

ランダムなクラックを含む石膏供試体の強度・変形特性

埼玉大学 正員 小野孝造, O正員 小田匡寛, 石井俊明

1. まえがき 岩石や岩盤のような材料はたとえば結晶粒界, インクルージョン, 節理, 断層などのような各種のクラックあるいは弱面の存在によって特徴づけられる。このような材料の力学特性の解明は構成している素材そのものの力学的性質のみならず, クラック特性(クラックの平均長さ, $2C$; クラック数, n ; クラック面上のマサフ係数, μ ; クラックの幾何学的配置)を考慮することによってのみ可能である。このような観点に立つた多くの研究にもかかわらず, 材料の力学特性によえるクラック特性の影響を定量的に評価する実験式・理論式が確立されているとはいえない。本研究の目的は, (1) 異な, た $n, 2C$ を持つ約90個の石膏供試体の一軸圧縮試験結果と, (2) 材料の強度・変形特性によえる n や $2C$ の影響を最もよい近似で評価する理論式を示すことにある。

2. 供試体作製及び実験方法 今回は図-1に示すような二次元モデルについて実験的・理論的検討を行なった。実験方法は次の通りである。(1) $25 \times 12.5 \times 7.5$ cmの石膏供試体中にクラックをそう入する位置を n 点無作為に選び, その各点でそう入するクラックの方向(β_i)を乱数表で決定する。(2) 水-石膏の重量比を $3/5$ とし, よく攪拌した混合液を $25 \times 12.5 \times 7.5$ cmの直方体モールドに流し込む。先に決定した位置に, グリースを薄く塗付した絵ハガキ(厚さ $= 0.2 \sim 0.3$ mm)をそう入する。ここでは石膏と絵ハガキとの境界を閉じたクラックがあるいは厚さ 0.25 mmの弱面とみなす。(3) 温度 50°C , 湿度 38% の恒温恒湿槽内で1週間養生し, 図-1に示すような供試体を得る。なおクラックを含まない供試体の強度 $\sigma(0,0)$, 半強度の接線変形係数 $E(0,0)$ はそれぞれ 156 kg/cm^2 , $5.45 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ である。またクラック面上の粘着力, マサフ係数はそれぞれ $0, 0.3$ である。実験は $2C$ を一定に保ち ($2C = 10$ cm), n を変化させる系列 ($n = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80, 100$) と, n を一定とし ($n = 20$), $2C$ を変化させる系列 ($2C = 0, 1, 2, 3, 4, 5.5$ cm) とからなる。ここでは便宜上長さ $2C$ のクラックを n 本無作為に配置した供試体を ($n, 2C$) 供試体と呼ぶ。($n, 2C$) 供試体の強度及び半強度の変形係数をそれぞれ $\sigma(n, 2C)$, $E(n, 2C)$ で示す。また石膏供試体には人工的にそう入したクラックと石膏自体に含まれている微視的クラック・空隙とが区別される。後者を一般してマイクロクラックと呼び, 前者の ($n, 2C$) クラックと区別する。

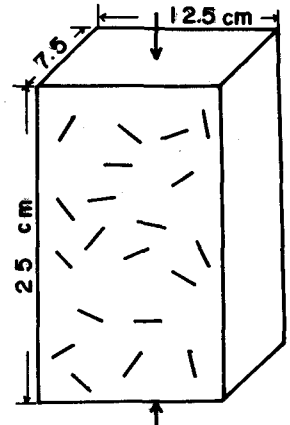


Fig.1 Gypsum plaster test specimen.

3. 実験結果 応力-変形関係は図-2に示す様に岩石の一軸圧縮試験で得られるものと比較的に似ている。最終強度に達した供試体のき裂は播状況は次の3つのタイプに分類できる。(1) 縦方向のき裂が供試体全体に進行し, 板を縦に重ね合わせた状態で破壊する(図-3-1)。(2) 微視的き裂があるゾーンに集積して巨視的な弱面を形成し, この弱面上でさべり破壊する(図-3-2)。(3) き裂の広播で供試体は小さなブロックに分割され, 粘性のない砂のように抵抗を失う(図-3-3)。

問題の供試体の全体積 (V) 中で, $(n, 2c)$ クラックの1つが平均的に専有する体積 (v) は $v = l^2 \times t$ で与えられる (図-4)。そこでそう入した $(n, 2c)$ クラックのクラック密度 ρ を次式で定義する。

$$\rho = 2C/l = 2C\sqrt{nt/V} \quad \dots (1)$$

$(n, 2c)$ 供試体の一軸圧縮試験結果を $\sigma(n, 2c) / \sigma(0, 0)$ 及び $E(n, 2c) / E(0, 0)$ と ρ との相関々係として図-5, 図-6 に示す。

4 考察 図-1 に示した $(n, 2c)$ 供試体を弾性体と見せば, 一軸圧縮応力 (σ) 下で供試体に貯えられる全弾性歪エネルギー W は 3 成分に分割して考えることができる^{5), 6)}。

$$W = W_s + W_{(n, 2c)} + W_{(micro)} \quad \dots (2)$$

ここで W_s はクラックを全然含まない場合に材料中に貯えられるであろう弾性歪エネルギー ($\frac{1}{2} E \sigma^2 \times V$) で, $W(n, 2c)$ 及び $W(micro)$ はそれぞれ $(n, 2c)$

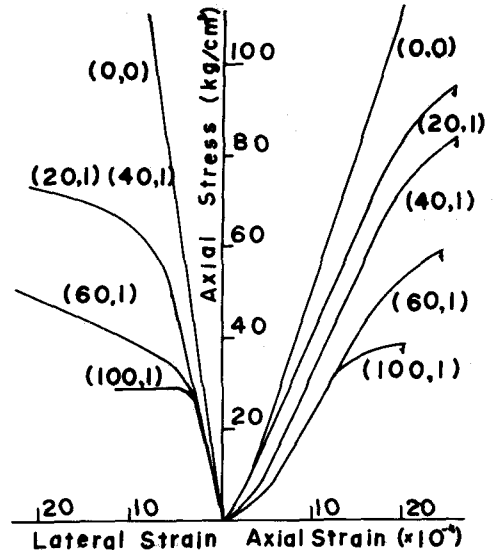


Fig.2 Stress-strain relations for jointed gypsum plaster specimens in compression

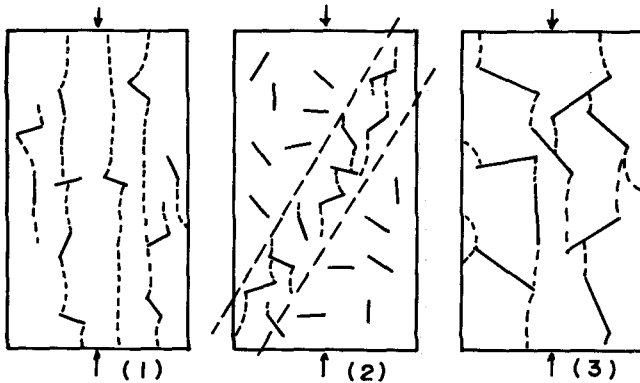


Fig.3 Fracture mode of jointed plaster

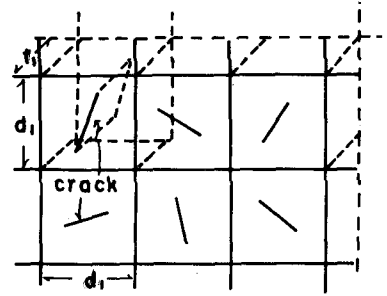


Fig.4 Determination of mean element volumes per one crack

クラック, マイクロクラックの存在により附加的に貯えられるものである。クラックは相互に独立で他のクラックとの応力あるいは歪干渉の影響を無視すれば, $W(n, 2c)$, $W(micro)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} W_{(n, 2c)} &= k n (2C)^2 \times \sigma_1^2 \\ W_{(micro)} &= k_1 n_1 (2C_1)^2 \times \sigma_1^2 \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

たとえば楕円形状をした開いたクラックの場合や閉いたクラックの場合の k 値は $Walsch$ ^{5), 6)} によって次式で与えられている。

$$\left. \begin{aligned} k_{(open\ crack)} &= \frac{\pi}{12 E} \\ k_{(closed\ crack)} &= \frac{\pi}{60 E} \left[\frac{2 + 3\mu^2 + 2\mu^4}{(1 + \mu^2)^{3/2}} - 2\mu \right] \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

破壊応力 $\sigma(n, 2c)$ まで供試体は弾性体と見せるならば、両クラックにより附加的に貯えられる単位体積あたりの歪エネルギー W_{eff} は次式で与えられる。(W_{eff} を便宜上有効歪エネルギーと呼ぶ)

$$W_{eff} = \left\{ \frac{n(2c)^2 \pm k_1 n(2c) \pm k_2}{V} \right\} \sigma_{(n, 2c)}^2 \dots (5)$$

有効エネルギーがある一定値に達した時材料は破壊するものと仮定し、 $(0, 0)$ 及び $(n_0, 2c_0)$ 供試体の圧縮強度 $\sigma(0, 0)$ $\sigma(n_0, 2c_0)$ を基準にとれば (5) 式から次式を得る。

$$\left\{ \frac{\sigma_{(n, 2c)}}{\sigma_{(0, 0)}} \right\}^2 = \frac{I_1}{n(2c)^2 + I_1} \dots (6)$$

$$\text{ただし, } I_1 = \frac{n_0(2c_0)^2 \sigma_{(n_0, 2c_0)}^2}{\sigma_{(0, 0)}^2 - \sigma_{(n_0, 2c_0)}^2}$$

(1) 式を (6) 式に代入すれば次式となる。

$$\left\{ \frac{\sigma_{(n, 2c)}}{\sigma_{(0, 0)}} \right\}^2 = \frac{I_2}{\rho^2 + I_2} \dots (7)$$

$$I_2 = \frac{I_1 \times \pi}{V}$$

$\sigma(0, 0)$ と (50.1) 供試体の平均強度 $\sigma(50.1)$ を基準にとれば、 $I_2 = 0.0542$ となる。図-5 には $I_2 = 0.0542$ とする理論曲線 (7) 式が示されている。 $\rho \leq 1$ の場合、実験値と理論曲線は良い一致を示すことが注目される。

図-7 の直線 OA , OB をそれぞれ $(0, 0)$ 及び $(n, 2c)$ 供試体の応力-歪図とし、それぞれの弾性係数を $E(0, 0)$, $E(n, 2c)$ とすれば、 $\triangle OAC$ 及び $\triangle OBD$ の面積はそれぞれ供試体の単位体積あたりの全弾性歪エネルギーに相当する。

$OA \parallel BE$ とすれば、 $\triangle OBE$ の面積は $(n, 2c)$ クラックにより附加的に貯えられる有効歪エネルギー ($W(n, 2c)$) に等しく、(3) 式を参考にすれば次式を得る。

$$W(n, 2c) = \frac{1}{2} (E_{(n, 2c)} - E_{(0, 0)}) \sigma_{(n, 2c)}^2 = k n(2c)^2 \pm \sigma_{(n, 2c)}^2 V^{-1} \dots (8)$$

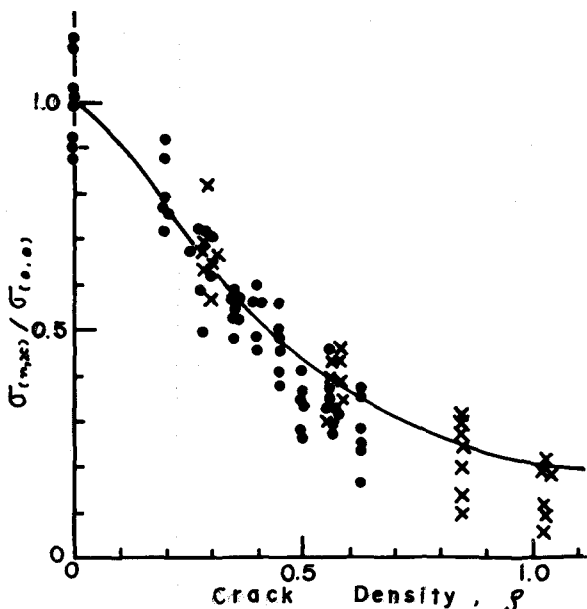


Fig. 5 Relation between $\sigma_{(n, 2c)}/\sigma_{(0, 0)}$ and ρ

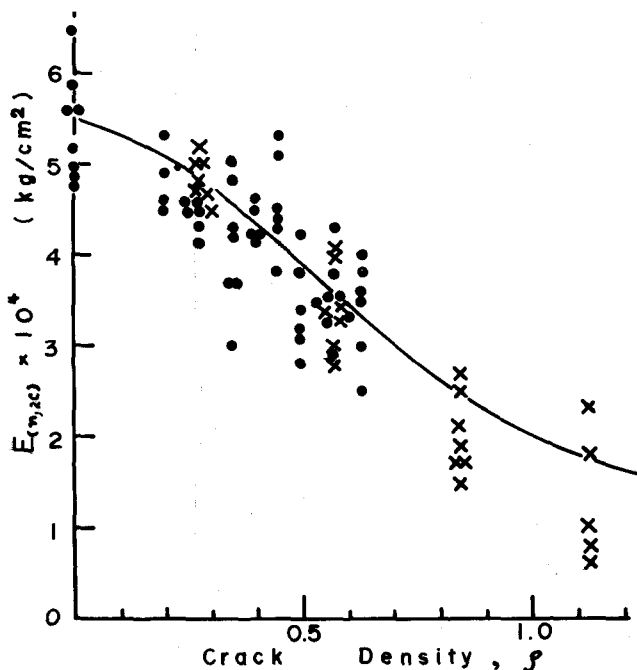


Fig. 6 Relation between $E_{(n, 2c)}/E_{(0, 0)}$ and ρ

(5)式と(8)式から次式を得る。

$$\left\{ \frac{\sigma_{(n,2c)}}{\sigma_{(0,0)}} \right\}^2 = \frac{1}{1 + I_3 \left\{ \frac{1 - E_{(n,2c)}/E_{(0,0)}}{E_{(n,2c)}/E_{(0,0)}} \right\}} \quad \dots (9)$$

$$I_3 = \frac{V}{2k_1 \pi_1 (2c)^2 \epsilon_1 E_{(0,0)}}$$

図-8の曲線は $I_3=5, 10, 20$ とする(9)式を示しているが、実験値は理論曲線の示す傾向ともよく一致している。

(8)式に(1)式を代入(整理すれば次式を得る。

$$E_{(n,2c)} = I_4 \rho^4 + E_{(0,0)} \quad \dots (10)$$

図-6には $I_4 = 0.3 \times 10^{-4}$ とした(10)式を示している。クラック密度の大きい範囲を除けば実験値は理論曲線の示す傾向と一致している。

5. まとめ 有効歪エネルギー W_{eff} の計算にあたっては、次のような基本的仮定が満足されていることも前提条件とする。すなわち、(1)クラック密度が十分小さくクラック相互の応力あるいは歪干渉がないこと、(2)破壊直前まで供試体は線型の弾性挙動をすること。石膏供試体においては、これらの仮定はかならずしも十分に満足されているとはいえないので、(7)、(9)、(10)式は近似式と見なすべきであろう。(しかし上述の理論式はクラック密度の小さい供試体の一軸圧縮試験結果の傾向と十分に精度で一致するので、有効歪エネルギーに基脚した破壊強度論は今後大いに検討されるべきものである。

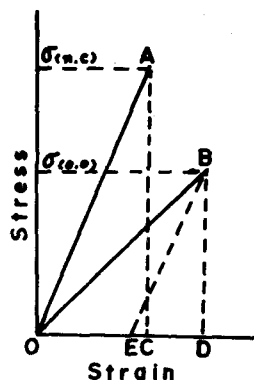


Fig. 7 Stress-strain relations

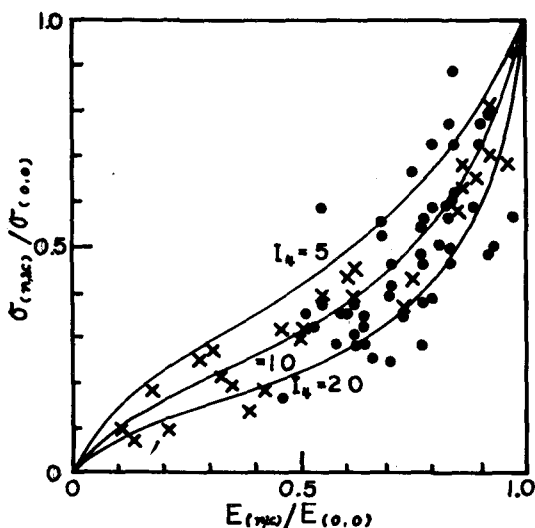


Fig. 8 Relation between $\sigma_{(n,2c)}/\sigma_{(0,0)}$ and $E_{(n,2c)}/E_{(0,0)}$

参考文献

- (1) 小林昭 - (1971), 圧縮によるせん断性き裂の発生と伝播, 材料, Vol. 20, NO. 209, PP. 164-173
- (2) 林 正夫, (1965), 不連続節理面の強度特性, 技術研究所報告 (電力中央研究所), NO. 65052
- (3) Brace, W. F., (1964), Brittle Fracture of Rock, State of Stress in the Earth's Crust, PP. 110-178
- (4) Bieniawski, Z. T., (1967), Mechanism of Brittle Fracture of Rock, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Vol. 4, PP. 395-406
- (5) Walsh, J. B., (1965), The Effect of Cracks on the Compressibility of Rock, J. G. R., Vol. 70, No. 2
- (6) ——— (1965), The Effect of Cracks on the Uniaxial Elastic Compression of Rocks, J. G. R., Vol. 70, No. 2
- (7) Jaeger, J. C. and Cook, N. G. W., (1969), Fundamentals of Rock Mechanics, Methuen, PP. 310-334
- (8) Wiebols, G. A. and Cook, N. G. W., (1968), An Energy Criterion for the Strength of Rock in Polyaxial Compression, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Vol. 5, PP. 529-539

Strength and deformation characteristics of gypsum
plaster specimen jointed at random

By Toru Onodera
Masanobu Oda
Toshiaki Ishii

(Department of Geotechnology,
School of Science & Engineering,
Saitama University)

It is generally accepted that the mechanical properties of rocks and jointed rock masses are determined not only by the constituent substance without cracks but also by the presence of mechanical discontinuity such as grain boundary, inclusion, joint and fault. With few exception, there has been almostly no experimental and theoretical studies that considered quantitatively the influences of crack density and geometrical crack distribution on the mechanical properties of rock-like materials.

When the specimen including cracks is subjected to a uniaxial stress, a unit volume of such materials stores elastic strain energy, which can be divided into two parts, i.e., (1) the strain energy which would be stored in the absence of any cracks, and (2) additional strain energy due to the existence of cracks.

The latter energy can be calculated on the assumptions that the stress or strain interference among cracks has negligibly small effect on the mechanical properties, and that the materials subjected to uniaxial stress is deformed elastically up to the fracture strength. If it can be assumed that failure occurs when the additional strain energy due to crack reaches a limiting value, we can deduce the following equations to define the relations between strength ratio $\sigma_{(n,2c)} / \sigma_{(o,o)}$, deformation modulus ratio $E_{(n,2c)} / E_{(o,o)}$, and crack density f ,

$$\left\{ \frac{\sigma_{(n,2c)}}{\sigma_{(o,o)}} \right\}^2 = \frac{I_2}{f^2 + I_2} \quad \text{----- (7)}$$

$$\left\{ \frac{\sigma_{(n,2c)}}{\sigma_{(o,o)}} \right\}^2 = \frac{1}{1 + I_3 \left\{ \frac{1 - E_{(n,2c)}/E_{(o,o)}}{E_{(n,2c)}/E_{(o,o)}} \right\}} \quad \text{----- (9)}$$

and
$$E_{(n,2c)}^{-1} = I_4 f^2 + E_{(o,o)}^{-1} \quad \text{----- (10)}$$

where $\sigma_{(n,2c)}$, $E_{(n,2c)}$ = the ultimate uniaxial strength and the secant deformation modulus of jointed specimens.

$\sigma_{(o,o)}$, $E_{(o,o)}$ = the ultimate uniaxial strength and the secant deformation modulus of jointless specimens,

and I_1, I_2, I_4 = material constants.

It was also made clear that these theoretical equations successfully fit with the experimental data obtained from the uniaxial compression tests of jointed gypsum plaster specimens.