

# 粘塑性地山内でのトンネル覆工への経時的応力の解析法

電力中央研究所      ○林      正夫

北原   義浩

日比野   敏

## 1. 序

軟弱な地山はトンネルや地下発電所用の空洞を開削したりするとかなりの粘塑性的変形を生じ、地山がいわゆる押してくることがある。そのために支保工や覆工にあと荷がかかり、場合によってはそれら構造物が破壊することがある。しかしながらこの「あと荷」の現象を施工順序を考慮に入れて力学的に解析する手法は従来あまりなかったように思われる。

そこで、筆者らはその解析法の開発を試み、2, 3の例について計算した。以下にその解析法とその結果について報告する。

## 2. あと荷の発生機構

「あと荷」は概略つぎのような経過をへて作用すると思われる。

- (1) 発破により地山はまず緩む。
- (2) 掘削相当外力<sup>1)</sup>によって地圧が変化し、弾性ひずみとクリープひずみが発生する。
- (3) その後支保工や覆工（以後これらを構造物と総称する）を施すと地山にのこっているクリープひずみの進展を構造物と地山そのもので阻止しようとする。そのために構造物に応力が発生する（あと荷がかかる）。

そして、あと荷の大きさは地山のせん断抵抗、逐次的に発生する緩み、初期地圧の値、クリープひずみ能の大小、構造物の施工時期およびその剛性などの関数となる。

## 3. 解 析 法

上記の一連の関係をつぎのように解析する。

- (1) 状態1 掘削により、まず各要素は弾性ひずみ $\Delta \epsilon_{e,i}$ を生じ、さらに要素が拘束なしにクリープする（クリープは収束型としてVoigt型を用いる）とするとp段階後の全クリープひずみ $\epsilon_c$ は次式で与えられる。

$$\epsilon_c = \sum_{i=1}^p \Delta \epsilon_{e,i} \alpha \left\{ 1 - \exp \left( -\beta \sum_{j=i}^p \Delta t_j \right) \right\} \quad (1)$$

ここに $\alpha$ ,  $\beta$ はクリープ係数である。

この状態1では、(1)式によるクリープひずみ増分 $\Delta \epsilon_c$ を完全に阻止する状態を考える。そしてこの阻止に必要な要素の節点力を求め、これを $\{\Delta S^{(n)}\}$ とする。そしてそのときに生ずる地山内での応力分布を $\{\Delta \sigma^{(n)}\}$ と記す。

- (2) 状態2 つぎに、各要素を節点系に接合して構造物と地山とを1つの系とする。そして状態1

で求めた  $\{\Delta S^{(1)}\}$  と大きさ同じ逆向きの外力  $\{\Delta S^{(2)}\}$  を各節点に作用させて拘束を解く。このときには各節点は相互に弾塑性的に接合されている不静定構造なので  $\{\Delta S^{(2)}\}$  の影響は 構造系のすべての要素に連鎖的に応力分布  $\{\Delta \sigma^{(2)}\}$  を発生させることになる。

- (3) 状態3 結局、 $\{\Delta \epsilon_c\}$  が発生しようとしてその際に地山と構造物に弾塑性的に阻止され、あと荷が発生する状態は「状態1」と「状態2」の和として求められる。

$$\{\Delta \sigma\} = \{\Delta \sigma^{(1)}\} + \{\Delta \sigma^{(2)}\} \quad (2)$$

$$\{\Delta r\} = \{0\} + \{\Delta r^{(2)}\} \quad (3)$$

以上の手順にしたがって、平面ひずみ状態での式を誘導しておく。

- (1) まず、状態1の  $\{\Delta S^{(1)}\}$  による応力は、変形係数  $E$ 、ポアソン比  $\nu$  として

$$\begin{aligned} \{\Delta \sigma^{(1)}\} &= \begin{Bmatrix} \sigma_x^{(1)} \\ \sigma_y^{(1)} \\ \tau_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} = -\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_{c,x} \\ \Delta \epsilon_{c,y} \\ \Delta \epsilon_{c,xy} \end{Bmatrix} \\ &= -[H] \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_{c,x} \\ \Delta \epsilon_{c,y} \\ \Delta \epsilon_{c,xy} \end{Bmatrix} = -[H] \{\Delta \epsilon_c\} \end{aligned} \quad (4)$$

- (2) 状態2の  $\{\Delta S^{(2)}\} = -\{\Delta S^{(1)}\}$  を求めるためには、 $\Delta \epsilon_c$  に対応する応力が  $[H] \{\Delta \epsilon_c\}$  であることと、節点力  $\{\Delta S^{(2)}\}$  と要素としての節点変形  $\{\Delta V^{(2)}\}$ 、応力とひずみの関係、仮想仕事の原理などを用いる。いま外的な仕事を  $W_e$ 、内的なひずみエネルギーを  $W_i$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} W_e &= [\bar{V}^{(2)}]^T [\Delta S^{(2)}] = [I] \{\Delta S^{(2)}\} = \{\Delta S^{(2)}\} \\ W_i &= \iint \{\bar{\epsilon}\}^T \{\Delta \sigma^{(2)}\} dx dy \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。ここに  $[I]$  は単位の仮想変位をあらわす。節点変形  $\{V\}$  は、三角形要素の3節点  $i, j, k$  のうち  $i$  は固定、 $j$  は  $x$  方向自由  $y$  方向固定、 $k$  は自由とした場合には

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ U_k \\ V_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_j^2/a_j & b_j \\ a_k & b_k b_j/a_j & b_k \\ 0 & (b_k - a_k b_j/a_j) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \{\epsilon\} \quad (6)$$

の関係がある。 $a_j, b_j$  は辺  $ij$  の  $x$  座標と  $y$  座標への投影長で、 $a_k, b_k$  は辺  $ik$  のそれらである。これらの関係と  $W_e = W_i$  の条件から

$$\{\Delta S^{(2)}\} = \iint (D^{-1})^T [H] \{\Delta \varepsilon_c\} dx dy$$

$$= \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) b_k & \nu b_k & -\frac{(1-2\nu)}{2} a_k \\ -(1-\nu) b_j & -\nu b_j & \frac{(1-2\nu)}{2} a_j \\ \nu a_j & (1-\nu) a_j & -\frac{(1-2\nu)}{2} b_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{c,x} \\ \Delta \varepsilon_{c,y} \\ \Delta \varepsilon_{c,xy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

となる。

- (3) 状態 2 での系全体としての節点荷重  $\{\Delta F^{(2)}\}$  と  $\{\Delta S^{(2)}\}$  の関係は、エネルギーの釣り合いあるいは要素群の幾何学的な配列マトリックス（変形の適合条件を形成する） $[a]$  によって定められる。すなわち、各要素の仕事の和  $\{V^{(2)}\}^T \{\Delta S^{(2)}\}$  と系としての外的な仕事  $\{\Delta r^{(2)}\}^T \{\Delta F^{(2)}\}$  が相ひとしい条件をつかうと、

$$\begin{aligned} \{\Delta r^{(2)}\}^T \{\Delta F^{(2)}\} &= \{\Delta V^{(2)}\}^T \{\Delta S^{(2)}\} = ([a] \{\Delta r^{(2)}\})^T \{\Delta S^{(2)}\} \\ &= \{\Delta r^{(2)}\}^T [a]^T \{\Delta S^{(2)}\} \end{aligned}$$

したがって、

$$\{\Delta F^{(2)}\} = [a]^T \{\Delta S^{(2)}\} \quad (8)$$

の関係がある。

- (4) 変位  $\{\Delta r^{(2)}\}$  は各応力段階での剛性マトリックスを  $[K]$  とすれば、

$$\{\Delta r^{(2)}\} = [K^{-1}] \{\Delta F^{(2)}\} \quad (9)$$

であり、

- (5) 状態 2 での応力  $\{\Delta \sigma^{(2)}\}$  は、

$$\{\Delta \sigma^{(2)}\} = [H] \{\varepsilon\} = [H] (D^{-1}) \{V\} = [H] (D^{-1}) [a] \{\Delta r^{(2)}\} \quad (10)$$

となる。

- (6) 結局、求めるべき  $\{\Delta \varepsilon_c\}$  なるクリープが弾塑性的に拘束された場合の応力  $\{\Delta \sigma\}$  は

$$\{\Delta \sigma\} = \{\Delta \sigma^{(1)}\} + \{\Delta \sigma^{(2)}\} = -H \{\Delta \varepsilon_c\} + \{\Delta \sigma^{(2)}\} \quad (11)$$

となる。

#### 4. 計算例

計算例として岩盤内にトンネル（内径 12 m）を掘削し、コンクリート覆工（覆工厚さは上半部では 1.2 m、下半部では 0.8 m）を施工した場合について述べる。用いた物性値は表-1 に示す通りである。

解析の目的はつぎの 2 つである。

ケースA：覆工応力に及ぼす岩盤のクリ

ープ係数 $\alpha$ の影響

ケースB：覆工応力に及ぼす覆工時期

$T_L$ の影響

この目的に従って、表-2に示すような6ケースについて解析した。つまり、ケースAでは、他の条件を同じにして(1)式でのクリープ係数 $\alpha$ （クリープひずみ  
が大きいかな否かの係数）の違いを調べる。  
ケースBでは、ライニングを施す時期、 $T_L$ を10、20、40日と違えてその覆工への影響を見ようとするものである。

初期地圧は $\sigma_{x0} = -200 \text{ t/m}^2$ ,  $\sigma_{y0} = -500 \text{ t/m}^2$ ,  $\tau_{xy0} = 0$ とした。

この初期地圧や岩盤のせん断強度 $\tau_R$ やクリープ係数 $\alpha$ ,  $\beta$ などは地質工学的な常識からしてかなり密接な関係があり、問題とする現地の調査、試験にもとづきことが望ましい。今回は解析手法の試行段階であるので単純に前表のように数値を仮定したにすぎない。また、この解析は時間間隔の刻みをある程度細

かくするのが望ましいが、今回はその傾向を知ること主眼を置いたので、ケースAの解析を3段階、ケースBを4段階の時間間隔で100日間の解析を行なった。

逐次掘削の解析法はさきに発表した文献<sup>1)</sup>に述べてあるのでここでは省略して結果について述べる。

図-1にはケースA3の場合の100日後（覆工後90日）での覆工内部の主要点の応力分布をしめす。岩盤のクリープがかなり大きい場合であるので（表-2参照）、覆工には約 $-1200 \sim -1400 \text{ t/m}^2$ の圧縮応力が作用している。

図-2にはケースA3の場合の100日後での変形係数の分布を示す。変形係数が応力状態によって変化する仕方については別報<sup>1)</sup>どおりとしたのでここでは省略する。

図-3には同じくポアソン比の分布を示す。従来のトンネル覆工に関するTerzaghi流の設計法は、最初にトンネル周辺の緩む領域を経験的に想定して「かぶり」を決めその荷重で覆工応力がどのようなになるかを単独のトンネルリングに対して計算をしていたが、筆者らの方法は岩盤のせん断強度、クリープ係数、地圧の大きさなどの本来の物性を出発点として（それらは測定法自体がむづかしい点はあるが）覆工の時期やその剛度によってトンネルリングが岩盤との相互作用でいかに挙動をするかを経時的にかつ弾・粘・塑性力学的に求めようとするものである。

Table 1 Assumed Properties

|                          |                       | Concrete Lining   | Rock             | Damaged Zone by Blasting |
|--------------------------|-----------------------|-------------------|------------------|--------------------------|
| Modulus of Deformability | $E(\text{t/m}^2)$     | $200 \times 10^4$ | $30 \times 10^4$ | $5 \sim 10 \times 10^4$  |
| Poisson's Ratio          | $\mu$                 | 0.2               | 0.2              | 0.25~0.22                |
| Shearing Strength        | $\tau(\text{t/m}^2)$  | 500               | 200              | 50~100                   |
| $\sigma_t/\tau$          |                       | 0.6               | 0.15             | 0.15                     |
| Creep Factor             | $\alpha$              | 0                 | 0.2~20           | 0.2~20                   |
| Creep Factor             | $\beta(1/\text{day})$ | —                 | 0.4              | 0.4                      |

Table 2

| Purpose                                 |          | Creep Factor |                       | Timing of Lining   |
|-----------------------------------------|----------|--------------|-----------------------|--------------------|
|                                         |          | $\alpha$     | $\beta(1/\text{day})$ | $T_L(\text{days})$ |
| Dependence of Creep Factor<br>$\alpha$  | Case-A 1 | 20           | 0.4                   | 10                 |
|                                         | Case-A 2 | 2            | 0.4                   | 10                 |
|                                         | Case-A 3 | 0.2          | 0.4                   | 10                 |
| Dependence of Timing of Lining<br>$T_L$ | Case-B 1 | 20           | 0.4                   | 10                 |
|                                         | Case-B 2 | 20           | 0.4                   | 20                 |
|                                         | Case-B 3 | 20           | 0.4                   | 40                 |

現実のトンネルはきわめて多様であり、この小論で包括的にのべることはとてもできない。個々の物性と施工条件にあわせて今後研究をつづけていく所存である。

図-4 には覆工内の3点A, B, Cおよび岩盤内の2点D, E

(図-1 参照)の経時的な圧縮主応力 $\sigma_2$ の変化がクリープ係数 $\alpha$ によってどのようにかわるかを試算した結果である。覆工内のA, B, C各点ともにクリープ係数がきわめて大きい $\alpha=20$ の場合には応力がきわめて大きい、 $\alpha=2$ や $\alpha=$

0.2のごく中庸のクリープ係数の場合( $\alpha=$

2は弾性ひずみの2倍のクリープひずみが無拘束の場合には発生するという意味に相当する)には、ほとんど覆工応力は発生していない。

図-4で岩盤内の覆工頂部の点Dの圧縮主応力 $\sigma_2$ はクリープが小さいときには図-4の内の $\sigma_D$ ( $\alpha=2$ )あるいは $\sigma_D$ ( $\alpha=0.2$ )の場合のように掘削によって応力解放が生じ小さな応力になるが、クリープが大きい $\sigma_D$ ( $\alpha=20$ )の場合には応力増加の傾向を辿るが、覆工後はとくに増加しない傾向となっている。側壁の岩盤部E点の応力 $\sigma_E$ はやはりクリープ係数が大きい程、覆工実施前の応力が大きい傾向に出ている。覆工後は岩盤内の応力の変化はごくすくない。

図-5には覆工応力に及ぼす覆工実施の時期 $T_L$ の影響の試算の例を示す。岩盤のクリープ特性が全く同じであっても覆工の時期が10, 20, 40日と異なると覆工応力は著しく異なることが判る。経時的に覆工応力がふえる傾向は常識どおりであるが、経時的に引張り側に移行する傾向が微弱ながら認められる点については今後検討をしてみる必要がある。

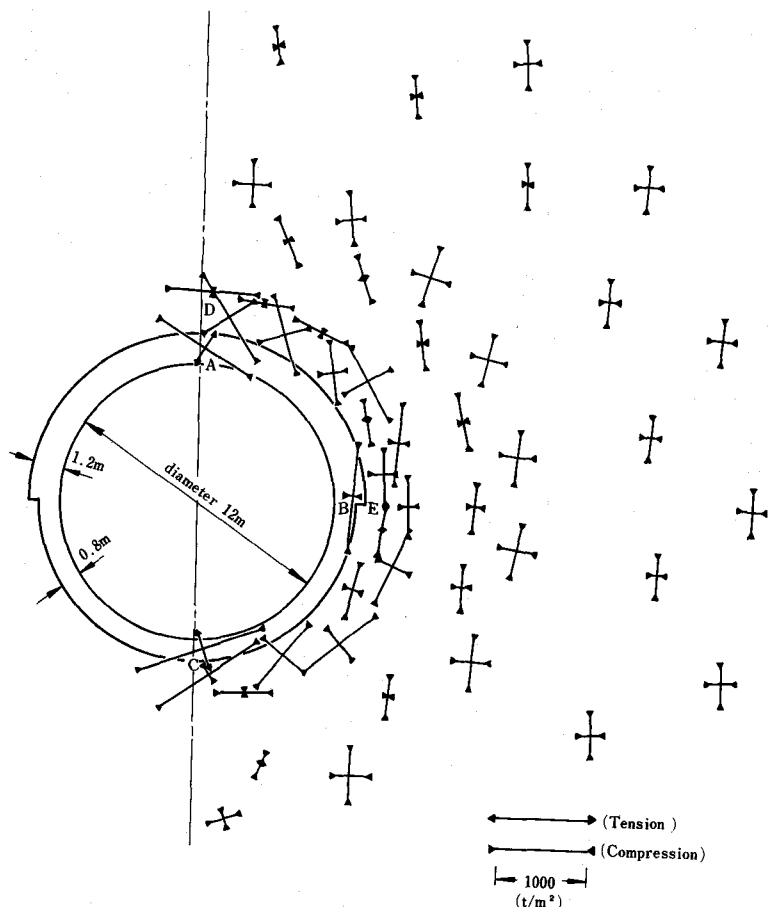


Fig.1 Principal Stresses (Case A3, 100 days)

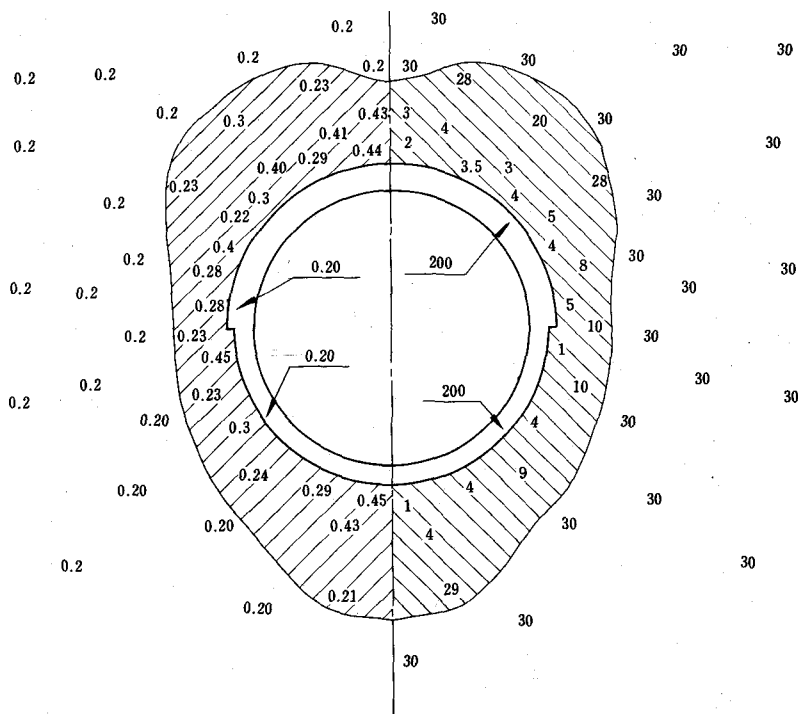


Fig.3 Poisson's Ratio  
(Case-A3, 100 days)

Fig.2 Modulus of Deformability  
( $\times 10000 \text{ t/m}^2$ )  
(Case-A3, 100 days)

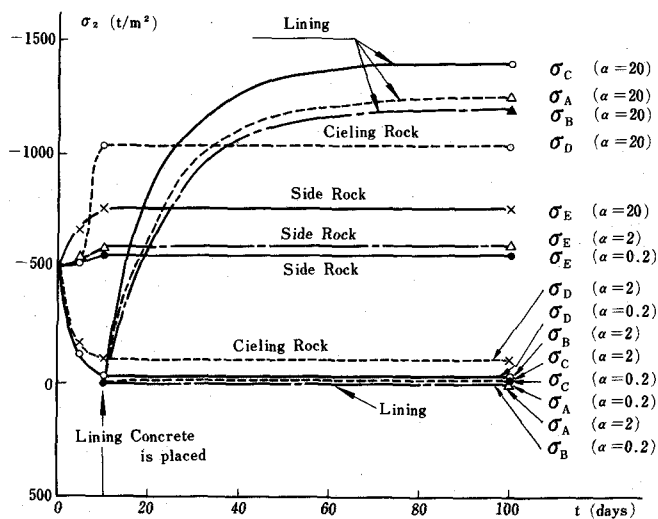


Fig.4 Principal Stress ( $\sigma_z$ ) in the Lining and Rock(Case-A)  
(Dependence of Creep Factor  $\alpha$ )

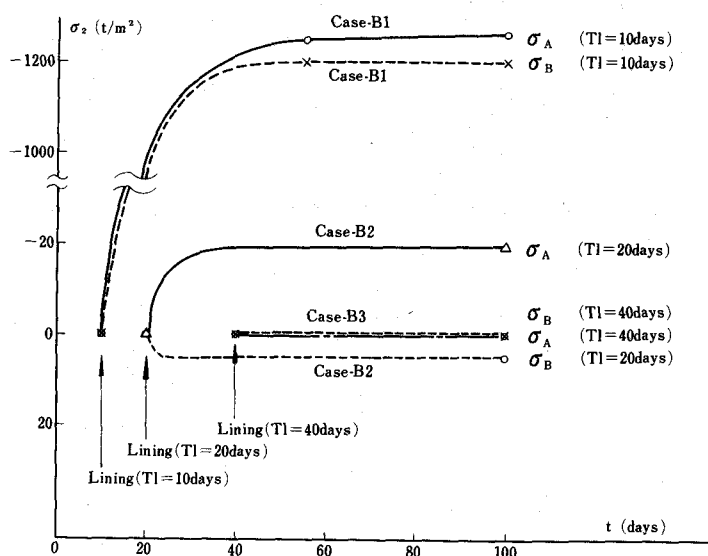


Fig.5 Principal Stress( $\sigma_2$ )in the Lining and Rock  
(Dependence of Timing of Lining)

## 5. 結 論

1. 従来の岩盤力学ないしトンネル工学では、覆工の適正時期に関する理論的な判定の手段をあまり持たなかったように思う。この報告は覆工にかかる「あと荷」に関する理論的な手法を与えることに努めた。
2. しかし、数値計算に与えるべき岩盤の物性値については別途さらに厳密な現地試験にもとづく研究が必要である。

## 文 献

- 1) 林 正夫, 日比野 敏 地下開削にともなう周辺地盤の緩みの進展に関する解析, 電力中央研究所報告書 No.67095, 1968 または 第2回岩の力学国内シンポジウム, 1967 または M. Hayashi and S. Hibino, Progressive Relaxation of Rock Mass during Excavation for Underground Structures, Proc. of Int. Symposium on Rock Mechanics, Madrid, 1968.

# Time-Dependent Visco-Plastic Stress Analysis of Tunnel Lining

M. HAYASHI, Y. KITAHARA and S. HIBINO

(Central Research Institute of Electric Power Industry, Komae, Tokyo)

It is well known that after excavation the surface excavated moves into cavity because of visco-plastic phenomena. Structures such as support frames and concrete lining, therefore, suffer some stresses due to visco-plasticity of surrounding rocks, which have been called post load for lining.

The estimation of the post load has not been clarified.

The authors develop a method analyzing stresses of lining by post effects of excavation under the consideration of the mechanism of viscosity and plasticity. Before analyzing stresses of structures one must analyze progressively elasto-plastic stress of the surrounding rocks at every excavation stage as already reported<sup>1)</sup>.

Now, a visco-plastic analysis is presented.

virtual state 1 : In this state one supposes a perfect restraint condition of total creep strain in each element.

virtual state 2 : In this state one supposes a relaxed condition of above mentioned restraint nodal force under the consideration of hyperstatic state of rock masses and lining.

actual state : Actual state is the sum of stresses in virtual state 1 and 2.

2 kinds of examples are calculated. First example is a time-dependence stress of lining due to several creep potentialities of rock masses. Second example is a time-dependence stress of lining due to several lining times after excavation.

## References

- 1) M. Hayashi and S. Hibino, Progressive Relaxation of Rock Mass during Excavation for Underground Structures. Tech. Report C-67005, Central Research Institute of Electric Power Industry, Komae, Tokyo, 1968 or Proc. of International Symposium on Rock Mechanics, Madrid, 1968 or Proc of Second Japanese Symposium on Rock Mechanics, J.S.C.E., Tokyo, 1967