

1 まえがき

岩盤には節理やキレツが存在しているために、その力学的挙動は弾性体とかなり異なっていることは周知の事実である。岩盤のこれらの力学的特性を解明するための一試みとして、まず不連続面におけるすべりの力学についての理論的解釈を行なってみた。そして岩盤にはゆるんでいる状態と締固まっている状態があり、まず初めはルーズな状態にあって荷重が増加してゆくに従い締固まった状態に移行してゆく、しかし荷重がさらに増大してゆくと再びルーズな状態に移行してゆき最後に破壊に至ると考えた。これらの考えに基づき岩盤の新しい解析方法を提案し、その解析結果と現地せん断試験による結果との対比を行なってみた。

2 基礎理論

一般に連続体においては平衡方程式として次の(1)式、境界条件として(2)式が与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho Y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} p_{nx} &= \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z) \\ p_{ny} &= \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) \\ p_{nz} &= \tau_{xz} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) + \sigma_z \cos(n, z) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

非線形問題を取り扱う場合にはその他に次の(3)式に示されるような降伏条件が与えられる。

$$f_\nu(\sigma_{ij}) = k_\nu \quad \nu = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

さて $\sigma_x + \delta\sigma_x, \sigma_y + \delta\sigma_y, \dots, \tau_{xy} + \delta\tau_{xy}$ も(1)~(3)式を満足しているとする

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \delta\sigma_x + \frac{\partial}{\partial y} \delta\tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial z} \delta\tau_{xz} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} \delta\tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} \delta\sigma_y + \frac{\partial}{\partial z} \delta\tau_{yz} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} \delta\tau_{xz} + \frac{\partial}{\partial y} \delta\tau_{yz} + \frac{\partial}{\partial z} \delta\sigma_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \delta\sigma_x \cos(n, x) + \delta\tau_{xy} \cos(n, y) + \delta\tau_{xz} \cos(n, z) \\ 0 &= \delta\tau_{xy} \cos(n, x) + \delta\sigma_y \cos(n, y) + \delta\tau_{yz} \cos(n, z) \\ 0 &= \delta\tau_{xz} \cos(n, x) + \delta\tau_{yz} \cos(n, y) + \delta\sigma_z \cos(n, z) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\frac{\partial f_\nu}{\partial \sigma_x} \delta\sigma_x + \frac{\partial f_\nu}{\partial \sigma_y} \delta\sigma_y + \frac{\partial f_\nu}{\partial \sigma_z} \delta\sigma_z + \frac{\partial f_\nu}{\partial \tau_{yz}} \delta\tau_{yz} + \frac{\partial f_\nu}{\partial \tau_{zx}} \delta\tau_{zx} + \frac{\partial f_\nu}{\partial \tau_{xy}} \delta\tau_{xy} = 0$$

($\nu = 1, 2, \dots, n$) (6)

$n < 6$ の時、 n は変分変数の数より少いので $\delta\sigma_x, \delta\sigma_y, \dots$ は自由度を持つことになる。

一方、仮想仕事の原理より

$$\iiint \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial x} \delta\sigma_x + \frac{\partial}{\partial y} \delta\tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial z} \delta\tau_{xz} \right) du^p + \left(\frac{\partial}{\partial x} \delta\tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} \delta\sigma_y + \frac{\partial}{\partial z} \delta\tau_{yz} \right) dv^p \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial}{\partial x} \delta\tau_{xz} + \frac{\partial}{\partial y} \delta\tau_{yz} + \frac{\partial}{\partial z} \delta\sigma_z \right) dw^p \right\} dx dy dz = 0 \quad (7)$$

この式から最小仕事の原理

$$\iiint \left[(d\epsilon_x^p \delta\sigma_x + d\epsilon_y^p \delta\sigma_y + d\epsilon_z^p \delta\sigma_z + d\gamma_{yz}^p \delta\tau_{yz} + d\gamma_{zx}^p \delta\tau_{zx} + d\gamma_{xy}^p \delta\tau_{xy}) \right] dx dy dz = 0 \quad (8)$$

が得られる。さらに(8)式-(6)式によつて

$$\iiint \left[(d\epsilon_x^p - \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \sigma_x} d\lambda_{\nu}) \delta\sigma_x + (d\epsilon_y^p - \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \sigma_y} d\lambda_{\nu}) \delta\sigma_y \right. \\ \left. + (d\epsilon_z^p - \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \sigma_z} d\lambda_{\nu}) \delta\sigma_z + (d\gamma_{yz}^p - \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \tau_{yz}} d\lambda_{\nu}) \delta\tau_{yz} \right. \\ \left. + (d\gamma_{zx}^p - \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \tau_{zx}} d\lambda_{\nu}) \delta\tau_{zx} + (d\gamma_{xy}^p - \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \tau_{xy}} d\lambda_{\nu}) \delta\tau_{xy} \right] dx dy dz = 0$$

が得られる。さて、 $n < 6$ であれば $\delta\sigma_x, \delta\sigma_y, \dots$ には自由度があるから数学的には次の(9)式の関係満足する $d\lambda_{\nu}$ が存在することになる。

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_x^p &= \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \sigma_x} d\lambda_{\nu} & d\gamma_{yz}^p &= \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \tau_{yz}} d\lambda_{\nu} \\ d\epsilon_y^p &= \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \sigma_y} d\lambda_{\nu} & d\gamma_{zx}^p &= \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \tau_{zx}} d\lambda_{\nu} \\ d\epsilon_z^p &= \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \sigma_z} d\lambda_{\nu} & d\gamma_{xy}^p &= \sum_{\nu} \frac{\partial t_{\nu}}{\partial \tau_{xy}} d\lambda_{\nu} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

3 不連続面でのすべりの特徴

図1に示すような平行な不連続面が存在する場合についての、不連続面に沿うすべりの特色を考察しよう。先ずこれらの不連続面に沿つて、 y 方向にのみすべる場合について検討してみよう。

この場合には(8)式において

$$du^p = dv^p = 0, \quad dv^p \neq 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} du^p = \frac{\partial}{\partial z} dv^p = 0, \quad d\frac{\partial}{\partial x} dv^p \neq 0$$

となるから、(8)式より

$$\iiint \delta\tau_{xy} \frac{\partial}{\partial x} (dv^p) dx dy dz = 0 \quad \therefore \delta\tau_{xy} = 0$$

即ち降伏条件としては次の(10)式が得られる。

$$f = \tau_{xy}^2 - k^2 = 0 \quad (10)$$

次に降伏条件がCoulomb の内部摩擦説に従う場合について検討してみよう。この場合の降伏条件式は次の(11)式の形で与えられる。

$$f(\sigma_{ij}) = |\tau_{xy}| - (C - \sigma_x \tan \phi) \quad (11)$$

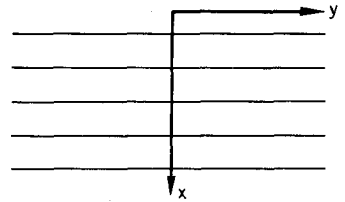


図 - 1

(9)式によつて塑性ひずみの増分を求めると

$$d\epsilon_x^p = \frac{\partial \epsilon}{\partial \sigma_x} d\lambda = -\tan \phi d\lambda$$

$$d\tau_{xy}^p = \frac{\partial \tau}{\partial \tau_{xy}} d\lambda = \pm d\lambda$$

$$\frac{d\epsilon_x^p}{d\tau_{xy}^p} = \mp \tan \phi$$

(12)

これらの不連続面に着目して、不連続面上では一様な性質を持つていと仮定すると

$$\frac{\partial}{\partial y} (du^p) = 0$$

$$d\tau_{xy}^p = \frac{\partial}{\partial x} (du^p) = \frac{d(du^p)}{dx}$$

$$\frac{d\epsilon_x^p}{d\tau_{xy}^p} = \frac{d(du^p)/dx}{d(du^p)/dx} = \frac{d(du^p)}{d(du^p)}$$

$$\text{従つて} \quad \frac{d(du^p)}{d(du^p)} = \mp \tan \phi$$

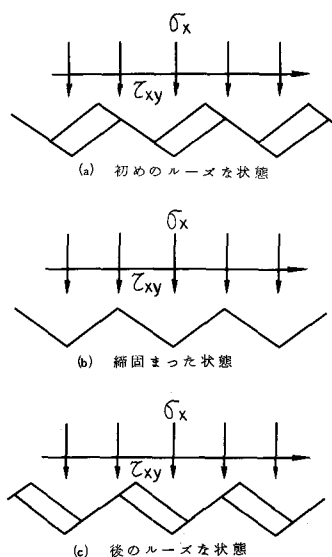


図-2 不連続面のモデル

以上の2つの例から明らかなように、平滑な平面ですべりが生

ずる場合には、現在の力学体系に従う限り、Trescaのせん断応力説に従わなければならない、もしCoulombの内部摩擦説に従う場合には、不連続面に ϕ だけ傾いた方向に移動が生ずることになる。

このことは不連続面でのすべりが、Coulomb説に従う場合には、その面に凹凸があるからであり凹凸のすべり面に対する傾が ϕ であると解釈し得ることになる。このように解釈すると降伏条件、すなわち、すべりが生ずる際の応力に対する制約条件における内部摩擦角 ϕ は不連続面の幾何学的性質に強く支配され、破壊条件における ϕ とは異つた物理的意味を持つことになる。

土、砂等の内部摩擦説に従う材料においては塑性領域で膨張が生ずることはDrucker⁽¹⁾により示されている。土、砂等では比較的低い応力から膨張を生ずるから、Druckerの塑性理論を適用しても比較的問題は少いが、岩盤では膨張を生ずる前にかかなり広い領域で逆に収縮を生じており、しかもこの領域ではつきりした非弾性的な挙動を示していることが過去に行われた現地試験の多くでデータとして得られている。従つてDruckerの塑性理論は適用出来ず、また弾性体として取扱うことも勿論不適當である。

そこでこの領域での特徴を加味するために、ルーズな状態と締固まつた状態とを考えることにする。

岩盤内の不連続面の状況を理想化して、

図-2に示すような状況を考えよう。図から明らかなように、初めのルーズな状態では直応力はすべりを促進する方向にあり、後のルーズな状態では直応力はすべりを阻止する方向にある。

状 態	物理的性質	降 伏 条 件	膨 脹 収 縮	硬 化 軟 化
I 初めのルーズな状態	弾 性 体			
II ↓	弾塑性体	$ \tau_{xy} = C - \sigma_x \tan \phi$	収 縮	硬 化
III 締固まつた状態	弾 性 体			
IV ↓	弾塑性体	$ \tau_{xy} = C + \sigma_x \tan \phi$	膨 脹	劣 化
V ↓	破 壊			

以上の考察から、岩盤は表-1に示す様

表 - 1

な状態の移行過程を経て変化し、各状態での弾性又は弾塑性の性質、降伏条件、収縮又は膨張も、表中に示されたように変わると考えることができる。

3 岩盤の解析方法

筆者のうちの一人は他の論文⁽²⁾で岩盤を各種のモデルに分け、直交異方性弾塑性理論を適用して解くことを試みたが、前節で述べた考察に基づき、さらに新しい解析方法を試みた、すなわち不連続面における凹凸の斜面は平滑であると考え、表-2に示すような降伏条件とひずみ硬化を行い、各状態への移行過程は図-3に示されるように進むような有限要素法による応力計算プログラムを作成し、荷重漸増法によつて最終荷重迄の計算を行なうという方法である。

4 計 算 例

計算は岩盤のブロックせん断試験の2次元断面を例として表-3に示すような5ケースの物理性質と降伏条件の異なつたものについて行なつてみた。つまりケース1は初めから締固まつた状態から、ケース2はゆるみの著しい状態から、ケース3は少しゆるんだ状態からそれぞれ載荷が行われた場合であり、ケース4はケース3のすべりの方向が水平より30°傾いた場合、ケース5は、すべりが水平鉛直の両方に可能な場合である。なお、要素分割は59節点88要素、載荷ステップは10ステップで行なつた。計算結果得られたブロックの鉛直、水平方向変位を図4~図8に示す。その他、塑性領域の変化状況、等については紙面の都合で省略するが、弾性解と比較した主応力図の一部を図9、図-10に示す。図-4で示す

締固まつた岩盤は初め弾性的に挙動するが、やがて水平変位はその増加割合が増大する一方、載荷側の鉛直変位は浮上となる。なおこの時にはN段階の弾性領域がブロックベースの中央附近まで達している。さらに非載荷側にも浮上が生ずる時点では、ブロック底面全体が弾塑性領域になつている事がわかつた。一方、ゆるみの著しい岩盤ケース2(図-5)では初めはわずかに

過程	状 態	降 伏 条 件 式
初めの締固まつた状態への移行過程	(i) $x = \text{Const}$ な面での y 方向へすべる場合	$ \tau_{xy} + \sigma_x \tan \phi_x = i H_i$ $i H_i = i C_{x,0} - C_{x,1} \sec \phi_x / d\lambda_1$
	(ii) $y = \text{Const}$ な面での x 方向へすべる場合	$ \tau_{xy} + \sigma_y \tan \phi_y = i H_i$ $i H_i = i C_{y,0} - C_{y,1} \sec \phi_y / d\lambda_2$
	(iii) $x = \text{Const}$ な面での y 方向へのすべりと $y = \text{Const}$ な面での x 方向へのすべりとが同時に生じている場合	$ \tau_{xy} + \sigma_x \tan \phi_x = i H_i$ $i H_i = i C_{x,0} - C_{x,1} \sec \phi_x / d\lambda_1$ $ \tau_{xy} + \sigma_y \tan \phi_y = i H_i$ $i H_i = i C_{y,0} - C_{y,1} \sec \phi_y / d\lambda_2$
締固まつた状態から後の移行過程	(iv) $x = \text{Const}$ な面での y 方向へすべる場合	$ \tau_{xy} - \sigma_x \tan \phi_x = i H_i$ $i H_i = i C_{x,0} - C_{x,1} \sec \phi_x / d\lambda_1$
	(v) $y = \text{Const}$ な面での x 方向へすべる場合	$ \tau_{xy} - \sigma_y \tan \phi_y = i H_i$ $i H_i = i C_{y,0} - C_{y,1} \sec \phi_y / d\lambda_2$
	(vi) $x = \text{Const}$ な面での y 方向へのすべりと $y = \text{Const}$ な面での x 方向へのすべりとが同時に生じている場合	$ \tau_{xy} - \sigma_x \tan \phi_x = i H_i$ $i H_i = i C_{x,0} - C_{x,1} \sec \phi_x / d\lambda_1$ $ \tau_{xy} - \sigma_y \tan \phi_y = i H_i$ $i H_i = i C_{y,0} - C_{y,1} \sec \phi_y / d\lambda_2$

表 - 2

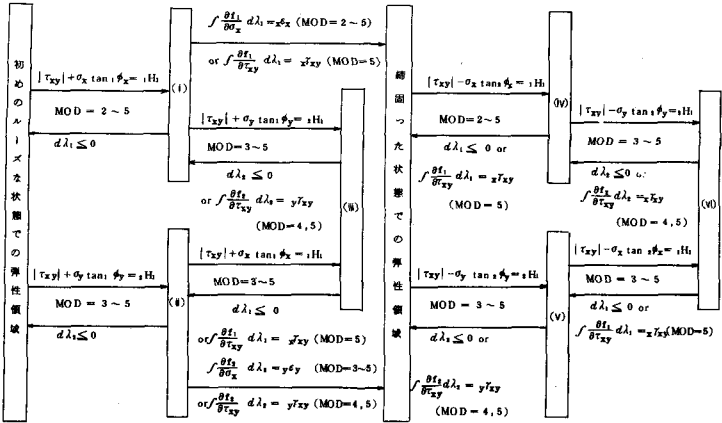


図 - 3

弾性的変位を示すが、すぐに非線形な変位となる。そして鉛直変位は沈下量が増大するような非線形変位を示す。またブロックベースにⅣの弾塑性領域が生じても浮上量は非常に少ない。これは初めの状態がルーズであつたためにⅡの領域にある要素の沈下がⅣ

		Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
I	E	200,000 kg/cm ²	200,000 kg/cm ²	200,000 kg/cm ²	200,000 kg/cm ²	200,000 kg/cm ²
II	σ_o	—	5.0 kg/cm ²	5.0 kg/cm ²	5.0 kg/cm ²	5.0 kg/cm ²
	$\tan \phi$	—	0.3	0.5	0.5	0.5
II	$x \varepsilon_x$	—	0.12×10^{-3}	0.2×10^{-4}	0.2×10^{-4}	0.2×10^{-4}
III	$x \varepsilon_{xy}$	—	0.4×10^{-3}	0.4×10^{-4}	0.4×10^{-4}	0.4×10^{-4}
IV	σ_o	10.0 kg/cm ²	10.0 kg/cm ²	10.0 kg/cm ²	10.0 kg/cm ²	10.0 kg/cm ²
	$\tan \phi$	1.0	0.3	0.5	0.5	0.5

ひずみ硬化なし

表一 計算に用いた力学的性質

の領域にある要素の浮上よりも大きいからであると考えられる。ゆるみの少ない岩盤、ケース 3（図 6）では最初の非線形変位で鉛直方向には沈下するのはケース 2 と同じであるが、間もなく浮上に転じ、その量もケース 2 に比べて著しく大きくなる。この時点でのⅣ段階の弾塑性領域はブロックベースの中央附近迄達している。なお図 1 1 ～ 1 2 にはルーズな岩盤と比較的ゆるみの少ない岩盤の地点とで行われた現地ブロック剪断試験のデーターをそのままプロットしたものであるが、図 4 ～ 8 と比べてみて定性的に極めてよく類似していることがわかる。

したがって本論で述べた解析方法が岩盤の非弾性的性質を解析するのに極めて有効な手段となり得ることを示している。

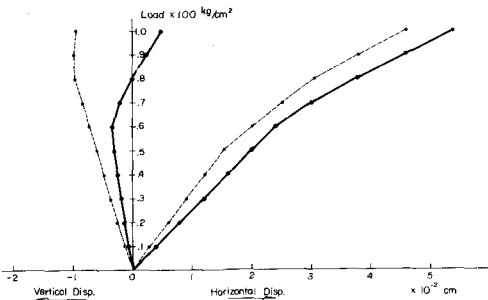


図 - 4 Case 1

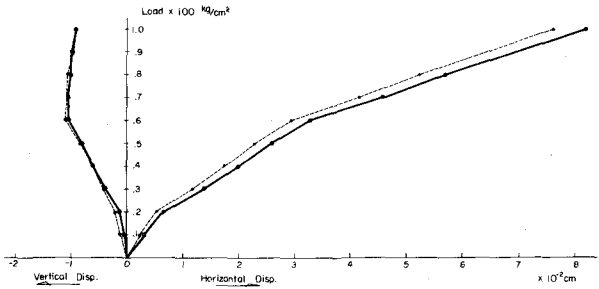


図 - 5 Case 2

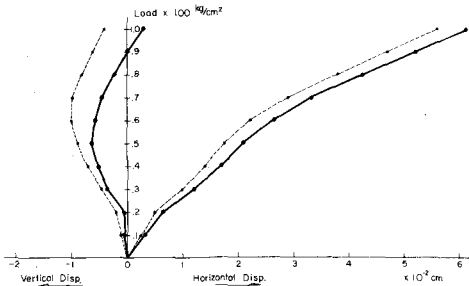


図 - 6 Case 3

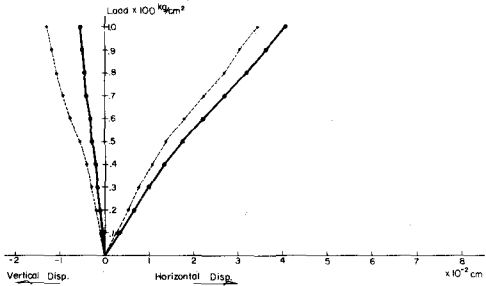


図 - 7 Case 4

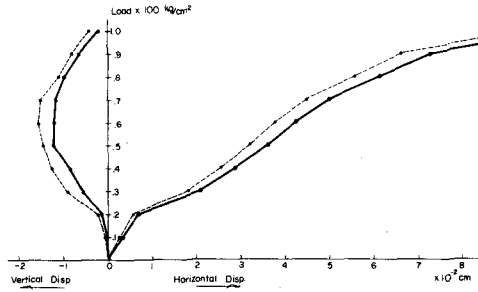


図 - 8 Case 5

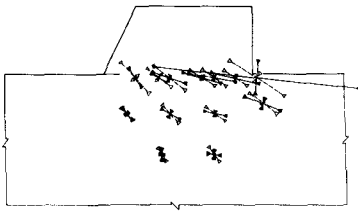


図 - 9 Case 2 主応力図

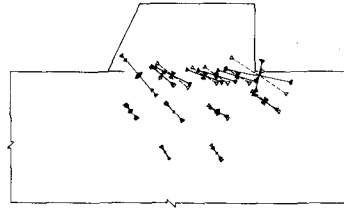


図 - 10 Case 3 主応力図

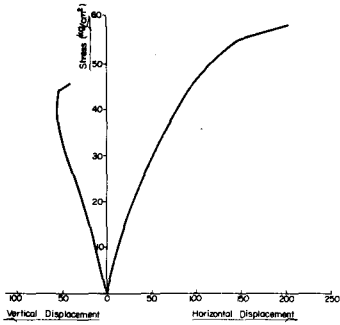


図-11 ゆるみの多い岩盤（現地試験）

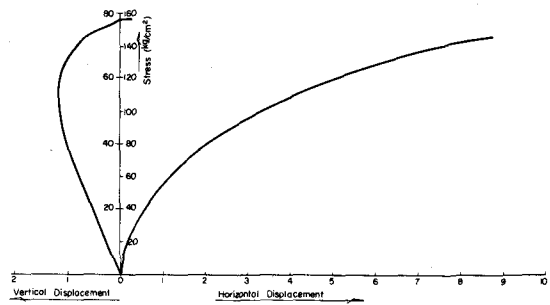


図-12 ゆるみの少ない岩盤（現地試験）

- 参考文献 1. D.C. Drucker and W. Prager "Soilmecanics and Plastic analysis on limit design "Quart. Appl. Math. 10.
2. 飯田隆一 "Theory of orthotropic elast-plasticity with volume change and its applications" 建設省土木研究所英文所報 Vol 135 No1

A Mechanical Analysis about Nonelastic-behavior
in Rock-masses

by Ryuichi Iida, Shigetoshi Kobayashi
The Public Works Research Institute,
Ministry of Construction

There exist many joints and cracks in rockmasses, then the rockmasses behave in different manners than the elastic bodies.

To clarify these characteristics of the rockmass, the mechanical characteristics of the slips in discontinuous planes are discussed, and from these considerations two states of rockmasses are assumed, thereupon, the loosened states and the compacted state, and the next mentioned processes are assumed.

In these assumed processes, it is assumed that at first rockmasses are in the initial loosened state and after loading, change to the compacted state, next to the later loosened state, and finally to the rupture.

Based on these assumptions, the new analytical method is proposed, and the analyzed results on block shear tests and comparison with the actual data are presented.