48図)

(1表)

図	Series	セメント	水	砂	砂利	圧縮強度 (Psi)
43	6	1.0	0.30	0	0	12860
44	16	1.0	0.50	3.0	0	6370
45	53	1.0	0.60	3.0	3.0	3570

V-notch energy absorption) との関係 (49図)⁽¹⁵⁾ も与えられている。中高度鋼では、限定された塑性変形領域の処理の方法について多くの研究が進められているので修正された形での K_{IC} 判定が近い将来に期待できようである。広義のエネルギー解放率を媒介として K_{IC} 値への依存度が求められるのではあるまいか。⁽¹⁶⁾ 延性の高い低強度鋼では、き裂先端での塑性変形が大で、むしろ変形基準の COD などの使用が重視されているのが現状であると思われる。 K_{IC} , COD, PZS も含めていかなる量がいかにについてはまだ結論が得られていないが、 $(PZS)/a$ が小さい場合はあまり差がなく、これは 10% 程度より増すと三者の間の差が明確になるようである。ただしその場合も顕著な差が現われるのは $\sigma/\sigma_y \geq 1$ の範囲であり、 $\sigma/\sigma_y < 1$ では三者の傾向に大差がないといわれる。この場合も K_{IC} 基準では十分安全でないこともまた注意しておくべきであろう。



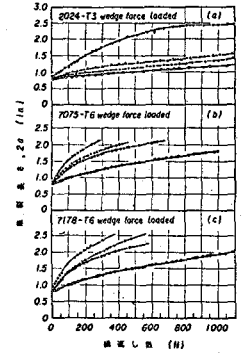
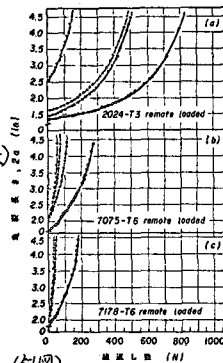
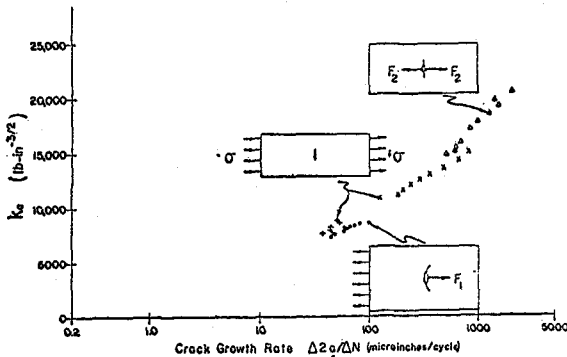
(49図) K_{IC} と σ/σ_y との相関関係 (CVN) の関係

3-3 疲労き裂

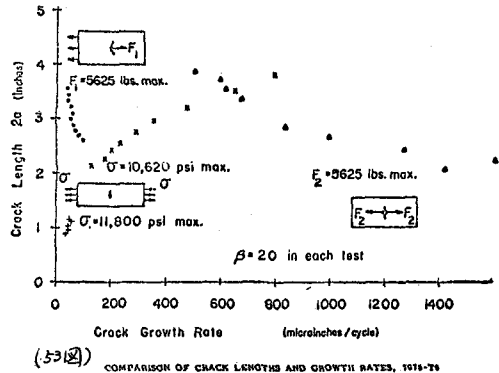
各種の原因で、既に存在しているき裂状欠陥が、繰返し荷重により 1) 成長を開始する条件、2) 成長速度、3) 最終的破壊条件と K の関数として整理する努力がなされている。特に (2) は広い応力範囲にわたって (1) と (3) は条件付きで K の関数としてよく整理される場合が多い。

3-3-1 疲労き裂の成長速度 ($\frac{da}{dN}$)

詳しくは別報⁽¹⁰⁵⁾⁽¹⁰⁶⁾を参照されたい。同一材料、同一環境、同一応力でも疲労き裂は試験片形状と荷重条件によって全く異なる進行特性 ($a \sim N$, $\frac{da}{dN} \sim a$ 関係) を示す (51図と52図比較。⁽¹⁰⁷⁾ 53図⁽¹⁰²⁾)。しかし、

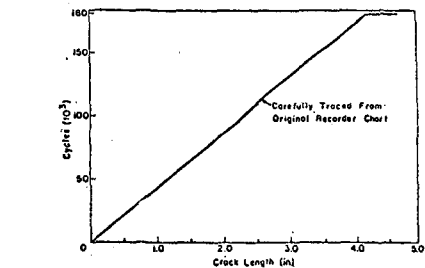


(51図) 疲労のき裂進行曲線 (end load) (Feeney, McMillan, Wei)
 $\sigma_g = 6$ ksi, $\beta = 2$, $F = 120$ cpm
 ○ 乾燥空気 (10% R.H.)
 ● 湿り空気 (90% R.H.)
 ▲ 蒸留水
 ▼ 3.5% NaCl
 (a) $\sigma_g = 1.20$ ksi, $\beta = 2$, $F = 120$ cpm
 (b) $\sigma_g = 1.25$ ksi, $\beta = 2$, $F = 120$ cpm
 (c) $\sigma_g = 1.25$ ksi, $\beta = 2$, $F = 120$ cpm



(53図) COMPARISON OF CRACK LENGTHS AND GROWTH RATES, 7075-T6

(56図) Fatigue crack growth rates and a fourth power law for 7075-T6 aluminum alloy



(55図) Constant crack growth rate observed in a constant stress intensity test, clad 7079-T6 aluminum alloy

53図のデータについて、 $\frac{da}{dN}$ を K の関数

として整理すると、3種の実験値は54図のように1本の曲線にまとまる。⁽¹⁰⁸⁾ また、一定荷重の繰返しでは51、52、53図のように進行速度は刻々と変わるのが普通であるが、 K の振幅が一定になるよう

に荷重を制御すると、55図⁽¹¹⁹⁾のようにき裂の安定成長期間の広い領域で $\frac{da}{dN}$ が一定になる。すなわち次の関係が得られる。⁽¹¹⁹⁾ $\frac{da}{dN} = f(\Delta K)$ [44] ただし、 $\Delta K = K_{max} - K_{min}$, $K = K(0)$

なるとき $K_{max} = K(0_{max})$, $K_{min} = K(0_{min})$ 。しかも、ある K の上下限値の間で、応力整理による両対数図でよい直線性が成立する。(56図、57図)⁽¹¹¹⁾ すなわち $\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$ [45]

この関係は、既の実験されたすべての金属材料のみならず、高分子材料⁽¹¹²⁾⁽¹¹³⁾にもよく成立する。また K_{II} が存在する時は射影速度に対して成立し、⁽¹¹⁴⁾ 低サイクル疲労でも成立する。⁽¹¹⁵⁾⁽¹¹⁶⁾ この領域に対して $\Delta\sigma$ の代りに *strain range* ΔE を使った ΔK で整理できた例もある。⁽¹¹⁷⁾ 試験片形状、応力のいかんによらず鋼、アルミニウム合金など同系統金属の片振れ引張りのデータはそれぞれほぼ、一本の分散帯に入り、しかも傾斜 m はほぼ4に近として“疲労き裂の4乗則”が提案された。⁽¹¹¹⁾ その後、多くの実験値から、 $m = 1 \sim 7$ と得られているが(たとえば58図)⁽¹¹⁸⁾ 早断はできない。

この C と m に及ぼす材質的影響には多くの理論⁽¹¹⁵⁾ と実験⁽¹¹⁶⁾ とがあるが結論は得られていない。最近では $\frac{da}{dN}$ が CTD (crack tip displacement) に比例するという立場から、 $m = 2$ との主張も強い。⁽¹⁶⁸⁾ とにかく、ランダム荷重疲労、⁽¹²⁰⁾⁽¹²⁵⁾ プログラム疲労荷重⁽¹²⁵⁾、ス軸荷重疲労、⁽¹²²⁾ 腐食疲労⁽¹²³⁾⁽¹²⁴⁾ に到るまで一般に $\frac{da}{dN}$ の K 依存性は強い。せん断形の第1期き裂⁽¹²⁶⁾ については、F.M. の立場からは、まだ明確な解析がされていない。平均応力の影響については多くの提案があり、⁽¹²⁷⁾ その若干を示す。

$$\frac{da}{dN} = C K_e^m = C (K_{max} - K_{con})^m, \quad K_{con} = \begin{cases} C_1 K_m + C_2 \quad (\sigma_m > 0) \\ C_1 K_m \quad (\sigma_m \leq 0) \end{cases} \quad [46]^{(128)}$$

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_c - \Delta K}, \quad R = K_{min}/K_{max} \quad [47]^{(129)}$$

$$\frac{da}{dN} = B(1+\beta)^{2\alpha_1} (\Delta K)^{2(\alpha_1+\alpha_2)} \approx B(1+\beta)^2 (\Delta K)^4 = B(K_{max})^2 (\Delta K)^2, \quad \beta = \frac{2K_m}{\Delta K} \quad [48]^{(130)}$$

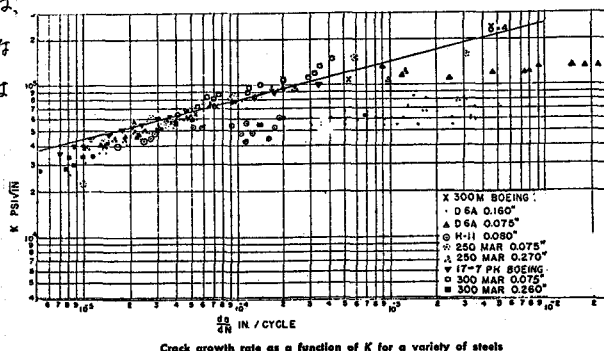
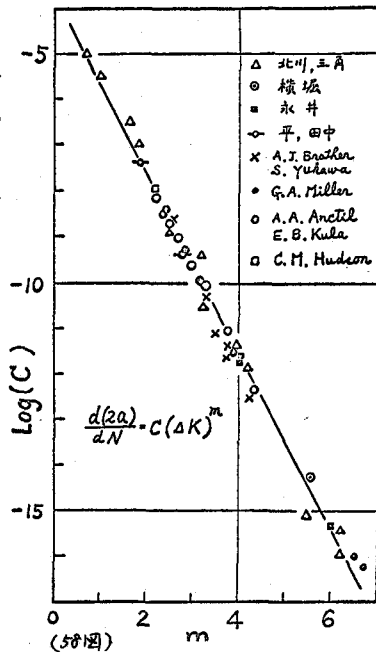
$$\frac{da}{dN} = C (K_{max})^A \cdot (\Delta K)^B \quad [49]^{(131)} \quad \frac{da}{dN} = C \{ K_{max} (1-R)^n \}^m \quad [50]^{(132)(133)}$$

$$\frac{da}{dN} = C K_{max}^A (K_{max} - B K_{min})^D, \quad A+D=m \quad [51]^{(134)}$$

いずれにしても、負の平均応力の影響は、き裂面が荷重を受けるため線形破壊力学の中では未解決問題の一つである。 K による処理が未解決なのは、そのほかに変動荷重、切欠底の停滞き裂、曲げなどの問題がある。疲労き裂成長の理論に関しては別報⁽¹⁰⁵⁾ を参照されたい。

3-3-2 疲労における K_c とき裂成長の 下限界条件

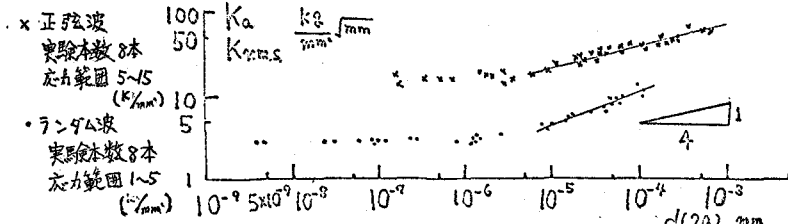
1) き裂が成長して形式的に求めた K_{max} が K_c に達すると、急速な成長に移行する(59図)⁽¹¹¹⁾ 60図)⁽¹³⁵⁾。その時の K_c はほぼ静的に求めた



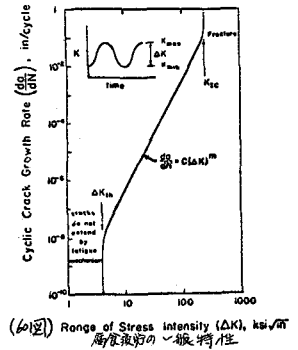
(4914)

①0.7~0.8

K_{IC} に近いらしい。 $\log K_{max} \sim \log \frac{da}{dN}$ の漸近線とする意見もある。1) ある K ($=K_{th}$)以下になると、成長速度は著しく遅くなる。(60図)⁽¹³⁷⁾、61図⁽¹³⁷⁾



(61図) 荷重制御疲労試験 ($\frac{da}{dN} \sim \Delta K^{1/2}$, ΔK_{th}) $\frac{d(2a)}{dN}$ cycle



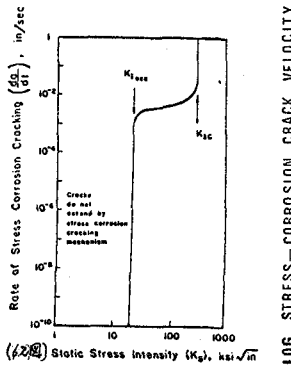
(62図) Range of Stress Intensity (ΔK), ksi/√in 腐食環境の一般特性

すなわち $[\Delta K]_{very slow growth} \leq [\Delta K]_{th}$ [52] これを *threshold intensity for fatigue* とし、成長の下限界条件。の一つとして実用で用いる範囲についてはまだ検討中である。この ΔK_{th} が鋼では σ_y にかかわらずほとんど一定で $6 \sim 7.5 \text{ ksi}/\sqrt{\text{in}}$ という結果⁽¹³⁶⁾と、 $10 \sim 15 \text{ kg}/\text{mm}^2 \cdot \sqrt{\text{mm}}$ の範囲でかたよりの増加とともに低下し、 K_{th} は $18 \sim 19 \text{ kg}/\text{mm}^2 \cdot \sqrt{\text{mm}}$ でほぼ一定という結果⁽¹³⁷⁾とがあるが、かなり高い K_{th} を示す材料が発見できるように、⁽¹⁶⁶⁾問題は将来に残されている。(84図参照)⁽¹³⁸⁾
 K_{th} が存在するかどうか、存在するとすればその値は如何が、非破壊検査との関係でも安全管理上も重要である。⁽¹³⁹⁾下限界条件に対しては、 K_{th} 以外の提案も種々ある。⁽¹⁶⁴⁾

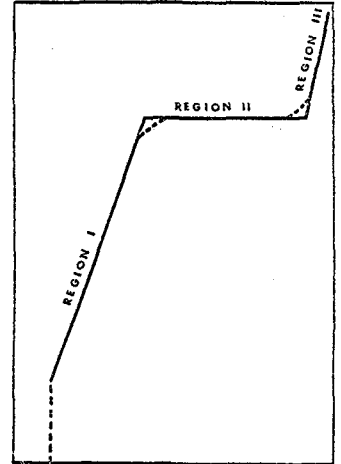
3-4 環境強度

詳しくは別報を見られたい。⁽¹²³⁾⁽¹⁵⁸⁾⁽¹²⁴⁾

腐食性などの環境下では、材料表面には切欠きがなくともき裂が発生しやすい。このき裂の発生・成長が強度低下に重要な役割をもち、成長速度が環境に強く支配される。高強度金属材料、せいの性材料で近年特に注目されて来た。いわゆる“遅れ破壊”がそれである。



(63図) Static Stress Intensity (K_s), ksi/√in

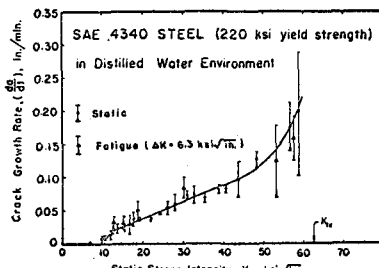


CRACK-TIP STRESS INTENSITY.

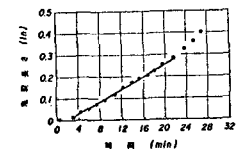
3-4-1 応力腐食われ (stress corrosion cracking) (SCC)

1) 静荷重下の環境破壊のT.M.的呼称である。一般特性は62図、⁽¹³⁷⁾ 63図⁽¹³⁷⁾のように、き裂成長速度 $\frac{da}{dt}$ は K の関数としてよく特性づけられる。材料と環境条件の組合わせによっては、 $\frac{da}{dt}$ が K によって変化する Region I は64図⁽¹³⁹⁾のように失われることもある。

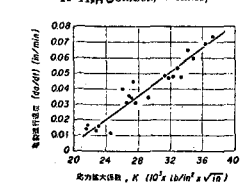
2) K -一定制御を有すると成長速度 $\frac{da}{dt}$ はほぼ一定に保たれる (65図)。⁽¹⁴⁰⁾ その $\frac{da}{dt}$ と K の関数は K のかなりの範囲で直線関係にある (66図)⁽¹⁴¹⁾ (67図)⁽¹⁴²⁾。 $\frac{da}{dt}$ の K 依存性は十分強い。 $\frac{da}{dt}$ を顕著に促進する環境とは、たとえば高強度鋼 H-11 では、相対湿度 10% でも問題になる。⁽¹⁴⁰⁾



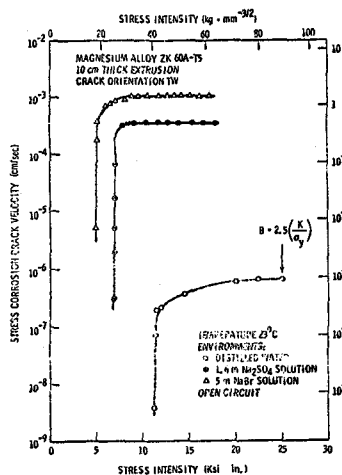
(65図) 静荷重下の環境破壊のT.M.的呼称である。一般特性は62図、⁽¹³⁷⁾ 63図⁽¹³⁷⁾のように、き裂成長速度 $\frac{da}{dt}$ は K の関数としてよく特性づけられる。



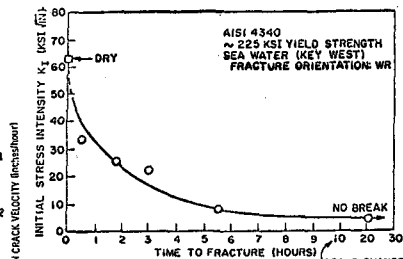
(66図) 静荷重下の環境破壊のT.M.的呼称である。一般特性は62図、⁽¹³⁷⁾ 63図⁽¹³⁷⁾のように、き裂成長速度 $\frac{da}{dt}$ は K の関数としてよく特性づけられる。



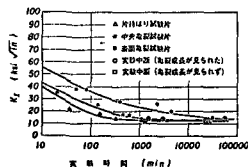
(67図) 静荷重下の環境破壊のT.M.的呼称である。一般特性は62図、⁽¹³⁷⁾ 63図⁽¹³⁷⁾のように、き裂成長速度 $\frac{da}{dt}$ は K の関数としてよく特性づけられる。



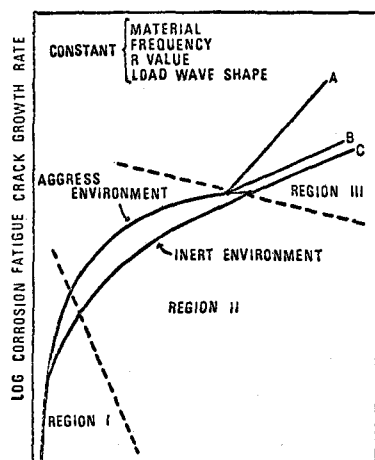
(64図) Effect of stress intensity and various environments on the velocity of stress corrosion cracks in a high-strength magnesium alloy.



(69図) - Stress corrosion curve for AISI 4340 steel hardened to a yield strength of 225 ksi. The time-to-fracture is plotted as a function of the initial applied stress intensity K_i . K_{iscc} has been determined from the limiting asymptote to the no-break stress intensity.



(68図) 3種の試験片の下限界応力拡大係数 (threshold stress intensity) (K_{iscc}) 間の関係. NaCl 溶液中の 4340 鋼



(70図) 腐食疲労 crack の一般特性

iii) K が K_{ic} に達すると急速成長に移る。この K_{ic} 値は腐食の有無の影響をほとんど受けないといわれる。水素などの拡散、吸着により材質的せい化が起るとは別であろう。この K_{ic} threshold intensity of SCC, K_{iscc} と呼ぶ。

iv) 成長速度がきわめて低くなる crack 成長の下限界条件が高強度金属材料の単一 crack では存在する。

最初の K ($=K_i$) と破断時間の関係を 68 図 (162) 69 図 (163) に示す。これから K_{iscc} が実際に存在するらしいこと、その K_{ic} に対する低下がきわめて著しい場合 ($K_{iscc}/K_{ic} < 10\%$) があること、 crack 起裂の K_{iscc} と crack 停止の K_{iscc} が一致すること (68 図)、試験片形状と荷重方法の差にかかわらず K_{iscc} はよく一致することが分かる。応力で threshold を求めると試験方法による差が現われる。材料の σ_y を上げると K_{ic} が下がるが K_{iscc} はこれより更に低い K_{ic} より高いものである。(64 図) (169)

3-4-3 腐食疲労 (corrosion fatigue) (C.F.)

繰返し荷重と環境の影響下に crack が成長する環境破壊の F.M 的呼称である。一般特性を 70 図 (170) 60 図に示す。直線域は乾燥時疲労より狭く、多くの場合、成長速度 $\frac{da}{dN}$ は乾燥時より高い。 ΔK が高く、 $\frac{da}{dN}$ が大さくなると、当然、乾燥時の $\frac{da}{dN}$ に接近する。(71 図、72 図) (165) この場合も K_{ic} が現われることがあり (72 図) (167) 非鉄金属についても

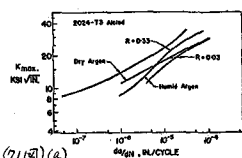
次式が与えられている。(169)

$$[\Delta K_{th}]_{cor.fat.} = (1.7 \pm 0.2) \times 10^{-4} E; (ksi\sqrt{in})$$

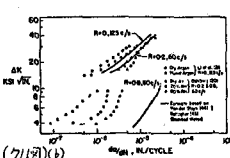
E : ヤング係数 (ksi)

K_{iscc} より高い K_{max} を与える。

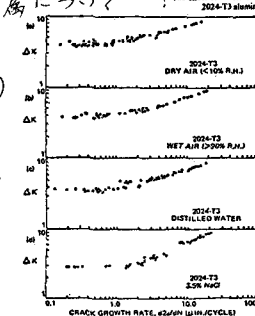
SCC の $\frac{da}{dt}$ と CF の $\frac{da}{dN} (= \frac{da}{dt} \cdot f)$ (f : 繰返し速度) とが同程度になるため、 $\frac{da}{dN}$ は両者の和になるといわれる。(164) (165)



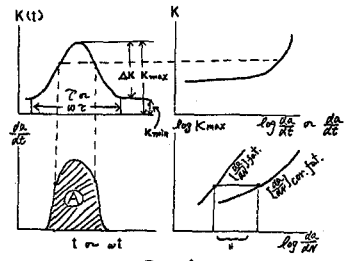
(71図)(a) The effect of moisture on fatigue crack growth in a clad 2024-T3 aluminum alloy



(71図)(b) Effect of moisture and stress ratio on fatigue crack growth in medium carbon high-strength steel



(72図) Fatigue crack growth rates for 2024-T3 in (a) dry air, (b) wet air, (c) distilled water, and (d) 3.5% sodium chloride solution



(73図) ① = $\int_0^1 F[K(t)] dt$

$$\left[\frac{da}{dN}\right]_{\text{cm. fat.}} = \left[\frac{da}{dN}\right]_{\text{sc.}} + \left[\frac{da}{dN}\right]_{\text{fat.}} \quad \left[\frac{da}{dN}\right]_{\text{sc.}} = \int \tau \left[\frac{da}{d\tau}\right]_{\text{sc.}} d\tau \quad \left[\frac{da}{d\tau}\right]_{\text{sc.}} = F\{K(\tau)\}, \tau = \frac{1}{f} \omega \tau = 2\pi \quad (54)$$

この計算手順を79図(144)に示す。また $\left[\frac{da}{d\tau}\right]_{\text{cm. fat.}} = \left[\frac{da}{d\tau}\right]_{\text{sc.}} + \left[\frac{da}{dN}\right]_{\text{fat.}} \cdot f \quad (55)$

なので、(135) 繰返し速度の影響は大きい。

3-4-3 ガラスの環境われ

金属以外の脆性材料や高分子材料にも環境われが起こる。

その場合、程度の差こそあれ、

やはり安定成長期と最終的破断とがある。たとえば79図のよう

に水中でガラスやセラミックスに荷重をかけると79図のように

3裂が成長する。(147) 成長速度

$\frac{da}{dN}$ は K_I 依存性が高い(80図)。(148)

その成分を8表に示す。安定成長

期の $\frac{da}{dN}$ には限界があり、やがて

不安定破断に移行する。(81図)(149)

かかる種類のわれを、ガラスの

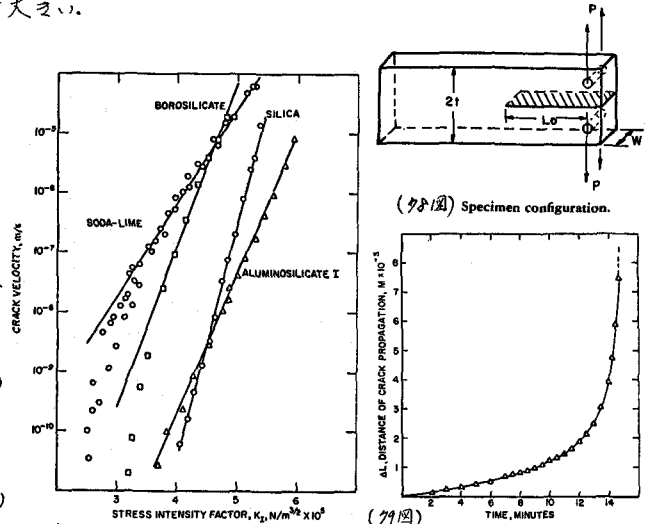
"fatigue" ということと

ある。S-N曲線を

82図に示す。(149) $\frac{da}{dN}$

には温度と湿度の

影響が大きい。



(79図) Fracture behavior of glass in water at 25°C. Crack propagation to failure under constant load, tested in air at 50% rh.

(8表)

Glass Composition

Glass	Component (wt fraction)									Annealing temp. (°C)
	SiO ₂	B ₂ O ₃	Al ₂ O ₃	Na ₂ O	K ₂ O	MgO	CaO	PbO	TiO ₂	As ₂ O ₃
Silica	0.998									715
Aluminosilicate I	.57	0.04	0.20	0.01		0.12	0.06			580
Aluminosilicate II	.618		.17	.125	0.034	.036	.004		0.008	565
Borosilicate	.80	.14	.02	.04						470
Lead-alkali	.60		.04	.10	.02			0.24		528
Soda-lime silicate	.72		.02	.14	.01	.04	.07			

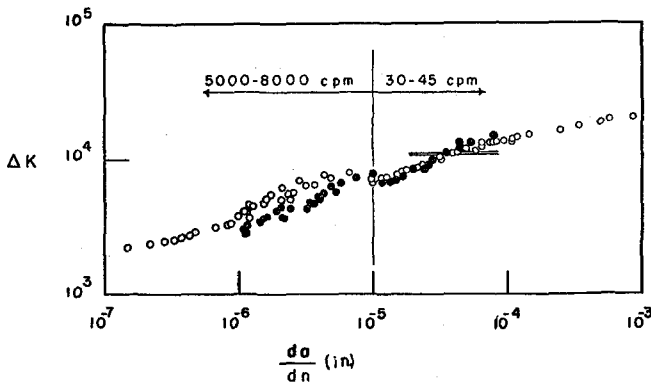
3-5 フラクトグラフィと破壊力学

電子顕微鏡写真その他から、材料の破面の諸特性を解析

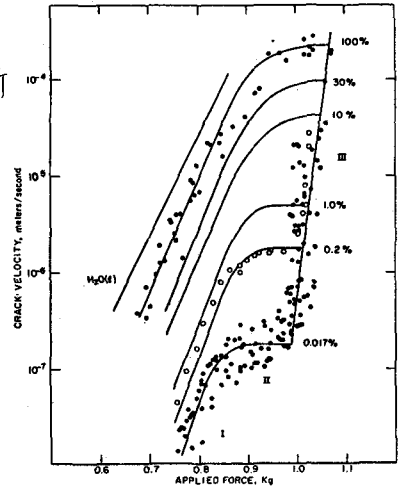
して、事故診断や破壊機構の解明を行う fractography は

近年ますます盛んであるが、これによる所見と F.M. の

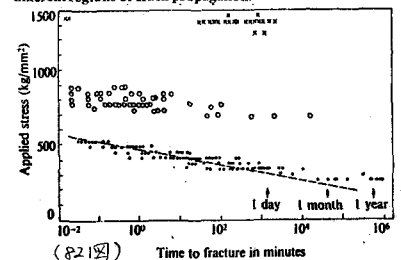
パラメータとの関係とを求める努力が行われている。



Plot of Stress Intensity Range Versus Rate of Crack Propagation and Striation Spacings for .064 Gage 2024-T3 Aluminum Alloy (83図) (○ Optical Growth Rate, ● Striation Spacings).



(81図) Dependence of crack velocity on applied force. The percent relative humidity for each set of runs is given on the right-hand side of the diagram. Roman numerals identify the different regions of crack propagation.



(82図) Time to fracture in minutes

①疲労の *striation spacing* (p) とマクロ的成長速度 $\frac{da}{dN}$ と ΔK との対応関係は、その好例である。(83図)⁽¹⁵²⁾ $p = C (\Delta K)^m$ [56]

②延性破面に見られる *dimple* の核となった介在物の平均間隔 ($\sqrt{A}$) にほぼ比例する *process zone size* dt は破壊靱性値 (*fracture toughness*) (K_{Ic}) とよく対応するという。⁽¹⁵¹⁾

$$K_{Ic} = E_n \sqrt{2ndt} \quad [57] \quad E \text{ はヤング係数, } n \text{ はひずみ硬化指数である.}$$

Kraft モデル⁽¹⁵²⁾ により説明されており、介在物のある材料の破壊特性をフラクテグラフィにより定量的に決定できる可能性を予想させる。(iii) また破面に見られる粒界などから、環境破壊であったかどうかを判定する有力な情報も得られる。⁽¹⁵⁷⁾

3-6 非破壊検査と Fracture Design

Fracture Control

材料の σ_y と、 K_{Ic} 、 K_{ISCC} 、 K_{th} の関係を使った K - σ_y 破壊判別図の 1 例を 84 図⁽¹⁵⁸⁾ に示す。(i) 設計条件が与えられると、この図から起りうべき破壊の進行過程が推定できるので、逆に好ましくない破壊を避ける工夫ができる。その工夫の一つに、この図と K - σ - a 図⁽¹⁵⁸⁾ とを組み合わせれば必要な検査精度が求められる。(ii) また、不安定破壊発生の前に動作流体をもらせる *leak before burst condition* ⁽¹⁵⁸⁾⁽¹²³⁾ に設計するためにも、このような図は補助となる。(iii) また、複合現象である実際の事故を判定するためには、このような一覧図は有益であろう。それらの具体的な手続については別報⁽¹⁵⁸⁾ を参照されたい。

3-7 構造力学への拡張

部材の一部にき裂が入るとその部材の引張り剛性、曲げ剛性が低下する。1 次元数の逆数 *compliance* (C) とき裂寸法 a の関係は、 K が与えられていれば求められる。⁽¹⁵³⁾

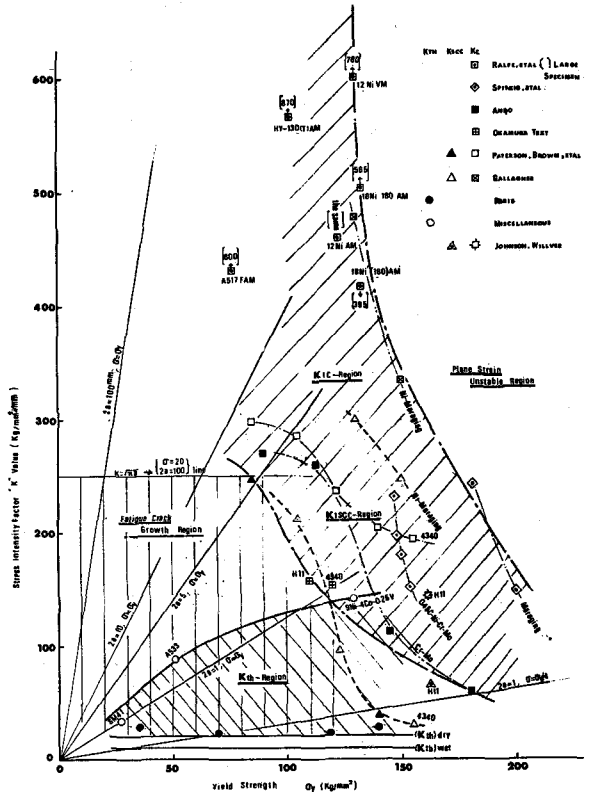
$$\frac{(1-\nu^2)K^2}{E} = \frac{dC}{da} = \begin{cases} \frac{P^2}{2} \frac{dC}{dA} & \text{軸荷重 } C = \frac{\Delta}{P} \\ \frac{M^2}{2} \frac{dC}{dA} & \text{曲げ荷重 } C = \frac{\theta}{M} \end{cases} \quad [58]$$

$$\nu_c = \begin{cases} 0 & \text{平面応力} \\ \nu & \text{平面ひずみ} \end{cases}$$

$$C = C_0 + dC \text{ とすれば } (a=0 \text{ で } C=C_0)$$

$$dC = \frac{2(1-\nu_c^2)}{Et} \int_0^a \left(\frac{K}{P}\right)^2 dA \quad \text{引張} \quad \left. \begin{aligned} &= \frac{(1-\nu_c^2)}{Et} \cdot H \left(\frac{2a}{W}\right) \\ &\text{または } dC = \frac{2(1-\nu_c^2)}{Et} \int_0^a \left(\frac{K}{M}\right)^2 dA \quad \text{曲内曲げ} \\ &= \frac{12(1-\nu_c^2)}{EtW^2} Hm \left(\frac{a}{W}\right) \end{aligned} \right\} [56]$$

$$\text{これより } \frac{dC}{C_0} = \begin{cases} \alpha \cdot H \left(\frac{2a}{W}\right) \\ \alpha \cdot Hm \left(\frac{a}{W}\right) \end{cases} \quad \alpha = \alpha(\nu, W, L) \quad [57]$$



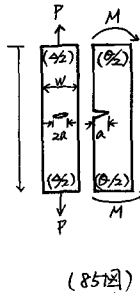
(84図)

K - σ_y 破壊判別図

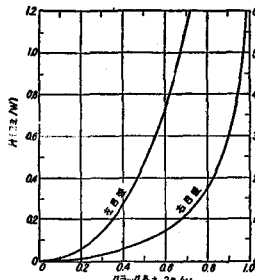
Kから計算した $Hm(\frac{a}{W})$ の例を 85図⁽¹⁵³⁾

に示す。これを使って d_c を求める。

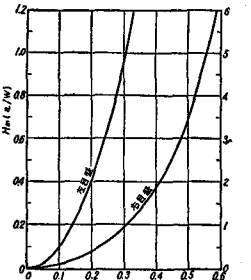
図[57]から、i) d_c を測れば、3裂寸法 a が求まる。 ii) 3裂の発生、成長に伴う、座屈強度の低下、振動特性の変化が求められる。 iii) 一部の部材に3裂が発生・生長したときの構造物の統合剛性や荷重の再配分を計算できる。



(85図)



クラックによるコンプライアンスの変化 (中央クラック部材の引張り)



クラックによるコンプライアンスの変化 (片側クラック部材の引張り)

iv) 応力腐食われ試験やせい性破壊試験に用いる定変位型荷重装置や小型シエンク型の疲労試験機などで、3裂の成長に伴う荷重低下、Kの低下を計算して、正しいKの値に補正することが出来る。

(この補正をしたため $\frac{dK}{da} = C(\Delta K)^2$ が $\frac{dK}{da} = C(\Delta K)^4$ になった例もある。⁽¹⁵⁴⁾)

$$\text{たとえば、} P = P_0 / \{1 + K \cdot \alpha \cdot [H(2a/W) - H_i(2a/W)]\} \quad [58] \quad \text{：中央クラック、引張り}$$

$$K = K_0 / \{1 + K \cdot \alpha \cdot [H(2a/W) - H_i(2a/W)]\} \quad [59]$$

Kは部材端変位拘束係数 (定荷重で0、定変位で1) である。 ($0 \leq K \leq 1$)。 i は初期値。

4. 現段階で考えたフラクチャ・メカニクス的方法論の特徴と功罪

- (a) 欠陥の安定成長開始、成長速度、停滞、停止、不安定成長開始、または破壊低減停止に関する諸条件を、応力を含む各種の関数で定める代わりにKの直接または間接の関数 (ρ , σ , ϵ , ϵ_f など) として統一的に決定するので、事故判定、安全設計、有限寿命設計に有利で、計算量が節約できる。(p.40参照)
- (b) ある一定の応力 (例えば切欠底の σ_{max}) だけで定める代わりに、3裂端周辺の全応力分布から決定することになり、また *criterion* に3裂寸法が入るので合理的である。
- (c) 一般には、欠陥の存在、または発生が期待される場合にしか使えない。したがって、厳密な意味で3裂の発生だけで安全を判断する場合は、F.M.は不要である。しかし、全く無欠陥に機械・構造物を製造し、使用期間中保持することができない場合が多い。岩石、コンクリート、介在物の多い高強度材料、鋳造品、腐食環境下の負荷材料、溶接部などは、本質的にも欠陥材と考えられないだろうか。また安全が強く要求される場合に、非破壊検査の精度をもって、欠陥寸法の期待値と考える思想もある。
- (d) 応力 (σ) による判定には長い歴史と蓄積があり、 σ のかわりにKを使うには時が必要かも知れない。現実には、非F.M.の方法と、F.M.の方法を *case by case* で選択使用することになる。
- (e) Kには荷重分布、形状、欠陥分布、系の剛性、偏心など境界条件が含まれているので、試験片による実験結果を、実際の機械構造物に定量的に適用する場合、少なくとも、上記諸条件に基因する誤差を除くことができる。
- (f) フラクチャ・メカニクスは、ミクロ的破壊機構の解明にも使われるが、一般には3裂をモデル化し、ブラックボックスとして連続体力学で処理する。これが工学的利点であると同時に現状での不十分でもある。実際の3裂・欠陥には凹凸、傾斜、屈折、鈍化、分岐、非二次元的形状などが存在する。実際に合わせてモデルを複雑化すれば計算量が一般には多くなる。線形計算

を非線形形で拡張し、また、統計的処理やミクロ的処理を加えればより高い精度は得られよう。また必要に応じ採用しなければならない。しかし、使える人は限定されよう。要するにモデル化による誤差と弾性計算による誤差をなるべく低くおさえて、いかにして使いよく精度よい方法論を提供するかが重要である。

(9) F.M.の成立のためには、3裂端周辺の弾性応力分布ないし、弾性的挙動量の分布によって、3裂端での塑性変形、張位分布、mechano-chemicalな特性などが支配されることが前提となる。必要に応じ、これらに対する検討も必要であろう。

(10) 本質的に差異のある各種破壊をすべてKで処理しようとする。これは、F.M.には連続体力学の優越性と同時にその限界も含んでいることを意味する。

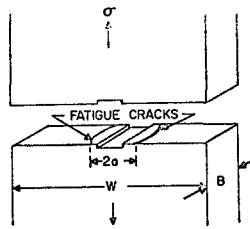
(11) 破壊と強度の問題には、多くの方法論と criterion がありうる。F.M.の確立の背景には、統一された理論のほか、膨大な裏付け実験があったし、今後必要である。

(12) 新しい実験方法が確立されつつある。定荷重制御、定変位制御に加えてK制御荷重方式が必要になり、closed loop system試験機、3裂測定・記録法 (travelling microscope、連続撮影、電気ポテンシャル法、渦電流法、超音波法、COD gage、コンプライアンス法など)、汎用試験片 (長短の double cantilever beam sp., center crack sp., double edge notch sp., single edge notch cantilever sp., surface-cracked sp., compact tension sp., wedge opening load sp. など) が定着しつつある。(86, 87, 88, 89, 90, 91図)

(13) 本質的問題ではないが、Kは直接に測定する方法がないし、かかる努力がされたことも図かない。

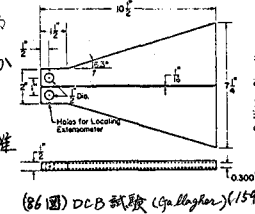
(14) Kの計算は、そのため容易という人と、複雑だという人がある。言うまでもなく、それは実際構造物に関してである。

(15) 諸条件に3裂寸法(a)が入るので、非破壊検査と強度の定量的関係が求められる可能性がある。

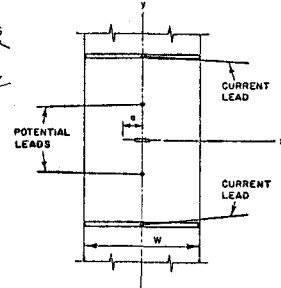


$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{2a}{W}\right)$$

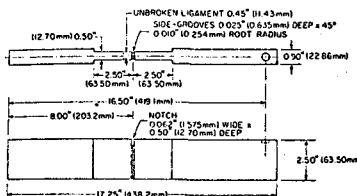
(87図) CENTER-CRACKED SPECIMEN



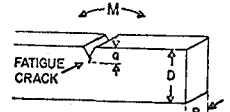
(86図) DCB試験 (Gallegos) (159)



(88図) ポテンシャル法による3裂測定 (Steigelmahl, Hanna) (60)



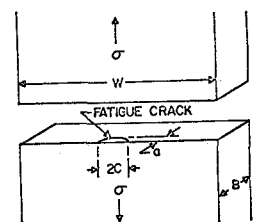
(90図) NRL single-edge-notched (SEN) cantilever fatigue specimen with side grooves (Crocker, Lange) (162)



$$K_I = \frac{4.12 M \sqrt{\frac{1}{\alpha^3} - \alpha^3}}{B D^{3/2}}$$

$$(89図) \alpha \equiv 1 - \frac{a}{D}$$

CANTILEVER SPECIMEN (Brown) (44)



$$K_I = \frac{1.2 \pi \sigma^2 a}{\phi^2 \cdot 0.212 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{YS}}\right)^2} \quad (Eq. 2)$$

(91図) SURFACE-CRACKED SPECIMEN

- (c) K , ν , ϕ , ψ などと計算する統計に理論的な作業と (d) に述べた各種条件を定める
 $f(K) = 0$ の $f(\cdot)$ の関数形を定めるための実験的な研究作業との完全な分離のまゝの協同作業が可能となり材料強度学のソフトウェア化が進んだ。
- (d) 上記と同様の理由で、材料強度に対する力学的因子と、金属学的、電気化学的因子との分離が容易になり、境界領域問題が従来より明確になった。

5. フラクチャ・メカニクスの歴史と年表

フラクチャ・メカニクスの発展の歴史は、1860 頃からの切欠材の破壊の研究と 1880 頃からのぜい性破壊調査の発達過程で（特に 1947 のシカゴの ASTM シンポジウムと 1950 の MIT シンポジウム）3 裂の役割、寸法効果、Griffith 理論の修正が始った頃から機が熟したものと見られる。1913 の Inglis 以来 Muskhelishvili, Westergaard, Sneddon, Williams, Paris, などによる 3 裂の解析は、1930、1940 年代にやわめて進化した歩ビりで開発されて来たが、1947~1957 にかけて Irwin によりこれらの理論をぜい性破壊に適用するフラクチャ・メカニクスの体系が創始され Irwin およびその協力者たちと M. L. Williams とその協力者たちによって完成した。

この時から、理論面ではやわめて多数の 3 裂の弾性解析と K の計算、最近に至って弾塑性解析が試みられており、一方、応用面では、ぜい性破壊に関して開発されたこの理論がまづ線形特性の影響の強い環境強度、疲労、腐食疲労にも適用されてその有効性が確立しつつあり、最近に至っては、剛性、振動・圧入などの構造力学まで、または延性破壊低サイクル疲労、粘弾性体、複合材料などの破壊、クリープ破壊など非線形領域にまで拡大適用が進みつつある。そのほか、材料強度のミクロ的アプローチ、確率・統計的アプローチ、フラクチュグラフなどと併用や 3 裂の *dynamic propagation* が注目されつつある。

- 1913 Inglis 3 裂の解析
- 1920 Griffith 安定論的破壊論
- 1933 Muskhelishvili 応力関数 (1953 英訳) (1946 異常積分方程式論)
- 1939 Westergaard
- 1946 Sneddon F 変換による 3 次元 3 裂の解析
- 1946~1957 Irwin ぜい性破壊における F, M の体系完成 (K , ϕ , コンプライアンス)
- 1950 (1952) Crown G 理論の修正
- 1952 Lee 弾塑性解析
- 1957 Williams の 3 裂解析
- 1957 Paris K の疲労などへの適用可能性の指摘
- 1958 McClintock Ductile Fracture
- 1959 ASTM committee 活動開始
- 1960 Truiano 学米 (Steigerwald) 環境強度への適用
- 1960 Dugdale モデル
- 1962 Barenblatt モデル

- 1962 Wells COD の提案
- 1963 BCS モデル, COD
- 1963 Paris 疲労の4象則
- 1965 Johnson, Willner, Hartman ; 腐食疲労への適用
- 1965 Svedlow, Williams ; 有限要素法の利用
- 1965 Hertzberg, Paris ; フラクトグラフィによる striation と K の関係
- 1967 才1回 全米 F.M. シンポジウム
- 1967 Brown, Srawley 試験法 (ASTM STP 410)
- 1968 Rice ; J-積分の提案
- 1968 Engg. Frac. Mech. 誌の発行開始
- 1969 西谷 体積力法
- 1969 田村 コンプライアンス計算の体系
- 1971 日本における破壊力学国内シンポジウム (日本機械学会、造船学会、学術会議)
- 1971 越賀 J^+ の提案

6. 最近の諸問題

北川英夫 "フラクチャ・メカニクスにおける最近の諸問題" (127) 参照

文献 おび注

- | | |
|---|--|
| (1) 1969. Aug. の 3rd National Symposium on Fracture Mechanics, U.S. における G.R. Irwin の政府による表参式において。 | (40) P.C. Paris, G.C. Sih; ASTM STP 381 (1965) 30 |
| (2) G.R. Irwin; Handbuch der Physik, 6 (1958) Springer, 551 | (41) G.C. Sih; Trans. ASME, E, 32 (March 1965) 51 |
| (3) G.R. Irwin; J. Appl. Mech., 24 (Sept. 1957) 361 | (42) I.N. Sneddon, M. Lowengrub; Crack Problems in the Classical Theory of Elasticity, (1961) John Wiley |
| (4) H.M. Westergaard; J. Appl. Mech., 6.2 (March 1949) A-49 | (43) I.N. Sneddon, J. Tneed; Intern. J. Frac. Mech., 3 (1967) 291 |
| (5) N.I. Muskhelishvili; Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity (要訳, 1953) Nordhoff | (44) W.B. Fichter; NASA TR R-265 (Aug. 1967) |
| (6) B. Cotterell; Intern. J. Frac. Mech., 2 (1966) 526 | (45) F.W. Smith, A.S. Kobayashi, A.F. Emery; J. Appl. Mech., 34 (1967) 947 |
| (7) G.C. Sih, P.C. Paris, F. Erdogan; J. Appl. Mech., 29 (June 1962) 306 | (46) A.F. Emery, G.E. Walker, Jr., J.A. Williams; Trans. ASME, D, 91. 4 (Dec. 1969) 618 |
| (8) F. Erdogan; Proc. 4th U.S. Nat. Cong. Appl. Mech., (June 1962) 547 | (47) 石田 誠; 機論, 35. 277 (Sept. 1969) 1815 |
| (9) 越賀房夫, 川原正吉; 機械学会. 才11回破壊力学研究会資料 (Nov. 1971) | (48) M. Ishida; Engg. Frac. Mech., 2 (1970) 61 |
| | (49) M. Ishida; Intern. J. Frac. Mech., 7. 3 (Sept. 1971) 301 |
| | (50) M. Ishida; Trans. ASME, E, (Sept. 1966) 674 |
| | (51) A.S. Kobayashi, R.D. Chereby, W.C. Kinsal; Trans. ASME, D, 86, 4 (Dec. 1964) 681 |
| | (52) B. Gross, J.E. Srawley, W.F. Brown, Jr.; NASA TN D-2395 (Aug. 1964) |

- (23) J. E. Srawley, B. Gross; NASA TN D-5820 (Feb. 1967) 467 小林英男、中沢一; 材料, 18, 190 (July 1969) 627
- (24) O. L. Bowie, D. M. Neal; Intern. J. Frac. Mech., 6, 2 (June 1970) 199 468 石田誠; 材料学会関西支部 "破壊力学とその応用" 講習会 (Nov. 1971) 42
- (25) O. L. Bowie; Trans. ASME, E, 31, 4 (Dec. 1964) 726 469 中山孝之; 機学九州支部講演, 708-2 (May 1970) 49
- (26) R. Roberts, T. Rich; Trans. ASME, E, 34 (Sept. 1967) 50 中山孝之; 機講演, 700-13 (Oct. 1970) 19
- 777 469 J. C. Rice; Trans. ASME, E, 34 (March 1967) 268
- (27) 西谷弘信, 原信幸; 機講演, 710-10 (Oct. 1971) 29 462 G. R. Irwin; Trans. ASME, E, (Dec. 1962) 651
- (28) 石田誠, 西谷弘信; 機講演, 212 (Oct. 1969) 131 463 G. R. Irwin; T and A.M. Rep. 213. Univ. Illinois (March 1962)
- (29) 西谷弘信; 機学九州支部講演, 69-2 (Feb. 1969) 27 464 岡村弘文; 日刊工業 "破壊力学講習会テキスト" (Jan. 1971) 1-1
- (30) 小倉敬二; 機講演, 710-10 (Oct. 1971) 33 465 J. P. Gallagher; 2nd Nat. Sympos. Frac. Mech., U.S. (June 1968)
- (31) T. Yokobori, M. Ohashi, M. Ichikawa; Rep. Res. Inst., Ste. Frac. Mat. Tohoku Univ., 1, 2 (Dec. 1965) 466 Y. F. Cheng; Intern. J. Frac. Mech., 7 (1971) 119
- (32) M. Ohashi, M. Ichikawa, T. Yokobori; 全工誌, 44 467 M. L. Williams; J. Appl. Mech., 24 (Sept. 1957) 361
- (33) 横張武夫, 魚住幹夫, 市川昌弘; 材料強度学会誌, 6, 2 (1971) 39 468 R. J. Hadtrandt, G. C. Sih; NASA Grant NGR-59-007-025 TR-3 (Feb. 1968); J. Math. Mech., 19 (1969) 123
- (34) T. Yokobori; Intern. Sympos. Frac. Mech., Kiskadee, Sweden, (Aug. 1967) 179 469 宮本博; 鋼構造協会講習会テキスト (Dec. 9, 1971) 113
- (35) 渡路要夫, 亀井浅道; 才15回材料研究連合講演会 (Sept. 1971) 35 460 石田誠; 材料学会関西支部講習会 (Nov. 1971) 42
- (36) A. S. Kobayashi, D. E. Maiden, B. J. Simon, S. Iida; Naval Res. Cont. Noua-477 (39), NR 064 478, TR5 (Oct. 1958) 461 石田誠; 航空宇宙学会誌, 17, 185 (June 1969) 236
- (37) R. H. Gallagher; IUTAM Sympos., Liege (1970) 462 石田誠; 機誌, 72, 600 (Jan. 1969) 75
- (38) 三好俊郎, 宮本博; 機学講演, 700-2 (Apr. 1970) 77 463 宮本博; 精密機械, 32, 11 (Nov. 1966) 786
- (39) 福岡収一, 北川要夫; 永発表 464 北川要夫; 自動車技術協会講習会 (July 1971) 付録
- (40) 北川要夫, 黒田道生; 永発表 465 N. I. Muskhelishvili; Singular Integral Equations, (英訳 1958) Noordhoff
- (41) 山本孝之, 徳田通明; 造船学会論, 130 (1971) 241 466 石田誠; 応用力学, 5, 30-31 (Dec. 1952) 131
- (42) J. R. Dixon, L. P. Park; Nature, 224, 5215 (Oct. 1969) 166 467 石田誠; 機論, 21, 107-I, (1955) 507 & 514
- (43) V. B. Watwood, Jr.; Nuclear Engg. Design, 11, 2 (1969) 323 468 西谷弘信; 機誌, 70-580 (May 1967) 627
- (44) 宮本博, 三好俊郎, 松本優; 機講演, 710-10 (Oct. 1971) 17 469 P. Priestner, N. Lomax; Acta Met., 11 (1963) 195
- (45) 矢川元基, 守藤良夫; 機講演, 710-7 (June 1971) 139 460 J. F. Loebbe, G. C. Sih; Trans. ASME, E, 34 (March 1967) 240
- (46) D. O. Harris; Trans. ASME, D, 89 (March 1967) 49 461 J. R. Rice, G. C. Sih; Trans. ASME, E, 32, 2 (June 1965) 418
- 462 F. Erdogan; Trans. ASME, E, 30 (June 1963) 232
- 463 E. J. Brown, F. Erdogan; Intern. J. Frac. Mech., 6 (1968) 517

(92) 村上 (未発表)

(95) F. Erdogan, J. J. Kibler; *Intern. J. Frac. Mech.*,
5, 3 (Sept. 1969) 229

(96) E. S. Folias; *Intern. J. Frac. Mech.*, 6, 3 (Sept. 1970)
257 陽には与えられず、 σ_{θ} 。

(97) M. Creager, R. C. Paris; *Intern. J. Frac. Mech.*, 3,
4 (Dec. 1967) 247

(98) D. D. Ang, E. S. Folias, M. L. Williams; *J. Appl.
Mech.*, 30 (June 1963) 245 陽には与えられず、 σ_{θ} 。

(99) R. J. Hurtmanft, G. C. Sih; *J. Math. Phys.*, 47
(1968) 276

(99) G. C. Sih; NASA Grant NG-R-39-007-025,
TR-6 (Apr. 1969)

(91) M. K. Kassir, G. C. Sih; *Trans. ASME, E*, 33
(Sept. 1966) 601

(92) T. Yokobori, M. Ichikawa, M. Ohashi; *Rep. Res.
Inst. Sta. Frac. Mat. Tohoku Univ.*, 1, 2 (Dec. 1965) 69

(93) M. Ohashi, M. Ichikawa, T. Yokobori; *全工誌*, 79

(94) 3裂の弾塑性解析と弾塑性 SIF については多くの
研究があり、今回は前著については省略し、後者の例を
示す。

J. R. Rice; *Fracture*, 2 (1968) Academic Press, 191
P. D. Hilton, J. W. Hutchinson; *Reprint SM-34*
(May 1969) Harvard Univ.

横塚武夫, 市川昌弘; *材料強度学会誌*, 4, 1-2
(July 1969) 1

(95) R. P. Hubbard; *Trans. ASME, D*, 91, 4 (Dec. 1969) 625

(96) E. E. Burdister; *Intern. J. Frac. Mech.*, 5, 1 (March
1969) 17

(97) W. F. Brown, Jr., J. E. Srawley; *ASTM STP 410*
(Dec. 1967)

(98) G. R. Irwin, J. A. Kies; *Weld. J.*, 33 (Apr. 1954) 123-5

(99) J. D. Lubahn; *Proc. ASTM*, 59 (1959) 885

(99) J. E. Srawley, M. H. Jones, B. Gross; *NASA TN D-*
2396 (Aug. 1964)

(91) G. R. Irwin; *Appl. Mat. Res.*, 3, 2 (Apr. 1966) 65

(92) G. R. Irwin, J. M. Kraft, R. C. Paris, A. A. Wells;
NRL Report 6598 (Nov. 1967)

(93) W. F. Brown, Jr., J. E. Srawley; *ASTM STP 410* (Dec. 1967)

(94) 三村宏; 造船学会、破壊力学と溶接力学シンポジウム
(Nov. 1971) 16

(95) 越賢房夫; *全工*, 1

(96) 金沢武, 越賢房夫; *機講演*, 710-7 (June 1971) 129

(97) 金沢武, 三村宏, 田村達, 岩田隆司, 萩原行人;
造船論, 129 (June 1971) 237

(98) F. Kashiwa, J. Tanaka, Y. Kurita; *I. I. W. Annual
Assembly, Stockholm* (1971) Doc. X-625-71

(99) D. S. Dugdale; *J. Mech. Phys. Solids*, 8 (1960) 100

(100) B. A. Bilby, A. H. Cottrell, K. H. Swinden; *Proc.
Roy. Soc., London, A* 272 (1963) 304

(101) B. A. Bilby, A. H. Cottrell, E. Smith, K. H. Swinden;
Proc. Roy. Soc., London, A 279 (1964) 1

(102) A. A. Wells; *Proc. Crack Prop. Symp., Cranfield*,
1961, 1 (1962) College of Aeron., Cranfield, 210

(103) 金沢武; *機学 215 回講習会教材*, (June 1964)

(104) D. Nais, J. Lott; *T & A. M. Reprint*, 314
(Feb. 1968) Univ. Illinois

(105) 北川英夫; 材料学会、疲れにおける最近の諸問題
シンポジウム (Nov. 1971) 13

(106) 北川英夫; 自動車技術会講習会 (July 1971) 65

(107) J. A. Farnley, J. C. McMillan, R. P. Wei;
Boeing Commercial Aircraft Div. Document,
DB-60114 (1969)

(108) D. R. Donaldson, W. E. Anderson; *Proc. Crack
Prop. Symp., Cranfield* (1962) 275

(109) S. R. Swanson, F. Cicci, W. Hoppe; *ASTM STP*
415 (1967) 212

(110) R. C. Paris; *ASME paper*, 62-MET-3, (1962)

(111) R. C. Paris, F. Erdogan; *Trans. ASME, D*, 85, 4
(1963) 528

(112) 鈴木 忠, 永田雅一, 清水真佐男, 秘田孝, 白倉栄一;
材料連合 (1970) 107 ?

- (113) H.F. Roberts, L.E. Culver, D.J. Burns; *J. Strain Analysis*, 3, 3 (1968) 193
- (114) S. Iida, A.S. Kobayashi; *Trans. ASME, D*, 91, 4 (Dec. 1969) 762
- (115) T. Yokobori, T. Kawasaki, S. Nakanishi, M. Kawagishi; 東北木材強研報告, 5, 1 (Nov. 1969) 25
- (116) C.M. Carman, J.M. Katlin; *Trans. ASME, D*, 88 (Dec. 1966) 792
- (117) 曾山義郎, 萩山博之, 多田信彦; 材料学会総会. (May 1970) 113
- (118) 北川英夫, 三角正明; 機講論, 710-7 (June 1971) 17
- (119) T.R. Gurney; *Welding Inst. Res. Rep.*, E 18/2/68 (1968)
- (120) 北川英夫, 福田収一, 西山晟人; 機講論, 710-7 (June 1971) 1
- (121) 岸本秀弘, 吉村運彦; 機学破壊力学研究会資料 (May 1971)
- (122) R.H. Christensen, M.B. Harmon; *ASTM STP* 415 (1967) 5
- (123) 北川英夫; 材料学会関西支部 "破壊の力学とその応用" 講習会. (Nov. 1971) 93
- (124) 永井欣一; 材料学会 疲れにおける最近の諸問題 シンポジウム (Nov. 1971) 21
- (125) 北川英夫, 福田収一; 自動車技術会講習会 (July 1971) 105
- (126) C.A. Stubbington, P.J.E. Forsyth; *Metallurgia*, 74, 7 (July 1966) 15
- (127) 北川英夫; 機講論, 710-7 (June 1971) 81
- (128) 北川英夫, 三角正明; 機学関西支部 227回講演 (Nov. 1971) 67
- (129) R.G. Forman, V.E. Kearney, R.M. Engle; *Trans. ASME, D*, 89 (Sept. 1967) 457
- (130) R. Roberts, F. Erdogan; *Trans. ASME, D*, 85 (Dec. 1967) 885
- (131) 石田誠, 寺田博之, 三木本茂夫, 浜口泰正, 角田義秋; 機講論, 213 (Oct. 1969) 89
- (132) L.A. James; 未発表 (Met. Trans. に発表予定)
- (133) K. Walker; *ASTM STP* 462 (1970) 1
- (134) 長谷川光彦, 川田龍一; 機学関西支部 227回講演 (Nov. 1971) 73
- (135) J.P. Gallagher, R.P. Wei; *Proc. Intern. Conf. on Corr. Fat.* (1972)
- (136) P.C. Paris; personal information
- (137) 安藤司文; 才14回 材研連会 (Sept. 1970) 9
- (138) 北川英夫; 才21回 材研連会 (Oct. 1971) 139
- (139) M.O. Speidel, M.J. Blackburn, T.R. Beck, J.A. Feehey; *Proc. Intern. Conf. Corr. Fat.* (1972)
- (140) H.H. Johnson, A.M. Willner; *Appl. Mat. Res.* (Jan. 1965) 34
- (141) J.P. Gallagher, G.M. Sinclair; *Trans. ASME, D*, 91, 4 (1969) 598
- (142) C.D. Beachem, B.F. Brown; *ASTM STP* 425 (1966) 31
- (143) M.H. Peterson, B.F. Brown, R.L. Newbegin, R.F. Groover; *Corrosion*, 23, 142 (1967) 162
- (144) 中沢一; 材料学会関西支部 "破壊の力学" 講習会 (Nov. 1971) 60
- (145) R.P. Wei; *Engg. Frac. Mech.*, 1, 4 (1970) 633
- (146) R.P. Wei, J.D. Landes; *Mat. Res. Stand.*, 9, 7 (1969) 25
- (147) S.M. Wiederhorn; *J. Am. Ceramic Soc.*, 50, 8 (Aug. 1967) 407
- (148) S.M. Wiederhorn, L.H. Balz; *J. Am. Ceramic Soc.*, 53, 10 (Oct. 1970) 543
- (149) S.M. Wiederhorn; *Proc. Intern. Conf. Corr. Fat.* (1972)
- (150) R.W. Hertzberg, P.C. Paris; *Proc. 1st Intern. Conf. Fracture, Sendai 1* (1965) 457
- (151) W.A. Spitzig, G.E. Pellissier, C.D. Beachem, A.J. Brothers, M. Hill, W.R. Warkes; *ASTM STP* 436 (1968)

- (52) J. M. Krafft ; *Appl. Mat. Res.*, 3 (1964) 88
- (53) 岡村弘元 ; 高圧力, 8, 2 (1970) 1924
- (54) 北川英夫、岡村弘元、魚住潤二、福田収一 ; 機論 30-12 (Oct. 1970) 25
- (55) S. T. Rolfe, S. R. Novak ; *ASTM STP 463* (1970) 124
- (56) 木島茂 ; 防食技術 20, 11/12 (Dec. 1971) 489
- (57) E. E. Beahm, C. D. Beachem ; *Fracture*, 1 (1968) Academic Press, 244
- (58) H. Kitagawa, T. Matsumoto ; *Proc. 1st Intern. Conf. Beh. Mat.* Kyoto (1970)
- (59) F. A. McClintock ; *ASTM STP 415* (1967) 170 (Jan. 1972)
- (60) C. F. Tiffany, J. N. Masters ; *ASTM STP 381* (1965) 269
- (61) J. P. Gallagher ; *PHD Thesis, Univ. Illinois* (1968)
- (62) E. A. Steigerwald, G. L. Hanna ; *Proc. ASTM 62* (1962) 885
- (63) B. F. Brown ; *Mat. Res. Stand.*, 6, 3 (March 1966) 129
- (64) T. W. Crooker, E. A. Lange ; *ASTM STP 462* (1970) 258