

亀裂の強度に及ぼす影響について

東北大学工学部

佐武正雄

同 大学院

○田野久貴

1. まえがき

亀裂が多数内在することは岩盤の特徴であり、亀裂がその強度に及ぼす影響を及ぼすかは重要な問題である。本文はその影響の一端を知るために石膏を用いた供試体に人工的な亀裂を与え、その長さ、角度、分布等を規則的に変化させて一軸圧縮試験を行い、亀裂の強度に及ぼす影響を調べ若干の考察を行ったものである。

2. 実験方法

石膏を材料とする角柱供試体（ $6 \times 6 \times 12$ cm）に、あらかじめ設置したセルロイド片（厚さ 0.5 mm）を硬化後引き抜くことで二次元的な亀裂を作り、定温乾燥器で定時間乾燥後、荷重速度約 $0.7 \text{ kg/cm}^2/\text{sec}$ で一軸圧縮試験を行った。製作の諸元は表-1、供試体の寸法、種類については図-1及び表-2に示す。

配合	石膏：水 = 1：0.6
攪拌	1分30秒
乾燥	乾燥水量/製作時重量 = 25.8%
	乾燥温度・時間：50℃, 70時間

表-1 製作方法

亀裂 角度 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$		
単一亀裂体	亀裂長さ l	$l = 10, 15, 20, 25, 30 \text{ mm}$
複数亀裂体	"	$l = 10 \text{ mm}$ のみ
	亀裂数	3, 5, 9, 15個

表-2 供試体の種類

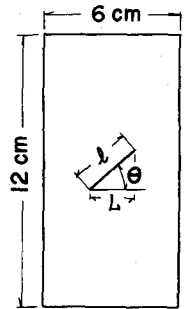


図-1

3. 単一亀裂の場合の強度*

3.1 亀裂角度の強度への影響……10mm 亀裂の角度を変化させて得られたデータ各100個の平均強度、バラツキ及びヒストグラムを（表-3、図-2、3）示す。これから明らかなように強度は角度が減少するにつれて小さくなる傾向が見られる。また各々のヒストグラムから、強度はほぼ正規分布ないし Weibull 分布¹⁾をなすと言えよう。変動係数を各角度について求めてみると、ほとんど変わらずほぼ一定とみなすことが出来る。各変動係数の平均値 $C = 6.9$ を用いて均一性係数¹⁾ m を

$$C = \frac{\sqrt{\Gamma(1 + \frac{2}{m})} - \{\Gamma(1 + \frac{1}{m})\}^2}{\Gamma(1 + \frac{1}{m})} \quad (3.1) \quad 2)$$

θ	0°	30°	45°	60°	90°	X
平均値(kg/cm^2)	145.8	150.3	157.6	162.3	163.5	163.5
標準偏差(%)	9.8	9.9	10.1	12.0	11.4	11.4
変動係数	6.7	6.6	6.4	7.4	7.0	7.0

表-3 平均値とバラツキ (各100個)

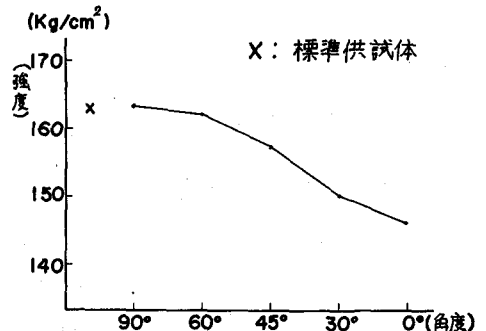


図-2 角度による強度の変化

* 本実験における一軸圧縮強度の定義……破壊の終了すなわち、供試体が圧縮力に抵抗し得なくなる時の応力を破壊強度とする。

より求めてみると $m = 19.0$ となる。同じ材料であれば曲げ強度による m の値も圧裂引張強度のそれとも等しいことが指摘されているので、
 10mm 単一亀裂を有する供試体に関しても同様なことが言えると思う。

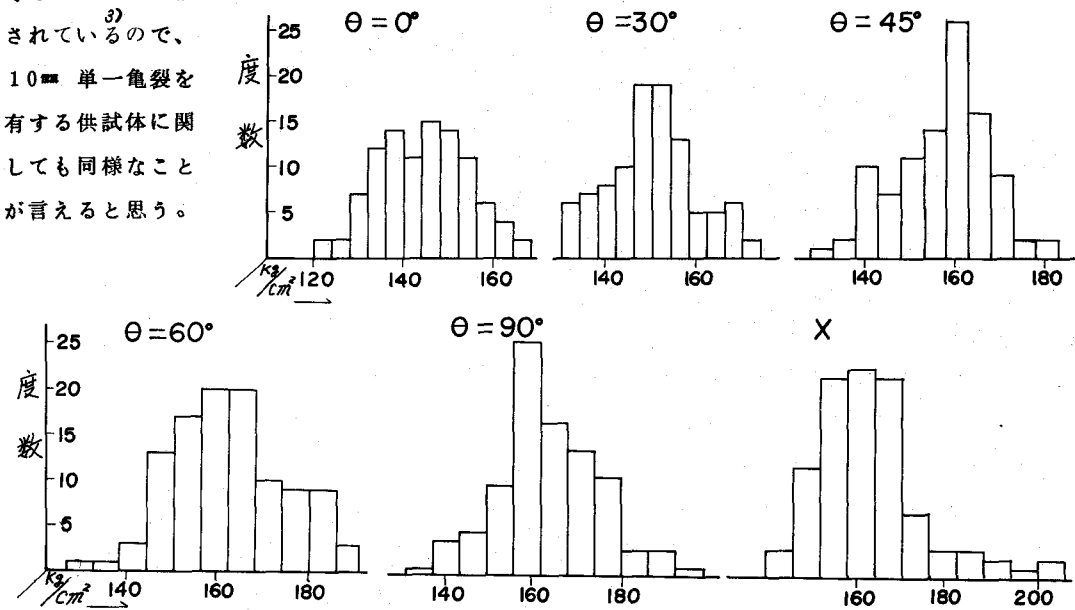


図-3 単一亀裂をもつ供試体の圧縮強度によるヒストグラム

3.2 亀裂長さの強度への影響・・・
 各々の角度について、亀裂の長さを 10, 15, 20, 25, 30 mm と変化した場合について図-4に示す。この実験でも亀裂角度が小さいほど、長さが増すほど強度は低下することがわかる。ここでこの亀裂長さ l と傾斜角度 θ を投影長さ L で表わしたのが図-5である。これから明らかなように各測点はほぼ直線に集まっており、大きくはずれてくる 30mm の点を除いて、約 220 個のデータを最小自乗法で処理して次式が得られた。

$$Y = B e^{-AL} \quad (3.2)$$

Y : 強度

$$A = -0.286, B = 189.4$$

B の値は標準供試体の強度より 165 % 大きい。

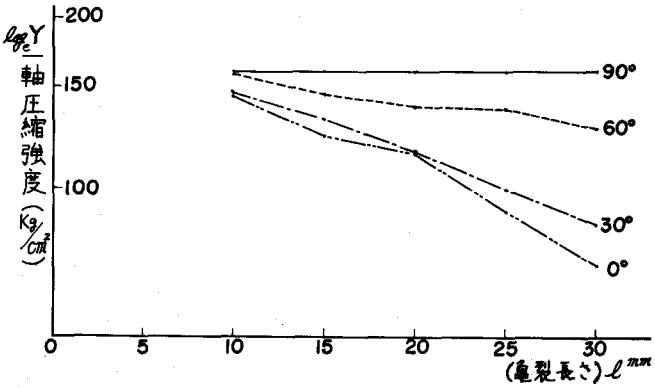


図-4 亀裂長さと強度との関係

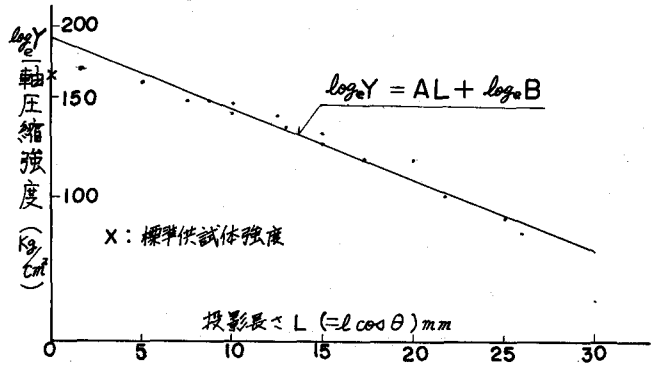


図-5 亀裂の投影長さと強度との関係

3.3 考察…… 単一亀裂の角度と長さが破壊強度に与える影響については、亀裂の投影長さという一つのパラメーターを用いてある程度表わすことが出来るように考えられる。又グリフィス理論で計算される角度 60° が必ずしも最低強度を与えないことが分る。

4. 複数亀裂の場合の強度

4.1 確率論による強度の一般的考察……いわゆるグリフィスクラックが供試体中に n 個存在する場合、その破壊のモデルとして図-6・(a) のような n 個のリンクよりなる鎖を考え、そのうちの1個が破壊すれば全体の破壊に至ることから、確率分布函数 $F(x) = e^{-\alpha x^m}$, $\alpha > 0, m > 1$ を用い強度を表わす式として次式が導びかれている。¹⁾

$$X = \left(\frac{m-1}{m} \right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{1}{n\alpha} \right)^{\frac{1}{m}} \quad X: \text{並数 (モード)} \quad (4.1)$$

この最弱リンク説による式は各リンクの強度の分布函数が同じであると考えているが、この考え方を若干拡張して図-6・(b) のような二重のリンクよりなる鎖について、(4.1) 式と同様にその並数を求めてみる。前節の実験より定数 m は亀裂長さが同一であれば角度によつては変わらないと考えて、 k_i 個よりなる i 番目のグループのうちの強度が x を越える確率を表わす式として

$$F_{k_i}(x) = e^{-\alpha_i x^m} \quad (4.2)$$

を用いると

$$X = \left(\frac{m-1}{m} \right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n k_i \alpha_i + \dots + k_n \alpha_n} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (4.3)$$

を得る。上式で $k_1 = k_2 = \dots = k_n = 1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = \alpha$ とおけば (4.1) 式に一致する。ここで定数 α_i を求めると、 $n = 1$ の強度を基準に考え、 $X_i = Y_i$ とおくことによつて (3.2) , (4.1) 式から

$$\alpha_i = \left(\frac{m-1}{m} \right)^m B^m e^{mAL_i} = \left(\frac{m-1}{m} \right)^m B^m e^{mA l_i \cos \theta_i} \quad (4.4)$$

を得る。これを (4.3) 式に代入すると

$$X = \left(\frac{m-1}{m} \right)^{\frac{1}{m}} \left\{ \sum_{i=1}^n k_i \exp(mA l_i \cos \theta_i) \right\}^{\frac{1}{m}} \quad (4.5)$$

を得る。一種類の角度の亀裂をもつ場合は次式となる。

$$X = B \left(\frac{m-1}{m} \right)^{\frac{1}{m}} \exp(-A l \cos \theta) \quad (4.6)$$

4.2 亀裂数と強度の関係……すでに、強度の確率分布として正規分布を仮定して亀裂数と強度の低下が傾向的によく一致することが報告されている。⁴⁾ X_1 , X_n をそれぞれ1個及び n 個の亀裂を含む供試体の強度とすると、強度低下は (4.1) 式を用いて $X_n/X_1 = \left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{m}}$ と計算され

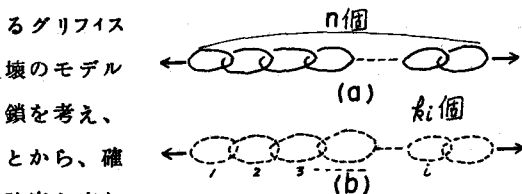


図-6 破壊の確率モデル

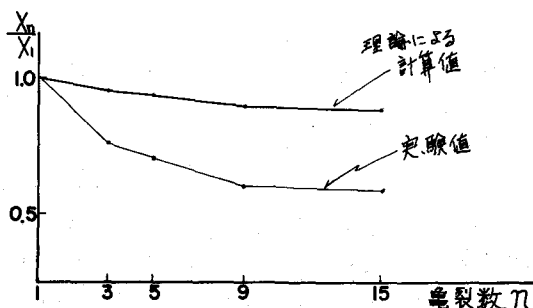


図-7 亀裂数と強度の低下

る。計算値と今回の実験値を図-7に示す。実験値の方が強度低下が大きい。

4.3 総投影亀裂長さが同一の場合、亀裂数が強度に与える影響……亀裂の投影長さ、あるいは代数和によって強度が定まるという考え方では図-8のような2つの場合の強度の相違を説明出来ないが、不連続度数の増加によって内部欠陥と応力集中個所の一致する確率が増加するということから強度が低下すると指摘されている。⁴⁾ このことについては(4.6)式を用いて次のように説明することが出来る。図-8, (a), (b)の強度をそれぞれ X_i, X_n とすると

$$\frac{X_i}{X_n} = n^{\frac{1}{m}} e^{-(n-1)A\sigma C_{\sigma 0} \theta} \geq 1 \quad (4.7)$$

従って、亀裂数も強度低下に大きく影響する。

4.4 考察……亀裂数の増加による強度の低下についてはWeibull分布では傾向的によく合わないようである。この分布函数は、今回の実験に用いた亀裂と比べて非常に小さい、あらゆる方向のグリフィスクラックを考えているからであろう。単一亀裂の場合、その投影長さと強度との間の関係が実験的に得られたが、複数の場合にも同じような傾向が実験的にみとめられた。亀裂の角度、長さ、数を一

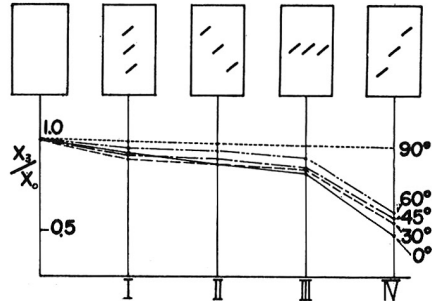


図-9 配列の相違による強度低下

定とした4種の配列による強度の相違を図-9に示す。ここにおいても、投影長さの一番小さいCase Iが強度は最も大きい。一軸圧縮試験による典型的な破壊の例を写真に示す。この例からわかるように、Case Iの破壊はすべての亀裂が連結して破壊しなければならないが、他の場合は少なくとも1つの亀裂が破壊すればよい。従って各々の場合の強度の分布にWeibull分布を用いれば次のように考察される。平均値 E と並数 X が等しいとし、平均値の確率は $1/2$ であることを利用すれば

$$(E_I/E_{II})^{\frac{1}{m}} = \sqrt[1-2^{\frac{1}{n}}(1-\frac{1}{n})]{1} > 1, \quad (n \geq 2), \quad (4.8)$$

となる。従ってCase Iが他より強度が大きいことになる。II~IVの強度の相違は剪断破壊の影響の大小によるものと考えられるが更に検討しなければならない。

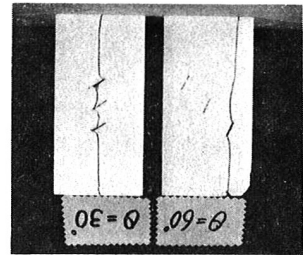


写真 破壊の例

4.5 あとがき……実際の岩盤の破壊機構を明らかにするには、更にランダムな亀裂の場合の破壊について検討する必要があると思われる。本実験は、昭和43年度文部省科学研究費(一般研究C)の補助を受けたことを付記し、又実験を行うにあたっては技官石見政男、平形一夫、学生橋爪欣弥の諸氏の助力を得たことを記し感謝する。

1) Weibull, W.: "A Statistical Theory of Materials" Ing. Vestenskaps Akad. Handl. No. 151 (1929)

2) 上野五郎: 岩石の曲げ強さによる統計学的研究、材料試験、9、423-427 (1960).

3) 同上: 圧裂法による岩石の引張強さに関する統計学的研究、同上、428-432 (1960).

4) 林 正夫: 不連続な節理面の強度特性-極値分布理論の導入-第2回岩盤力学シンポジウム講演概要 (1963).

The Influence of Cracks on the Uniaxial Compressive Strength

Masao Satake (Tohoku Univ. Sendai)

Hisataka Tano (" ")

Abstract

This paper reports an experimental study by plaster specimens with cracks of many kinds under the uniaxial compression test. Angles, lengths and arrangements of cracks were changed regularly, using about 1000 specimens.

Main results of this study are as follows:

Case of a single crack:

The results of experiments by specimens of a single crack with various crack-angles show that the coefficient of uniformity in Weibull's distribution is almost constant as shown in Table 3, and that the strength of the specimens decreases as the crack-angle (θ) decreases (see Fig-2) and crack-length (ℓ) increases (see Fig-4). Fig-5 represents that $\log Y$ (Y : strength of specimen) and a parameter $L (= \ell \cos \theta)$ are connected linearly, from which we get the Equ. (3.2).

Case of arranged cracks

The decrease of strength of specimens depends not only on the parameter but also on the arrangement of cracks, as shown in Fig-9. In the case IV of this Fig, the strength of specimen minimum, which seems an effect of shear fracture. The difference of strengths between in Case I and in other cases of the Fig. are analyzed in a statistical consideration.