

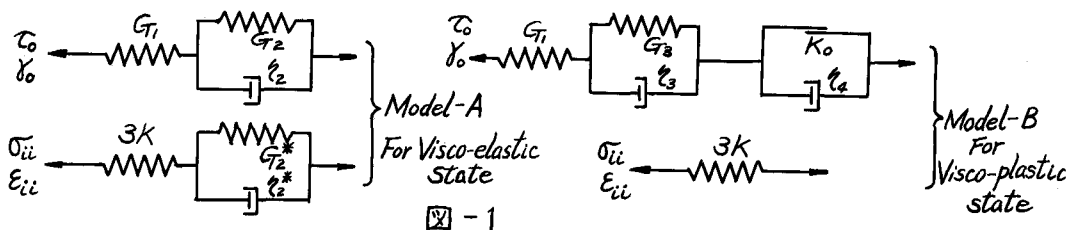
1. はしがき

トンネルのような地下構造物の力学的解析においては、地盤に存在している初期応力分布を知ることが要求されるが、それを推定する方法は理論的にも、また実験的にもまだ確定的な方法がないようである。筆者らはこのような現状を考え、ここに地盤、特に岩盤内部に存在する初期応力分布を理論的に推定することを試みた。地盤材料は粘弾性を示すものと仮定し、筆者らが先に求めた岩塩に対する Spring, dashpot および slider を組み合わせた Rheological model を用いたが、定性的にはこの model が他の種類の岩に対しても適用されると仮定した。また一方問題を単純にするために岩盤内の Tectonic force を無視した。したがってここに得られた結果は地山が比較的平坦な堆積岩から成る場合に妥当と思われる。

堆積岩は徐々に形成されるものであり、したがってその Overburden pressure はきわめてゆるやかに増加し、その最終値すなわち現在の応力状態に達しているが、ここに示す理論解においては Overburden pressure は一度に載荷されたものとして取りあつかう。しかし現在の地形が形成されてからの時間を考慮すれば初期条件の差はあまり最終結果に影響をおよぼさないものと思われる。

2. 応力-歪み-時間関係式

岩塩に対しては実験結果を考慮すれば図-1に示すような Rheological model が妥当である。これらの model は材料の八面体せん断応力と八面体せん断歪み、および平均応力と平均歪みの関係を表わす。また八面体せん断応力が、ある材料によつて定まる特定の値より大きくなる場合、材料は、Visco-plastic flow することを示している。



これらの model から Visco-elastic の範囲において歪みは次のように表わされる。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{S_{ij}}{2G_1} + \frac{1}{2\eta_2} e^{-\frac{G_2}{\eta_2} t} \int e^{\frac{G_2}{\eta_2} t} S_{ij} dt + \frac{\sigma_{KK}}{9K} \delta_{ij} + \frac{\delta_{ij}}{3\eta_2^*} e^{-\frac{G_2^*}{\eta_2^*} t} \int e^{\frac{G_2^*}{\eta_2^*} t} \sigma_{KK} dt \quad \text{----- (1)}$$

ここで S_{ij} は偏差応力を示す。一方 Visco-plastic の範囲において歪み速度は次のように表わされる。

$$\frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = \frac{1}{2G_1} \frac{dS_{ij}}{dt} + \frac{\delta_{ij}}{9K} \frac{d\sigma_{KK}}{dt} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\eta_4} \left(1 - \frac{K_0}{\tau_0} \right) + \frac{1}{\eta_3} \right\} S_{ij} - \frac{G_3}{2\eta_3^* \tau_0} e^{-\frac{G_3}{\eta_3^*} t} \int \tau_0 e^{\frac{G_3}{\eta_3^*} t} dt \quad \text{----- (2)}$$

ここで τ_0 は八面体応力を示す。

3. 岩盤内部の応力分布

岩盤内の任意の位置における垂直応力としては Overburden pressure を取ると仮定すると図-2において

$$\sigma_3 = \sigma_0 = \rho H \quad \text{----- (3)}$$

と表わされる。ここで ρ は岩盤材料の密度を表わす。いまTectonic forceは作用していないものと仮定すれば、図-2において $\sigma_1 = \sigma_2$ が成立する。地下岩盤内では水平方向の歪みは存在しないので、今もし深さ H が比較的浅い場合、すなわちOverburden pressureが小さくVisco-elasticの範囲内にあれば(1)式に $\epsilon_L = 0$ を代入して

$$\sigma_L = A e^{-\lambda_1 t} + B e^{-\lambda_2 t} + \gamma \sigma_0 / \beta^2 \quad \text{----- (4)}$$

と求まる。ここで $\lambda_1, \lambda_2, \gamma$ および β は図-1のmodel-Aの定数によつて表わされ

る岩盤材料によつて求まる定数である。AおよびBは積分定数であり、初期条件より決定される。初期条件としては $\sigma_L = \{\nu/(1-\nu)\} \sigma_0$ を与えるべきであるが、応力速度に対しては $\dot{\sigma}_L = 0$ としてもよい。 λ_1 と λ_2 が正の実数であることを考慮すれば時間も非常に大きい場合、すなわち現在地盤に存在している水平応力は

$$\sigma_L = \gamma \sigma_0 / \beta^2 \quad \text{----- (5)}$$

として求まる。今もし深さ H が非常に大きい場合、すなわちOverburden pressureが大きく材料がVisco-plasticの範囲内にある場合には、(2)式に $d\epsilon_L/dt = 0$ を代入して、

$$\sigma_L = C e^{-\lambda_3 t} + D e^{-\lambda_4 t} + c \sigma_0 / b^2 \quad \text{----- (6)}$$

となる。ここで λ_3, λ_4, c および b は図-1のmodel-Bの定数のみの関数である。CおよびDは初期条件によつて求められる積分定数である。いま(6)式において時間を非常に大きく取つた極限において水平応力は次のように表わされる。

$$\sigma_L = \sigma_0 - 3K_0/\sqrt{2} \quad \text{----- (7)}$$

これが現在岩盤内部に存在している水平応力と考えられる。しかし材料の力学的性質によつては(7)式に示す応力状態が、時間も無限に大きくない場合でも現われることがある。この場合には、その後さらに時間が経過するとVisco-elasticの範囲に入るので、(1)式の応力-歪み-時間関係式にしたがつて水平応力 σ_L は増大することになる。その計算結果は次式のようになる。

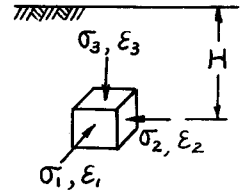
$$\sigma_L = \sigma_0 - \frac{3K_0}{\sqrt{2}(G_1 + G_2)} \left(G_2 + G_1 e^{-\frac{G_1 + G_2}{\tau_2} t} \right) \quad \text{----- (8)}$$

(8)式の時間 t は水平応力が(7)式のようなつた時を基準にして計算される。今(8)式において時間を無限に大きくした場合、すなわち現在の岩盤内の水平応力は

$$\sigma_L = \sigma_0 - 3G_2 K_0 / \sqrt{2} (G_1 + G_2) \quad \text{----- (9)}$$

と表わされる。

以上、異つた状態において求められた水平応力を図示すれば図-3のようになる。この図においてO Aは垂直応力と水平応力の等しい場合、すなわち水圧分布である。O B CとO Aとでかこまれる範囲の応力状態は岩盤内に存在しないわけであるが材料によつてはO B CとO Aとが一致する場合も想像される。また何らかのTectonic forceにより、岩盤内の応力状態がこの範囲に入れば、非常に安定な状態となる。O B CとO D Eとの間では岩盤はVisco-elasticの性質を示し、ある深さにおける垂直応力を一定とすれば、水平応力は徐々に増加して最終的にはO B Cに達する。D EとD Fの間はVisco-plasticの範囲であり σ_0 を一定に保つなら σ_L は比較的急激に増加してD Eに達する。先にも述べたように材料によつてD Eが最終応力となる場合、または水平応力がさらにVisco-



$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_L$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_L = 0$$

図-2

elastic の範囲で増大して B C に達する場合とがある。

なお図-3 において O A より上の範囲においても以上述べたと同様に考えて理論式の誘導が可能であり、その結果は O A に対して対称となる。そしてある深さにおける応力状態は常に $\sigma_0 = \text{const}$ の線上を水圧状態に近づくように変化する。しかし、もし Tectonic force が存在しない場合応力状態は O B C より上の範囲には入らないと考えられる。

4. 室内実験

先に求めた岩盤内部の応力状態に関する理論式を実験的に確かめるために岩塩を用いて三軸圧縮試験を試みた。この試験機は三軸のそれぞれの圧力あるいは変位を調節できるものであり、試料は 5 inch の立方体とした。地下と類似の応力状態を再現するために垂直応力 σ_v を作用させ、その時の水平変位が零となるように水平応力 σ_h を調節した。その実験結果を σ_v と σ_h の関係として図-4 に示す。この実験において垂直応力を約 5000 psi まで増加させ次に減少させた。この実験では水平応力を調節することが非常に困難なので、Serata の提案する Transition test を種々の岩石に対して行つた。これは地下と類似の応力状態を再現させるために岩石を鋼製の厚肉円筒の中に入れ、軸方向に圧縮応力 σ_v を作用させる。この時の横方向の拘束応力 σ_h は鋼の歪みとして Strain gage によつて求められる。もち論この場合鋼の変位によつて ϵ_h は正確に零ではないが非常に小さいとして地下の応力状態に近似的に等しいと考えられる。

Dahir はこの Transition test によつて岩塩の Visco-elastic および Visco-plastic の範囲における応力状態の変化を求めた。その結果を彼の論文から転載して図-5 に示す。彼の行つた実験では、垂直応力 σ_v を各載荷の状態において 1.5 時間一定としてその間の水平応力 σ_h の変化が求められた。図-5 より明らかなように水平応力 σ_h は時間と共に変化し、水圧応力に近づく傾向が認められる。しかしこの岩塩の場合は水圧応力近傍に応力変化の生じない範囲が存在するようである。

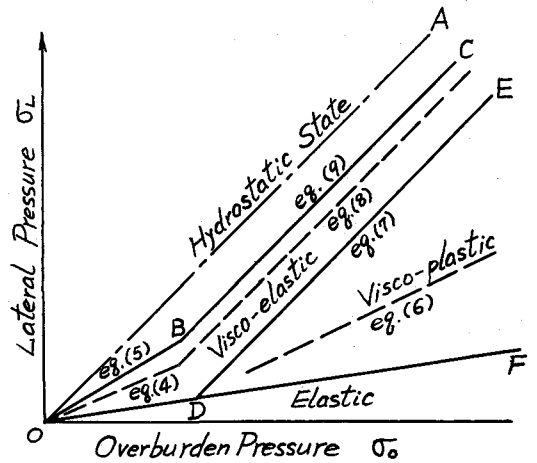


図-3

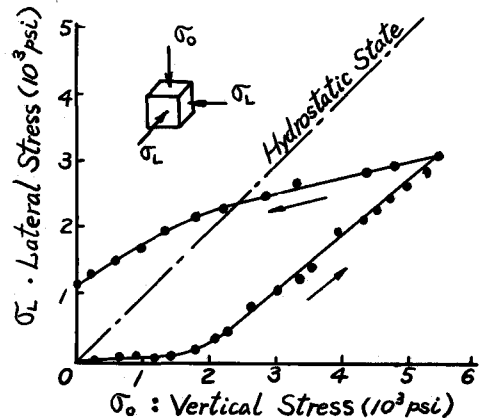


図-4

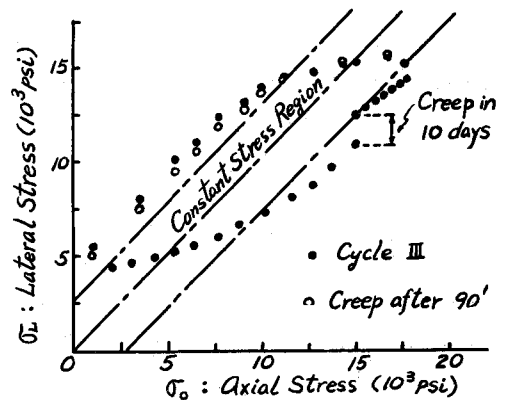


図-5

5. 多層岩盤内の応力分布

以上における考察は岩盤が単一の材料から成る場合であるが、一般に岩盤は多くの異つた岩石が層をなして存在していると考えられる。しかしその場合にも先に述べた理論式を組合せることにより各層の応力分布を求めることができる。すなわち各層の材料の力学的性質を実験によつて求められたとすれば、それぞれの材料に対して図-3のように垂直応力と水平応力の関係を図示することができる。それらの図を重ね合せ、その層に対する Overburden pressure を横軸に取れば、それに対応する水平応力が縦軸に求まる。この関係を図示したのが図-6である。

この研究は NSF の援助によりミシガン州立大学において行われたものである。

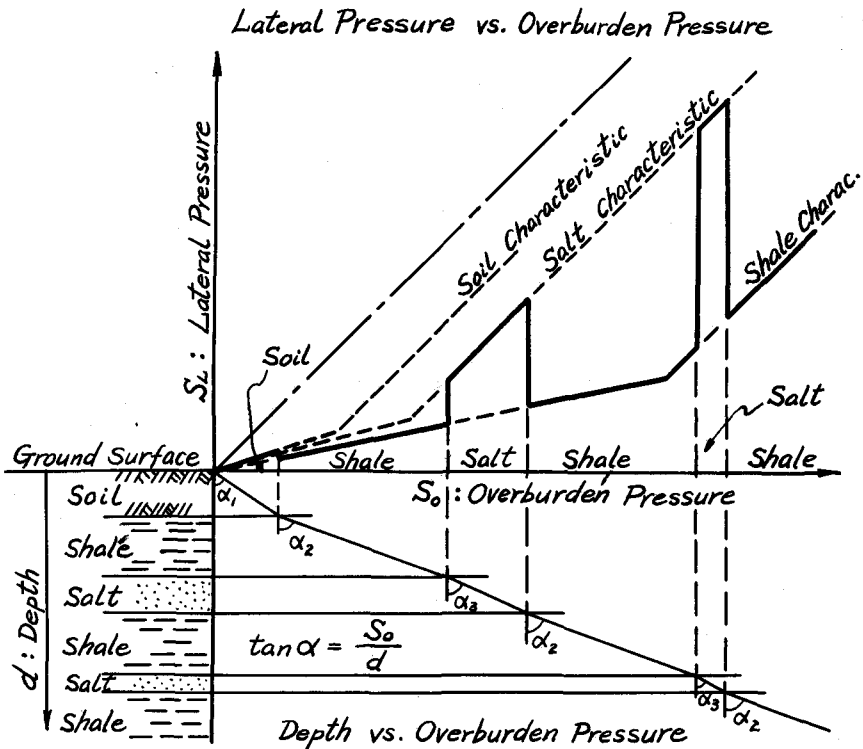


図 - 6

References:

- S. Serata, "Transition from Elastic to Plastic State of Rocks under Triaxial Compression." 4th Symposium on Rock Mechanics held at the Pennsylvania State University, April, 1961.
- A.G. Dahir, "Continuous Medium Analysis of Elastic, Plastic and Viscoelastic Behaviour of a Model Salt Cavity," Ph.D. dissertation submitted to Dept. of Applied Mechanics, Michigan State University, East Lansing, Michigan, 1964.

Estimation of Initially Existing Stress Fields in
Underground Formations

By Shunsuke Sakurai
Shosei Serata

The study of underground structures such as tunnels, storage cavities or any other form of opening, requires that natural state of stress which exists in the underground should first be understood. The purpose of this paper is to develop mathematical equations to describe the state of stress in the underground based upon the constitutive equations which were verified by the triaxial compression creep tests conducted on rock salt. The constitutive equations might be applied for other general types of rock rather than rock salt. The effect of tectonic pressure of the earth is disregarded, while the vertical stress in the underground is assumed to be equal to the overburden pressure. This means that the surface of the underground analyzed here are assumed to be rather flat.

The present stress condition is assumed to be the result of a sudden application of the overburden pressure to the formation which took place millions of years ago. Although this assumption may not be entirely accurate, it should not affect the present stress condition. Whatever the past history of the formation may be, the time lapse to the present is long enough to assure a stable equilibrium of the state of stress in the formation.

The overburden pressure is assumed to be independent of time while the lateral stresses have changed with time. No change in lateral strain is also assumed in the process of stress adjustment in the formation.

In order to verify the mathematical equations derived here, the triaxial compression test on a cubic specimen of rock salt was conducted in the laboratory, using the Absolute Triaxial Testing machine which was developed in Michigan State University. The lateral stresses were adjusted to create a state of no lateral strain while the vertical stress was increased, so that the testing condition was quite similar to the underground. Since there were some difficulties in the test to control the lateral stresses, the so-called transition test which was first introduced by Serata was also conducted on various types of rock. A cylindrical specimen of a testing material was encased in a thick-walled steel cylinder so that the cylinder restricts the lateral expansion of the specimen while the specimen is compressed from an axial direction. The magnitudes of the lateral stresses created by the strain restriction were measured by strain gages mounted on the steel cylinder.

Dahir tried to develop the transition test to study the stress relaxation in rock salt of the underground condition.

The good agreement obtained between those experimental results and the theory indicates a possible application of the theory for determination of the underground stress field. Based upon the principles given here, it is also possible to calculate the state of stresses in mixed layers of the underground.

The results presented here have been obtained at the Geomechanics Laboratory of Michigan State University. The authors acknowledges the National Science Foundation for their support of this study.