

複数個の併設圧力トンネル周辺の応力および変形状態

京都大学・工学部・平島健一

京都大学・工学部 丹羽義次

1. まえがき

圧力トンネル周辺の岩盤の安定性は各種の因子によって影響を受けるものである。例えば、岩盤の強度特性、変形能、亀裂性状などの力学的諸特性、あるいは地山のかぶり、地表面の傾斜度、圧力トンネルの形状およびその配列状態などの幾何学的状態とその影響因子として列挙することはできる。これらの影響因子のうち、等方性の弾性無限板内に設けた二個の円形圧力トンネル周辺の応力状態については、現在までに幾人かの研究者により解析、考察がなされている。例えば、双極座標系を用いたスズ¹⁾、沢田²⁾、鶴戸口³⁾および宮尾、岩城⁴⁾の理論的研究、光輝性法による川本⁵⁾の実験的考察、さらに Förster und Döring^{6), 7)}の理論的考察などである。

この論文では、岩盤を等方性ならびに異方性の弾性無限体ととし、二つの複数個の平行して設けた圧力トンネルの接近による相互干渉を明確にするために、トンネル周辺の応力ならびに変形状態を理論的に求めたものである。理論計算の方法は先に発表した著者らの論文⁸⁾にもとずいて行なった。

2 解法の精度

理論計算の方法は複素変数法と選点法 (Point-Matching) とを組み合わせた連続的近似法であり、その詳細については先に発表した論文⁸⁾にゆずり、ここでは解析結果の精度を検討しよう。文献(8)でも等方性板内の二個あるいは三個の等円孔周囲の応力値ならびに特殊な直交異方性板内の二楕円孔周囲の応力値について従来の計算結果と比較し、この方法の精度について検証を行なったが、ここでは内圧が作用する場合について検討してみる。

Förster und Döring は Fig. 1 に示すような二個の等円孔を等方性板内に設けた場合に、片側の円孔周囲に内圧を作用させ、各々の孔縁の応力値を Muskhelishvili の複素変数法と選点法とを組み合わせて求めている。その結果と著者らの同一条件のもとでの計算結果と比較したものが Table 1 である。著者らの計算では選点とし $\Delta\theta = 2.5^\circ$ の等角隔に設け、繰

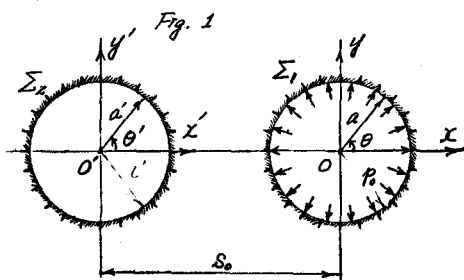


Table 1. $a=a'$, $S_0/2a=1.50$

$\theta = \theta'$	stress σ_θ around Σ_1			stress σ_θ around Σ_2		
	Förster & Döring	$\Delta\theta = 2.5^\circ$ $m=20$ $l=6$	$\Delta\theta = 2.5^\circ$ $m=20$ $l=4$	Förster & Döring	$\Delta\theta = 2.5^\circ$ $m=20$ $l=6$	$\Delta\theta = 2.5^\circ$ $m=20$ $l=4$
0°	0.994	0.994	0.995	1.110	1.108	1.096
15°	0.995	0.996	0.996	0.722	0.721	0.716
30°	1.000	1.000	1.000	-0.003	-0.002	0.005
45°	1.009	1.009	1.009	-0.481	-0.480	-0.472
60°	1.025	1.025	1.025	-0.609	-0.608	-0.601
75°	1.051	1.051	1.050	-0.522	-0.522	-0.517
90°	1.092	1.092	1.090	-0.353	-0.353	-0.350
105°	1.152	1.152	1.150	-0.174	-0.174	-0.172
120°	1.225	1.224	1.221	-0.017	-0.017	-0.017
135°	1.268	1.268	1.264	0.106	0.106	0.106
150°	1.190	1.189	1.187	0.192	0.192	0.192
165°	0.943	0.943	0.945	0.244	0.244	0.243
180°	0.777	0.778	0.782	0.260	0.261	0.260

返し回数として4回および6回とした結果を同一表内に併記した。この結果より著者らの計算値のうち、繰返し回数として6としたものは Förster und Döring のそれとほとんど全く一致していることがよくわかる。なお、Förster und Döring の結果はこの表に示した $S_0/2a = 1.50$ の場合以上に円孔が接近するものについては計算がなされていない。

3. 数値計算例

以下の計算では一方の孔縁にのみ静水圧 p_0 が作用する場合とし、あげることとするが、二個の等円孔の場合には得られた結果を重ね合せることにより、両方の孔縁に静水圧 p_0 が作用する場合の結果が比較的簡単に求めらる。

まず、等方性板内に二個の等円孔が存在する場合の両方の円孔縁の応力および変形分布を $S_{y/2a}$ とパラメータとして図示したものが Fig. 2 である。Fig. 2(a), (b) は Fig. 1 の右側の円孔に相当する孔縁での接線方向応力 σ_θ および変形 U_r, U_θ の分布であり、

Fig. 2(c), (d) は内圧の作用しない孔縁 Σ_2 での $\sigma_\theta', U_r', U_\theta'$ の分布図である。図中の変形は x, x' 軸より上下半分のみが示されておるが、 U_r, U_r' については x, x' 軸に対して対称、 U_θ, U_θ' についてはこれらの軸に対して反対称の分布となる。

つぎに、直交異方性板内に二個の等円孔が存在する場合の例として、円孔間隔距離のパラメータ $S_{y/2a} = 1.20$ の場合の応力、変形分布と展開図として示したものの一例が Fig. 3(a) ~ (e) である。これは

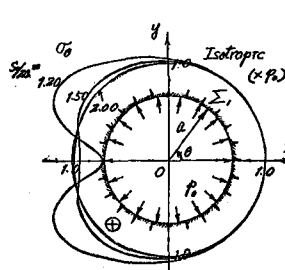


Fig. 2(a)

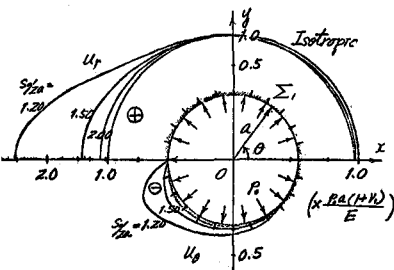


Fig. 2(b)

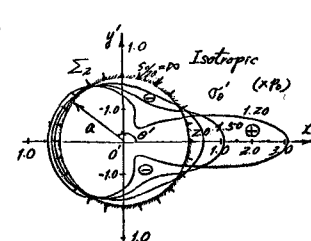


Fig. 2(c)

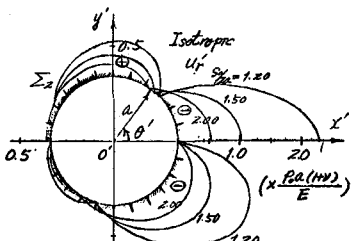


Fig. 2(d)

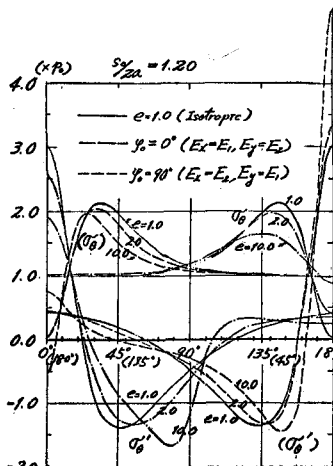


Fig. 3(a)

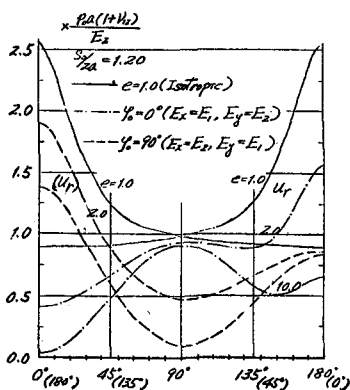


Fig. 3(b)

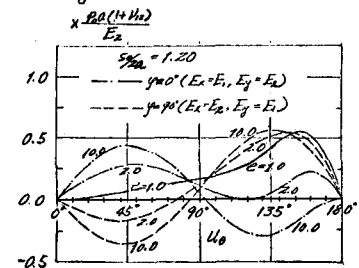


Fig. 3(c)

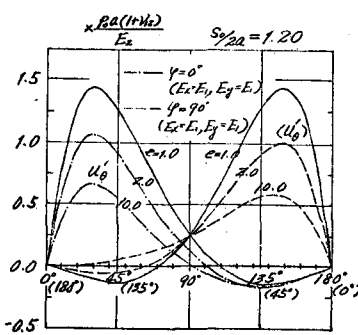


Fig. 3(d)

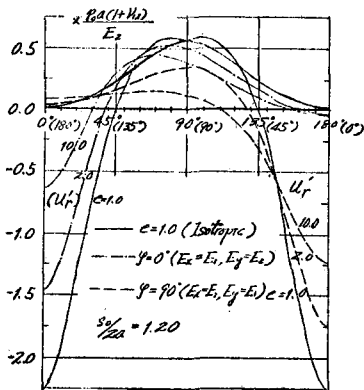


Fig. 3(e)

の図は直交異方性体の主弾性係数 E_1 および E_2 の比 c 、ならびに E_1 方向と x 軸とのなす角 φ とパラメータとして示されてゐる。異方性弾性係数比 $c = E_1/E_2$ 、および傾斜角 φ によって、応力、変形分布はかなり大きな変動を示すことが観察される。Fig. 3(a)~(c) は主弾性係数 E_1, E_2 の方向を座標系 (x, y) の方向と一致し、 $\varphi = 0^\circ$ or $\varphi = 90^\circ$ の場合であるが、 $\varphi = 45^\circ$ の傾きをもった場合の孔縁応力の分布を示すと Fig. 4 のようである。図にみる如く E_1 方向に直角な面に依り $\sigma_\theta, \sigma'_\theta$ は c の増加につれて顕著に増大する。

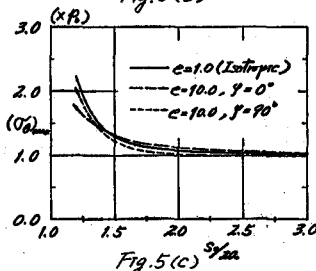
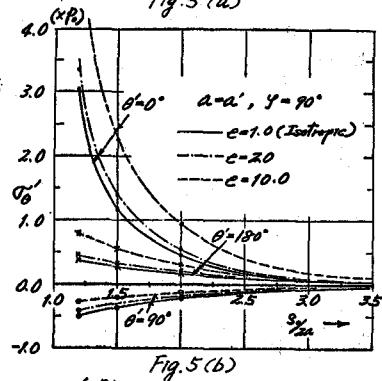
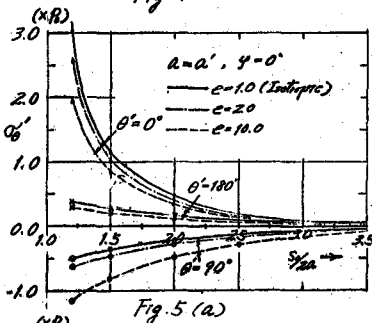
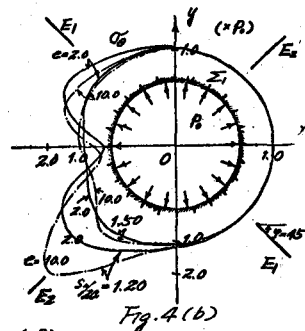
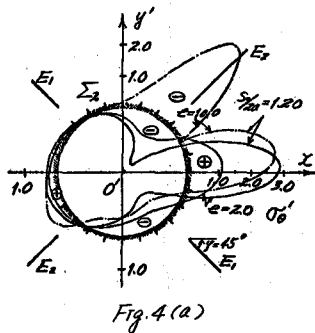


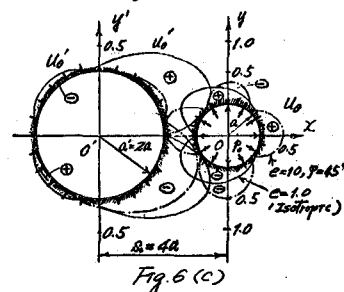
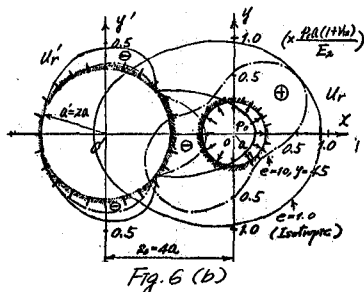
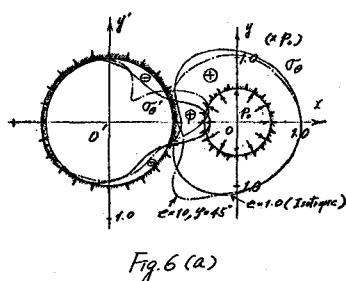
Fig. 5(a), (b) は $\varphi = 0^\circ$ および $\varphi = 90^\circ$ の場合の静水圧の作用してゐる左側の内孔縁 Σ_2 の $\theta' = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ の位置における σ'_θ の変化を、 $S/2a$ をパラメータとしてプロットしたものである。 $S/2a = 2.0$ 以上に二内孔が接近すると急激に応力集中率が増大することがわかる。Fig. 5(c) は静水圧 p_0 の作用した右側の内孔縁 Σ_1 の周縁応力 σ'_θ のうち、その最大値 $(\sigma'_\theta)_{max}$ と $c = 10, \varphi = 0^\circ, 90^\circ$ の場合について図示したものである。

以上の例では二個の等円孔の場合を対象として、 $c, \varphi, S/2a$ をパラメータにして孔縁における応力および変形を図示したが、二個の不等円孔の場合の一例を Fig. 6(a), (b), (c) に示す。

この例では $a' = 2a, S_0 = 4a$ (a は静水圧 p_0 の作用する右側の内孔半径) として、等方性 (i.e. $c = 1.0$) および直交異方性 (i.e. $c = 10, \varphi = 45^\circ$) の場合について両方の内孔縁の応力、変形分布を示してゐる。

これらの計算では直交異方性体の主せん断弾性係数 G_{12} が E_1, E_2 およびポアソン比 ν_{12} によって

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + 2\nu_{12}/E_1$$



で与えられるような異方性弾性体と対象としたが、弾性定数のとり方によって応力ならびに変形分布は非常に変化する。

ちなみに別な弾性定数と仮定して計算した二個の等円孔 ($S_0/2a = 1.20$) の周縁応力 $\sigma_\theta, \sigma_\theta'$ の分布を Fig. 7 に示す。これは次のように弾性定数と仮定して求めたものである。

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= 1.2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, & E_2 &= 0.6 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 \\ G_{12} &= 0.7 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2, & \nu_{12} &= 0.071 \end{aligned} \right\}$$

4. おわりに

等方性ならびに直交異方性の弾性無限板内に二個の円孔と

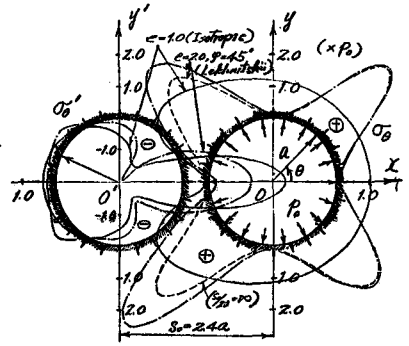


Fig. 7

設け、その片側に静水圧 p_0 が作用する場合の孔周縁における応力、変形の分布と離隔距離 S_0 、主弾性係数比 c および主弾性係数の傾き φ などパラメータとした計算結果のみを例示したが、三個以上の円孔あるいは楕円孔の場合ならびに三次元的な異方性弾性体とその主弾性方向が面外に傾斜する場合についても解析が可能であり、そちらの例については発表当日に示す。

参考文献

- 1) 久野重一郎：並列円形井における隔壁の強度，九州大学工学部彙報，第4巻6号（1929），pp. 309～315
- 2) 沢田正雄：二円孔に圧力と受ける平板の応力肉数に就いて，造船協会々報，第66号（1940），pp. 27～35
- 3) 鶴戸口英善：二円孔と有する平板の平面応力問題，応用数学力学，I-1（1947），pp. 14～28；I-2（1947），pp. 61～81
- 4) 宮尾嘉寿，岩城敏博：大小二円孔と有する無限板の応力，日本機械学会論文集，第36巻292号（1970），pp. 2041～2045
- 5) 川本脩三：双設圧力トンネルの応力状態について，第3回岩盤力学シンポジウム（1965），pp. 6～10
- 6) Förster, W. und T. Döring: Spannungen in der durch zwei Kreislöcher geschwächten Ebene bei Belastung eines Lochrandes, Bergakademie, 19, Heft 7 (1967), S. 389～395
- 7) Förster, W. und T. Döring: Über die gegenseitige Beeinflussung von zwei benachbarten Druckrohrleitungen sowie die notwendige Gebirgsüberdeckung, Felsmechanik und Ingenieurgeol., Suppl. IV (1968), S. 192～200
- 8) 丹羽義次，平島健一：複数個の円孔ならび楕円孔と有する異方性弾性板内の応力状態，土木学会論文報告集，第196号（1971-12），pp. 11～20

Stresses and Deformations around Two or More Pressure Tunnels
in Isotropic and Anisotropic Elastic Rock Masses

By Ken-ichi HIRASHIMA and Yoshiji NIWA

Dept. of Civil Engineering, Kyoto University

The stability of rock masses around a pressure tunnel is influenced by many factors i.e. overburden load, slope of ground surface and the shape of tunnel as well as mechanical characteristics such as strength, deformability and fissuration of the rock masses. For the two or more neighbouring pressure tunnels, the interactions by approaching of the tunnels should also be considered.

The distribution of stresses in isotropic plates with two equal circular holes has been solved by Kuno¹⁾, Sawada²⁾, Utoguchi³⁾, and Miyao and Iwaki⁴⁾ using the bipolar coordinates. Kawamoto⁵⁾ carried out the experimental investigation for an isotropic plate with two equal circular holes utilizing the photoelastic technique. And Förster and Döring^{6),7)} have recently obtained the approximate solution for an isotropic plate involving two equal circular holes using the complex variable method.

In this paper, the authors assumed that the rock with circular or elliptical tunnels is an homogeneous and anisotropic elastic body. The stresses and deformations in the neighbourhood of two or more parallel pressure tunnels have been studied by successive approximation⁸⁾ to be obtained by the point matching approach using the exact solution of anisotropic elastic body with an elliptical hole.