

粘弾性地山の初期応力推定法

神戸大学 ○正員 桜井春輔 学生員 森田正三

学生員 吉村佳映 学生員 梶 太郎

1. はしがき

ボアホール直径の経時の変化から、粘弾性地山内の初期応力を推定する方法がすでに提案されている。¹⁾ その考え方をいれれば、トンネル支保工の挙動から、よりマクロな地山の初期応力を推定することが可能である。支保工の変形挙動は地山の初期応力、その力学的性質および支保工の剛性によって変化するものであり、したがって、地山の力学的性質および支保工の剛性が既知の場合は支保工の変形挙動から地山内の初期応力を推定することができる。ここでは、その推定方法について述べる。

2. 基礎方程式の誘導

2.1 トンネル周辺の地山の変位

図-1に示すように、 p , q なる初期応力の作用している地山に円形トンネルを掘削し、 t_0 時間後に支保工を施すものとする。この場合、支保工はくさびを介して地山と接しているものとする。支保工に作用する圧力は、時間と共に増加することになり、いま、Boltzmannの重ね合せの原理が成り立つものとするれば、くさびの位置における地山の変位 u_i^e (トンネル内側方向を正とする)は、支保工を施した時を基準にしてつぎのように表わされる。なお、ここで、支保工に作用する圧力は支保工に垂直であると仮定し、地山と支保工間のせん断力は無視する。

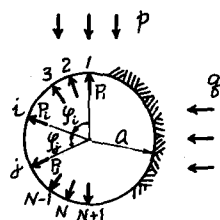


図-1

$$u_i^e = (C_{i1}p + C_{i2}q)\psi^*(t) - b_{ij} \int_{t_0}^t \psi(t-\tau) \frac{dP_j}{d\tau} d\tau \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

$$\text{ここで, } C_{i1} = \frac{a(k+1)}{4}(1 + 2\cos 2\varphi_i), \quad C_{i2} = \frac{a(k+1)}{4}(1 - 2\cos \varphi_i), \quad k = 3-4\nu$$

$$b_{ij} = \frac{1}{2\pi} \left\{ 4(1-\nu)\cos \varphi_j \cdot \log \left(\cot \frac{\varphi_j}{2} \right) + (1-2\nu)\pi \sin \varphi_j \right\}, \quad (i \neq j)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{\pi} \left\{ 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{3-4\nu}{2m-1} + \frac{1}{2m+1} \right) \frac{\sin 2m\alpha}{2m\alpha} \right\}, \quad (i=j) \quad (\alpha: \text{圧力の分布角})$$

$\psi^*(t)$, $\psi(t)$: クリープ関数, ここではつぎのように仮定する。

$$\psi^*(t) = \frac{e^{-t/\tau}}{2G^*}(1 - e^{-t/\tau}), \quad \psi(t) = \frac{1}{2G} + \frac{1}{2G^*}(1 - e^{-t/\tau}), \quad G: \text{せん断弾性係数}$$

G, G^*, τ : 地山の力学定数, なお、ポアソン比 ν は時間に無関係に一定とする。

2.2 支保工の変位

支保工を線構造物と仮定すれば、支保工の節点(くさびの位置)の変位は、

$$u_i^e = d_{ij} \int_{t_0}^t \psi(t-\tau) \frac{dP_j}{d\tau} d\tau \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

$$\text{ここで, } d_{ij} = \frac{a_0^3}{I} \left\{ \frac{1}{4} \sin \varphi_j + \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_j \right) \cos \varphi_j - \frac{1}{\pi} \right\} + \frac{a_0}{4A} \left\{ \sin \varphi_j + \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_j \right) \cos \varphi_j \right\}$$

I : 断面二次モーメント, A : 断面積, a_0 : 半径

$\psi(t)$: 支保工材料のクリープ関数, ここではつぎのように仮定する。

$$q(t) = \frac{1}{E} + \frac{1}{E^*}(1 - e^{-t/\tau'}) \quad , \quad E: \text{ヤング係数}$$

2.3 支保工と地山間の変位の適合条件

くさびの位置における支保工と地山の変位の適合条件はつぎのように表わされる。

$$u_i^e = u_i^d \quad (3)$$

(3)式に、(1)、(2)式を代入し、両辺につぎに定義するラプラス変換

$$\bar{f}(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt \quad (4)$$

を施し、整理すれば次式を得る。

$$C_{11}p + C_{12}g = A_{11}(s)\bar{P}_s(s)/\bar{\Psi}^*(s) \quad (5)$$

$$\text{ここで, } A_{ij}(s) = d_{ij}\bar{G}(s)S + b_{ij}\bar{\Psi}(s)S \quad , \quad \bar{G}(s) = 1/ES + 1/E^*\tau'S(S + 1/\tau')$$

$$\bar{\Psi}(s) = 1/2GS + 1/2G^*\tau'S(S + 1/\tau) \quad , \quad \bar{\Psi}^*(s) = 1/2G^*\tau'S(S + 1/\tau)$$

いま、もし初期応力 p 、 g が既知の場合は、 $\bar{P}_s(s)$ に関する連立一次方程式となり、これを解いて得た結果をラプラス逆変換すれば、支保工に作用する圧力の経時的变化を求めることができる。逆に、 $\bar{P}_s(s)$ を何らかの方法で推定することができるならば、(5)式から最小二乗法を用いて p 、 g を決定することができる。

3. 支保工に作用する圧力の推定

支保工に作用する圧力を推定する一方法として、いま、支保工の任意点のひずみが測定できるものと仮定すれば、つぎのような方法が考えられる。

図-2 に示すような円形支保工において、 n 点の曲げモーメント M_n および軸力 N_n は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} M_n &= \sum_{i=1}^N a_i \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \sin g_i \right) P_i \\ N_n &= \sum_{i=1}^N \left(-\frac{1}{2} \sin g_i \right) P_i \end{aligned} \quad (6)$$

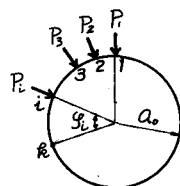


図-2

なお、 n 点は圧力の作用点(くさびの位置)とは無関係であり、応力集中を考慮すれば、作用点の中間にもうけるのが望ましい。 n 点における時刻 $t=t_0, t_1, t_2, \dots$ の曲げモーメントと軸力の測定値は一般に図-3 に示すようなものであろう。それぞれの時刻における測定値を(6)式に代入すれば、その時刻に支保工に作用する圧力 P_i を求めることができる。なお、この場合、一般にはデータの数を P_i の数より多く取り得るので最小二乗法によって求めることができる。

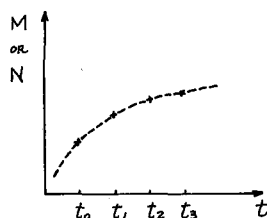


図-3

4. 初期応力の推定

支保工に作用する圧力 P_i の経時的变化が推定できれば、それをラプラス変換することにより $\bar{P}_s(s)$ を求めることができる。したがって、任意の s に対して(5)式の右辺は既知となり、これを解くことにより初期応力 p 、 g が s とは無関係に一定値として求められるはずである。なお、この場合も、未知数より方程式の数が多いため、最小二乗法によって解を得ることができる。

つぎに、特別な場合について考えよう。まず、支保工が地山に比較して剛である場合には、

$$g(t) = 0 \quad (7)$$

とおくことができる。ここで、支保工に作用する圧力はつぎのように表わされるものとする。

$$P_i(t) = P_i^*(1 - e^{-t/\tau''}) \quad , \quad P_i^*, \tau : \text{定数} \quad (8)$$

$$\text{したがって,} \quad \bar{P}_i(s) = P_i^*/\tau'' s(s + 1/\tau'') \quad (9)$$

(9)式を(5)式に代入すれば次式を得る。

$$C_{i1}p + C_{i2}g = \left\{ G^*\tau''(s + \frac{G^*+G}{G^*\tau''}) / G\tau''(s + 1/\tau'') \right\} b_{ij} P_j^* \quad (10)$$

(10)式の左辺は s とは無関係であるから、

$$\tau'' = G^*\tau / (G + G^*) \quad (11)$$

の関係が成立する。したがって (10)式はつぎのように表わされる。

$$C_{i1}p + C_{i2}g = \left\{ (G + G^*)/G \right\} b_{ij} P_j^* \quad (12)$$

つぎに、支保工材料のクリープが非常に小さく、さらに支保工は地山に比較して柔らかい場合を考えよう。すなわち、

$$g(t) = 1/E \quad , \quad \psi(t) = 1/2G \quad (13)$$

この場合、 $A_{ij}(s)$ は s とは無関係につきつぎのように表わされる。

$$A_{ij} = d_{ij}/E + b_{ij}/2G \quad (14)$$

$P_i(t)$ がさきと同様(8)式のように表わされるものとするれば、(5)式は、

$$C_{i1}p + C_{i2}g = \left\{ 2G^*\tau''(s + 1/\tau'') / \tau''(s + 1/\tau'') \right\} A_{ij} P_j^* \quad (15)$$

$$\text{したがって} \quad \tau'' = \tau \quad (16)$$

を得る。結局 (15)式は

$$C_{i1}p + C_{i2}g = 2G^*A_{ij} P_j^* \quad (17)$$

となる。すなわち、このような特別な場合はラプラス変換の必要はなく(8)式の P_i^* および τ'' を推定し、(12)あるいは(17)式から p, g を求めることができる。

5. 計算例

計算例として図-4に示すような円形トンネルを考える。ただし支保工の奥行は10cmとする。

トンネル半径 $R = 150 \text{ cm}$, 支保工半径 $R' = 140 \text{ cm}$

支保工の断面二次モーメント $I = 1500 \text{ cm}^4$

、断面積 $A = 25 \text{ cm}^2$

$E^* = \infty$, $2G/E = 0.01$, $G^*/G = 1$, $\tau = 10 \text{ days}$

地山のポアソン比 $\nu = 0.2$, $t_0 = 0$

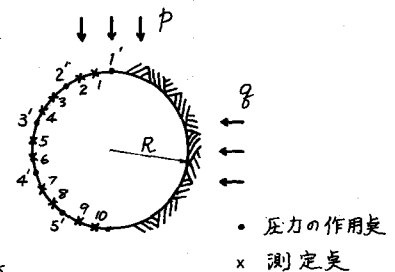


図-4

まず、地山の初期応力が $p = 100 \text{ kg/cm}^2$, $q = 25 \text{ kg/cm}^2$ の場合について支保工に作用する曲げモーメントおよび軸力を求め、それぞれにラプラス変換を施せば図-5, 6に示す結果を得る。いま、この結果を全く任意に $\pm 1\%$, $\pm 3\%$, $\pm 7\%$ 変化させ、これを測定値とみなして地山の初期応力の

推定を試みることにする。ここでは一例として $S=3$ の場合を示す。この場合の測定値 $\bar{M}(s)$, $\bar{N}(s)$ の値は表-1 のようになる。この値をデータとして (6) 式から最小二乗法により $\bar{P}_0(s)$ を求めると表-2 に示す結果を得る。ここで、最確値とは p, q を既知として一意的に求められる圧力 P_0 のラプラス変換した値である。

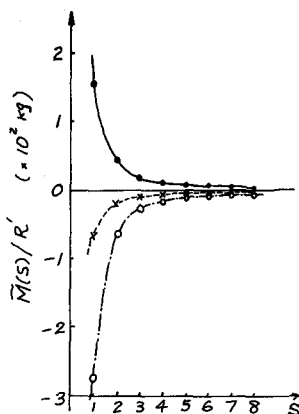


図-5 曲げモーメント

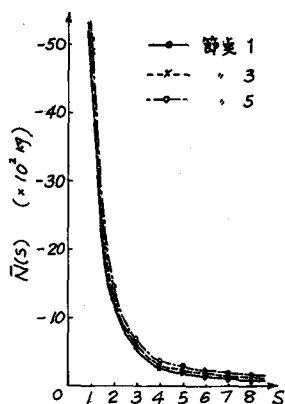


図-6 軸力

表-1 曲げモーメントと軸力のデータ, $S=3$ ($\times 10^2$ kg)

Case	測定値	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	$\bar{M}(s)/R'$	0.183	0.112	-0.089	-0.206	-0.330	-0.335	-0.206	-0.089	0.110	0.183
	$\bar{N}(s)$	-5.753	-5.888	-6.152	-6.253	-6.338	-6.354	-6.255	-6.124	-5.880	-5.836
B	$\bar{M}(s)/R'$	0.177	0.109	-0.090	-0.211	-0.317	-0.330	-0.205	-0.088	0.107	0.183
	$\bar{N}(s)$	-5.747	-5.827	-6.110	-6.376	-6.180	-6.366	-6.157	-6.171	-5.898	-5.889
C	$\bar{M}(s)/R'$	0.165	0.099	-0.087	-0.219	-0.338	-0.366	-0.217	-0.090	0.107	0.191
	$\bar{N}(s)$	-5.919	-5.917	-5.618	-6.461	-6.274	-5.817	-6.104	-5.866	-5.526	-5.608

Case A: $\pm 1\%$, B: $\pm 3\%$, C: $\pm 7\%$

表-2 支保工に作用する圧力 $\bar{P}_0(s)$ の推定値, $S=3$ ($\times 10^2$ kg)

Case	作用点	1'	2'	3'	4'	5'
	最確値	4.308	3.941	3.347	3.347	3.941
A		4.483	3.846	3.361	3.388	3.825
B		4.519	3.915	3.170	3.665	3.598
C		3.749	4.187	2.863	3.425	4.143

つぎに、表-2 に示す $\bar{P}_0(s)$ の推定値を (5) 式に代入し、最小二乗法を用いて初期応力 p, q を計算すれば表-3 のようになる。

以上は、 $S=3$ に対する結果であるが、他の S に対しても同様の計算を行えば、それぞれの S に対して $\bar{P}_0(s)$ が求まる。しかし、 p, q は常にほぼ一定値を示す。

6. まとめ

ここで提案した初期応力の推定法は、最小二乗法を用いるため、測定値の数が多いほど良い結果を得ることは当然である。また、この方法を用いて、初期応力が既知のところでは地山の力学的定数を推定することができる。これについては別に発表する予定である。

参考文献

- 1) T. Adachi, S. Serata, S. Sakurai, "Determination of Underground Stress Field Based on Inelastic Properties of Rocks", Proc. of 11th Symposium on Rock Mechanics held at the Univ. of California, Berkeley, Calif., June, 1969

Estimation of Initial Stress in Viscoelastic Underground

By Shunsuke Sakurai*
Shozo Morita**
Yoshiteru Yoshimura**
Taro Kaji**

The conventional methods of measuring the initial stress in the underground are all based on the assumption of elasticity of rocks. All rocks, however, exhibit more or less viscoelastic deformation whenever mean stress and shear stress are changed substantially from their initial states.

A new method was previously proposed on the basis of viscoelastic properties of rocks. The method requires to measure time-dependent deformation around a borehole, so that only a local stress field can be determined. In order to estimate the initial stress in macroscopical sense, the method can be extended by knowing time-dependent behavior of a large cavity instead of a borehole.

In this paper, a new viscoelastic method based on time-dependent deformational behavior of tunnel lining is proposed.

The time-dependent behaviors of the lining depend on a rigidity of lining structure, mechanical properties of rocks and the initial stress field in the underground. If, therefore, the rigidity and the mechanical properties are known, the initial stress can be determined by deformational behavior of the lining.

Fundamental equations are derived on the basis of the assumption of the theory of linear viscoelasticity, and a numerical example is shown to explain how to apply this method. Since the method of least squares is adopted in this proposed technique, the number of measuring data must be large enough in order to obtain good results.

* Assistant Professor of Civil Engineering, Kobe University

** Graduate Student of Kobe University