

目 次

1. 緒言	5. 流体圧効果－多孔性 媒質における場の方程式
2. 応力－歪特性の表現	5・1 力学系
2・1 変形特性－実験データ	5・2 場の方程式
2・2 応力－歪特性の基本仮定	5・3 半無限多孔性媒質 表面の集中荷重
2・3 処女荷重と繰返し荷重 とにおけるヤング率の差	6. 不安定性論－大きい 変形の力学
2・4 履歴現象	6・1 大変形の場の方程式
2・5 残留歪	6・2 地層の褶曲論
2・6 弾性部分の分離	7. 結語
3. 非直線性－粒状媒質の理論	
4. 孔隙効果－多孔性媒質の理論	
4・1 応力，歪の記載	
4・2 応力－歪関係式	
4・3 乾燥状態の圧縮率	
4・4 含水飽和状態の圧縮率	

1. 緒言

岩石力学の当面する基本的問題の一つは、与えられた外力に対する岩盤或いは地盤の変形応答をどのように推定するかということであると思われる。よく知られているように、岩石・岩盤の変形特性は、単純な弾性変形ではなく、非直線性、残留歪、履歴、クリープ等々の諸現象を併せ持っている。このため外力の作用の仕方に応じて夫々異なった変形挙動を示すことが多い。例えば変形実験で求められる静的ヤング率と弾性波速度から求められる動的ヤング率とが一般に一致しないということはこの特性の顕著な一例である。従って限られた条件の下における実験資料から、或る特定の応力下における変形応答を正確に推定することは極めて難しい問題となっている。この困難さは、多分に、もともと弾性変形ではない変形応答に対して、弾性体の変形応答を近似的に等置させ、岩石の変形を表わすのに弾性体の定数をもってしていることに由来するものである。従って、もし、岩石の複雑な応力-ヒズミ特性が統一的に表現されて、その応力-ヒズミ特性に基づく場の方程式が導かれるならば、変形応答の推定という問題は、その場を記述するに必要な定数を実験的に決めてやればよいという問題に還元されるであろう。

以上のような観点から、この小論では、岩石の変形に関する力学理論を体系的に考えてみたいと思う。

先づ応力-歪関係式について、(1) 非直線性・残留歪・履歴等を包含する統一的表現およびそのメカニズムの考察、(2) 非直線性に対する粒状媒質の理論、(3) 孔隙効果に対する多孔性媒質理論の考察を行う。次に場の方程式として(1) 多孔性媒質理論における応力場の構成、および孔隙内流体圧の影響を考察し、(2) 大きな変形における不安定性の問題を考察してみたいと思う。変形理論としては更にクリープの問題があり、又破壊現象を変形理論から解明しようとする問題があるが、別の機会に考えてみたいと思う。

2. 応力-歪特性の統一的表現¹⁾

岩石変形の応力-歪曲線は、よく知られているように、¹⁻⁵⁾ 非直線的であり、外部応力を解放しても歪は残り、所謂残留歪が生じ、往復荷重に対して一般に往と復とで異なった曲線を辿り、所謂履歴現象を示し、又時間と共に変形が進行し、所謂クリープ現象を示す。

或る外力に対する実際の変形応答は、これらの諸特性が複雑に組み合わさったものと考えられる。岩石の応力-歪特性が一般にこれらの諸特性からどのように構成されているのか、又これらの諸特性を包含する応力-歪特性の統一的表現はどのような形式になるのか、ということ調べてみる。

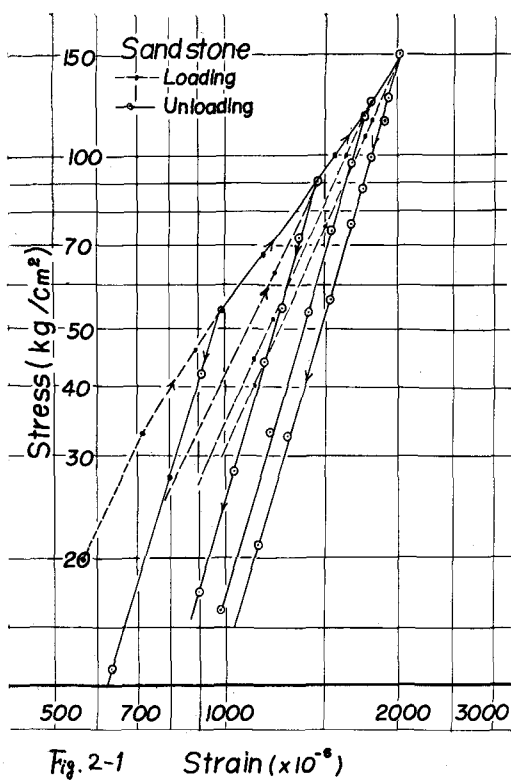
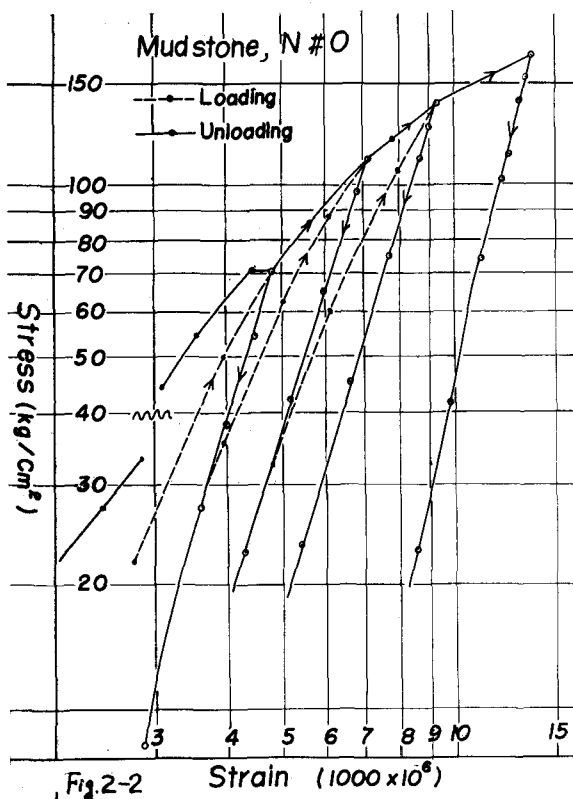
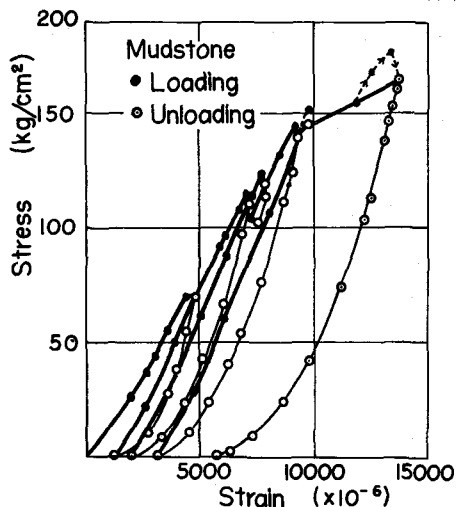
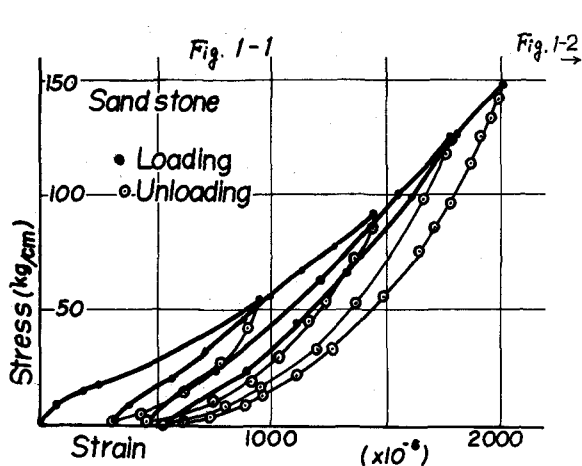
2・1 変形特性-実験データ

先づ実験データをみてみよう。第一図に砂岩泥岩に対する応力-歪特性の例を示す。残留歪を分離するために各荷重レベルから元へ戻しながら次第に加荷重を増すというサイクルを行なったものである。見事な履歴現象が現われている。第3図は残留歪と応力との関係を示した例である。極く初期の荷重から残留歪が発生している。応力-歪曲線の非直線性を明瞭にするために、第1図を両対数表現で表わしたものが第2図である。抜荷重曲線は直線となり、又加荷重曲線も直線に近くな

る。

このような応力-歪特性を求める実験の途上において、変形が時間と共に変わるという所謂クリープ現象が現われる。第4図はその一例であり、点線部分は急速な加荷重によって応力が一旦増大し、次第に歪の増大と共に応力も減じ或る定常状態に落着いたことを表わしている。又、クリープ現象は低応力レベルでは目立たないが、降伏領域に入ってくるると大きくなって来るという傾向があった。

このような変形における弾性部分の吟味のために、弾性波速度の測定も同時に行ったが、弾性波



速度の応力による変化も履歴現象を示している。(第5図)

これらの変形特性を統一的に説明するメカニズムを以下考えてみる。

2・2 応力-歪特性に対する基本仮定

先づ最初の加荷重から残留歪が発生してゆくことから(Fig.

3), 弾性歪と永久歪が共存するものと考えられる次に繰り返し荷重に対して履歴現象があることから(Fig.1, 2), 荷重の加わる方向に応じて符号の変わる所謂静摩擦の存在が予想される。3番目に, 応力-歪曲線が対数表現で直線になりやすいことから(Fig. 2), 非直線性は巾函数で表現されると考えられる。以上の大凡の見当から, これらの因子を組み合わせることで応力-歪特性の統一的表現を構成することを試み, それから変形の諸性質がうまく導かれるかどうか調べてみる。

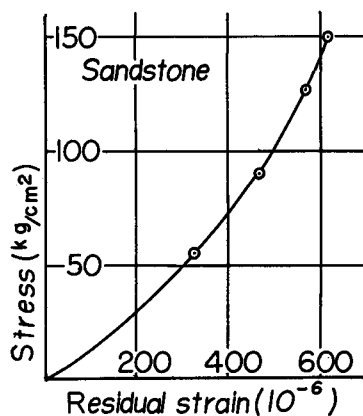
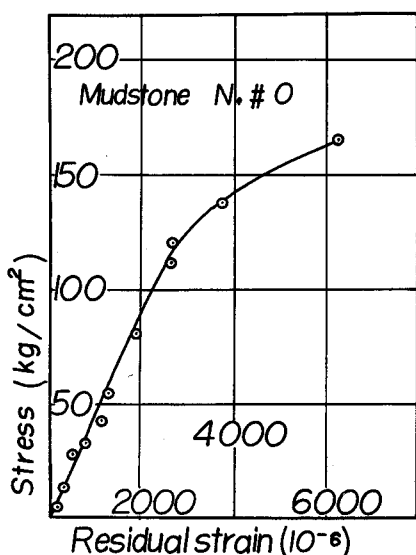
時間に関するクリープ現象の取り扱いとは別の機会にゆずることとし, 先づ定常状態に落ち着いた変形のみを取り上げることにする。

先づ応力-歪関係の基本仮定を次のように設定する。

- (I) 全歪 ε は弾性歪 ε_e と永久歪 ε_p との和で表わされる。
- (II) 永久歪は処女荷重に対しては単調増加を示し, 繰り返し荷重に対しては一定に保たれる。
- (III) 全応力 σ は弾性歪による応力と静摩擦による応力 R_0 との和で表わされる。
- (IV) 弾性歪による応力は弾性歪の巾函数で表わされる。

これらの仮定を数式で表現すると次のようになる。

$$(I) \quad \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p,$$



← Fig. 3-2

↑ Fig. 3-1

Fig. 4

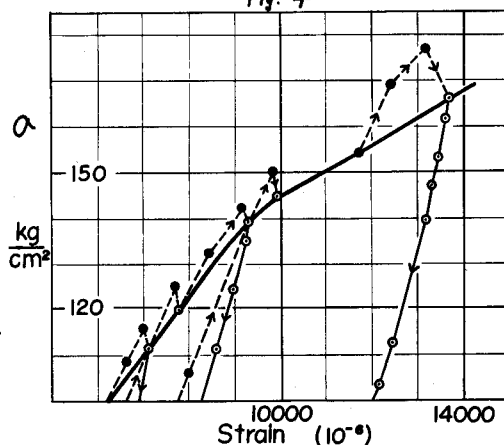
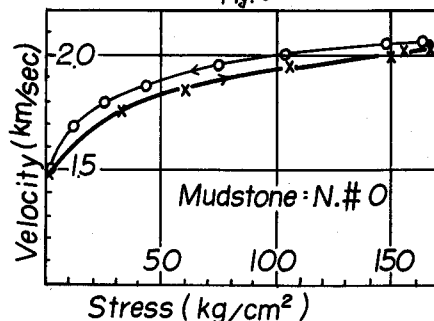


Fig. 5



$$\begin{aligned} \text{II)} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} &\neq 0 \quad (\text{処女荷重に対して}) \\ &= 0 \quad (\text{繰返し荷重に対して}) \\ \text{(III, IV)} \quad \sigma &= A\varepsilon_e^\mu \pm R(\sigma) \quad \begin{matrix} (+ \text{ 加荷重} \\ - \text{ 抜荷重} \end{matrix} \\ & \quad (A, \mu \text{ は常数}) \end{aligned}$$

これらの式 I ~ IV から、応力-歪特性の諸性質がいかに導かれるか調べてみる。

2・3 処女荷重と繰返し荷重におけるヤング率の差

(I)を微分すると

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial \sigma} + \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \sigma} \quad (1)$$

となる。夫々の偏微分はヤング率の定義に従って $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = 1/E^0$, $\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial \sigma} = 1/E^+$, $\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \sigma} = 1/E^P$, となり, (E^0 , E^+ , E^P は夫々処女荷重の接線ヤング率, 弾性歪の接線ヤング率, 永久歪の接線ヤング率) (1)は

$$\frac{1}{E^0} = \frac{1}{E^+} + \frac{1}{E^P} \quad (2)$$

となる。すなわち処女荷重曲線の接線ヤング率は、弾性歪の接線ヤング率と永久歪の接線ヤング率との調和平均で表わされることを示す。

Fig.6

繰返し荷重に対しては仮定 II) により, 永久歪は不変であるから (1) 式は

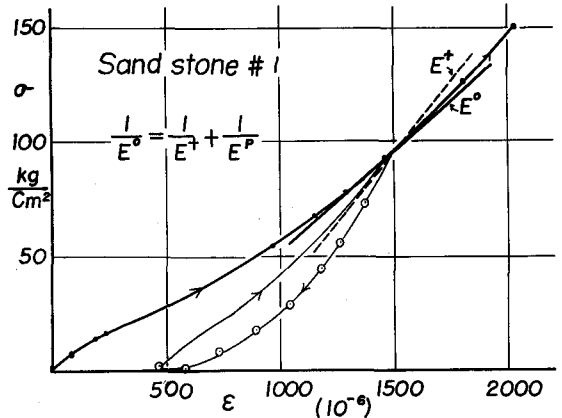
$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial \sigma} = \frac{1}{E^+} \quad (3)$$

となる。すなわち, 繰返し荷重の接線ヤング率は弾性歪のみで決まることを示す。

従って弾性歪と永久歪とが共存するという仮定 (I) は, 単に残留歪を説明するためのものではなく, 処女荷重曲線の勾配と繰返し荷重曲線の勾配との差をも説明するものである。

(Fig. 6). (2) 式は直列バネに等価の関係式

になっているので, これから僅かの永久歪の共存によって E^0 の値が容易に小さくなることが理解される。



2・4 履歴現象

応力-歪曲線の履歴現象が静摩擦現象で表現されることをみてみる。先づ静摩擦現象を復習する。摩擦のある面上に置かれ, 或る固定点にバネで結合された物体に力を加えて移動させる場合の力 F と変位 u との関係をもてみる (Fig. 7-1, Fig. 8)。

外力 F が静摩擦力 F_0 より小さい間は物体は移動せず, 従って変位は 0 で, 摩擦面に摩擦力 F_f が生ずるだけである。その摩擦力の方向は加わった外力と逆方向である。変位曲線 (Fig. 7-1) では OA で表わされる。次に外力が静摩擦力 F_0 より大きくなると, 物体は移動し始める。簡単のために, バネによる変位は外力に比例するものとする。すなわち, この範囲では外力は摩擦力 F_0 。

とバネによる復元力 ku (k : バネ常数, u 変位) の和に釣合っている (Fig. 7-1 の曲線上 AB の部分に相当する。

OP はバネのみによる力と変位との直線を示す)。次に外力の増加を停止させ次第に小さくしてゆくと、物体は停止

したまゝで、摩擦力は次第に減少し、やがて逆向きになる。バネによって原位置へ戻されようとするからである。(Fig. 7-1, BPC 間)。更に外力が小さくなると、バネによる復元力が外力と摩擦力に打ち勝って物体は逆方向に移動してゆく (Fig. 7-1, CD 間)。外力が 0 となると (D 点) 物体の移動は止まる。そこではバネの復元力と摩擦力が釣り合っている。これから更に物体を原位置に戻すためには、逆向きの力を加えねばならない ($D \rightarrow Q$ 間)。 D 点から再び外力を加えると、物

体は止ったまゝで再び摩擦力が次第に逆向きに作用するようになり、力-変位曲線は $D \rightarrow E$ 部分を辿る。

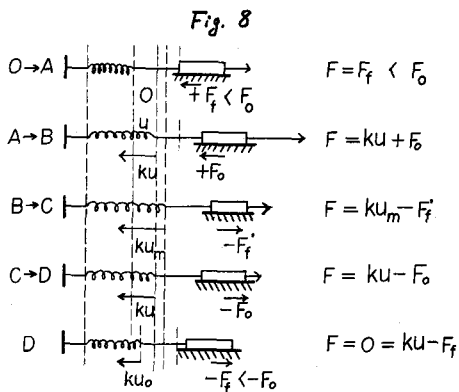
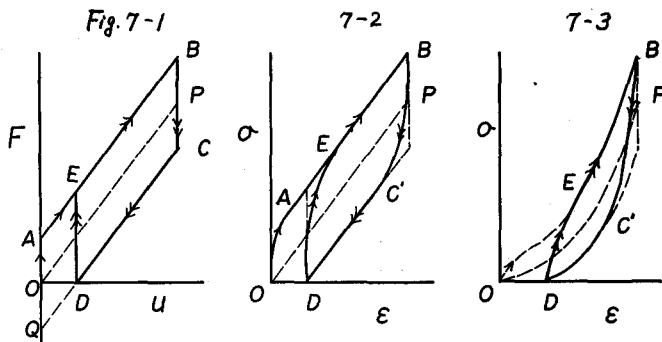
以上のような経過によって、力-変位曲線は (Fig. 7-1) 最初の往は $OAEB$ を辿り、戻りは $BPCD$ を辿り、二回目の往は DEB を辿ることになり、所謂履歴曲線が得られる。その力-変位関係の表現は、往と復とで符号の異なる摩擦力 $\pm F_0$ によって、 $F = ku \pm F_0$ の形で表わされる。

次に岩石の変形における応力-歪曲線においてもこれに対応した静摩擦力が作用するものと考えられる。すなわち、力には応力が、変位には歪が対応するものと考えられる。すると、応力-歪曲線は Fig. 7-2, 7-3 のようになる。前例では摩擦力が静摩擦力 F_0 を越えない間は変位が 0 であるとしたが変形においては摩擦力に応じて歪も同時に発生すると考えることは自然であろう。というのは静摩擦もそのメカニズムに立ち入って考えれば一種の弾性因子と考えることが出来るであろうから。そのように考えると $\sigma \sim \epsilon$ 曲線は Fig. 7-2 の実線で示したようになる。

更にバネに対応する弾性のメカニズムが非直線を示すとすると、その $\sigma \sim \epsilon$ 履歴曲線は Fig. 7-3 に示すようになる。

Fig. 7-3 の $\sigma \sim \epsilon$ 曲線は岩石変形の曲線 (Fig. 1) に非常に似た形となっている。すなわち抜荷重過程においては $\sigma \sim \epsilon$ 曲線の勾配が最初急峻で、次第にゆるやかになること、加荷重過程においても又初め急で次第にゆるやかになるという特徴がよく出ている。

以上の考察から履歴現象は静摩擦によって説明され、又その $\sigma \sim \epsilon$ 曲線の曲り方の特徴は弾性部分の非直線性によって説明されることになる。



2・5 残留歪

静摩擦が存在するとすると、外部応力が解放されても、摩擦力に対抗する歪が残留することになる。従って、通常の変形実験において荷重を0に戻して求められる残留歪 (Fig. 3) は、基本的仮定 (Ⅱ) による永久歪と、静摩擦による残留歪との和になっていると考えられる。

2・6 弾性歪の分離

$\sigma \sim \varepsilon$ の履歴曲線が仮定 (Ⅲ, Ⅳ) によって

$$\sigma = A \varepsilon_e^\mu \pm R(\sigma)$$

で表わされると、弾性部分、静摩擦部分は夫々加荷重曲線 $\sigma^+ \sim \varepsilon$ と、抜荷重曲線 $\sigma^- \sim \varepsilon$ との和或いは差で夫々表わされることになる。

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(\sigma^+ + \sigma^-) = A \varepsilon_e^\mu \\ \frac{1}{2}(\sigma^+ - \sigma^-) = R(\sigma) \end{cases}$$

このように弾性部分が分離されるとすると、弾性部分の非直線性の機構、弾性部分の応力レベルによる変化、殊に降伏領域へ入ってからの弾性部分の役割等について、より立ち入った考察が行われ得るようになるであろう。

以上述べて来たように、岩石変形の応力-歪関係について2・2のような基本的仮定を設けることによって、その変形特性が非常に良く統一的に説明されるようである。数学的表現が与えられるということは今後構成因子の定量的解明にも資するであろう。

3. 非直線性-粒状媒質の理論⁶⁻⁸⁾

弾性球を詰合わせた媒質の弾性について所謂粒状媒質理論が展開されて来ている。この理論は応力-歪特性の非直線性をうまく説明する。又規則正しい配列を考えると異方性が導かれる。

弾性球の詰合わされた媒質にある外力が作用した場合を考えると、媒質全体としての歪は、構成要素である弾性球同志の相対変位によって

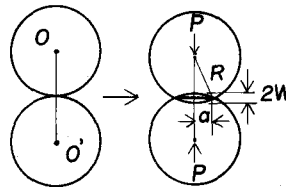
生ずると考えられる。相接する弾性球に圧縮力が作用すると、夫々の球の中心の相対変位は、接触のし始めには点接触状態に近いので、僅かの外力でも大きな相対変位をもたらす。接触変形が進むと次第に接触面が広くなり、相対変位の増分

の割合は小さくなる。従って外力に対する粒子間の相対変位は直線的関係ではなく、外力の増加に伴い次第に硬くなるという非直線性を示すことになる。この間の関係式は弾性論の接触変形論で与えられている。第9図のような弾性球の中心線の方にPなる圧縮力が作用した場合を考え、その相対変位量を2wとすると、wとPとの関係は、半無限弾性体表面に円板状荷重が加えられた場合の荷重Pと沈下量との関係とに等しく、よく知られているようにwはPに比例し円の半径aに逆比例する。

$$w \propto P/a \cdot E$$

相対変位wが増すと共に接触面積が増加するがwとaとの関係は幾何学的にwの二次の項を省略して

Fig. 9



$$W \propto P/aE$$

$$W \equiv a^2/2R$$

$$\therefore R^2 = a^2 + (R - W)^2$$

$$\therefore P \propto aEW \propto W^{3/2}E$$

$$\text{or } W \propto P^{2/3}$$

$w \propto a/2R$ と与えられる。従って接触円の半径 a は $\sqrt{w}$ に比例することになるから、結局 P は $w^{3/2}$ に比例することになる。或いは w は $P^{2/3}$ に比例するとも表現される。

一般の接触問題においても、相対変位 w は P に比例する形式に表わされる。その比例係数が接触面積の函数となっている。従って、その接触面積が w と共に変化することによって、非直線性が生じている訳である。

粒状媒質の力学系は次のような過程で構成される。先づ構成粒子間の変形による弾性ポテンシャルを計算し、それから応力-歪関係式を導く。すなわち、先づ1対の接触粒子を取出し、微小な力 δF による粒子間の相対変形 δu に要する仕事 δW を計算し、次にそれを粒子全体について加算し、それを歪成分 e_i の二次形式で表現する。これが弾性ポテンシャル U である。それを歪成分で微分すると応力 (τ_i) -歪関係式が求められる。すなわち

$$\delta W = (\delta F \cdot \delta u) = k(\delta u \cdot \delta u), \tag{6}$$

$$U = A \sum \delta W = \frac{1}{2} C_{ij} e_i e_j, \tag{7}$$

$$\tau_i = \partial U / \partial e_i = C_{ij} e_j. \tag{8}$$

第8式は一般的なフックの法則であり、 C_{ij} が弾性係数である。 C_{ij} は粒子の接触変形機構を表わす k から求められる。従って上式にて明らかなように、粒状媒質理論は構成要素としては弾状球に限られることなく一般の接触機構に対して成立するものである。

砂岩、頁岩などの堆積岩や、地表近くに存在する花崗岩、珪岩等々は生成過程や褶曲断層等の構造運動や風化等々様々な要因で有限の孔隙を有し、又大小様々な割目が発達している。砂岩における構成粒子間の接触変形機構、頁岩における葉面に沿う接触変形機構、火成岩類の微小なクラックに沿う接触変形機構等を考えてみると、それらは弾性球接触機構に限られることなく様々な形式をとっているであろう。それらについて応力と変位との関係を調べてみたものが第1表である。いずれも全歪は

応力の巾形式で表現される。その巾指数が接触機構によって異なっている。従ってこの巾指数を手懸りにして、弾性変形の機構、接触面における塑性状態への移行等の分析が可能になるかではないかと思われる。

Type of Contact	3 Dimensional Contact			2 Dimensional Contact		
	Flat-end Cylinder	Sphere	Cone	Plate	Cylinder	Wedge
Differential Elastic Coefficient $C_{ij} \propto$	p^0	$p^{1/3}$	$p^{1/2}$	p^0	$p^{1/2}$	$p^{1/2}$
Total Strain $\epsilon \propto$	p^1	$p^{2/3}$	$p^{1/2}$	p^1	$p^{1/2}$	$p^{1/2}$
Elastic wave velocity $\propto$	p^0	$p^{1/6}$	$p^{1/4}$	p^0	$p^{1/4}$	$p^{1/4}$

Table 1. Relation of Contact mechanism and stress dependency of deformation characteristics in the granular media.

4. 孔隙効果-多孔性媒質理論^{9, 10)}

岩石の変形が金属のそれと異なる最も大きな因子の一つは、岩石には孔隙・割目等が存在することであると思われる。この孔隙の影響を真正面から取上げたものが多孔性媒質理論であって、それは弾性論や塑性論に匹敵する一つの力学体系を形成している。

多孔性媒質とは任意の形状の孔隙を持った固体であって、その孔隙はすべて流通し、自由に流体が出入り出来るようになっているものを考える。たゞし流体と固体との化学変化は無いものと仮定する。

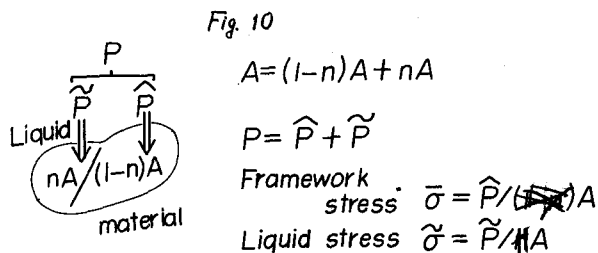
多孔性媒質理論はこのような媒質の、全体としての応力-歪関係式が、構成物質、含有流体の弾性や孔隙率等によってどのように構成されるか、含水状態と乾燥状態とで弾性がどのように変化するか、変形に伴う応力の場合、歪の場合はどのような方程式で記述されるか、又孔隙中の流体の運動、流体圧の影響を明らかにしようとする理論である。

孔隙効果は、孔隙の弾性の影響、孔隙率の影響、孔隙を満たす流体圧の影響という3因子から構成される。

4・1 応力・歪の記載

変形された多孔性媒質の応力状態は、全応力成分 σ 、骨組 (framework) 応力成分 $\tilde{\sigma}$ 、流体応力成分 $\tilde{\sigma}'$ によって記述される。全応力成分は媒質全体の応力を表現するものであり、骨組応力成分は骨組固体に分布した応力を表現するものであり、

流体応力成分は孔隙内を満たす流体の応力を表現するものである。全応力は骨組応力と流体応力とから成り立ち、和で表わされる場合が多い。(Fig.10 参照)



変形された多孔性媒質の歪の状態は、媒質全体としての歪を表現する全歪成分 ϵ 、骨組固体の歪を表現する骨組歪成分 ϵ_b 、媒質の構成物質の歪を表現する物質歪成分 ϵ_s 、孔隙の歪を表現する孔隙歪成分 ϵ_p 、流体の歪を表現する流体歪成分 ϵ_l 、によって記載される。全歪成分と骨組歪成分は、
・閉じた系・—すなわち変形に際して孔隙内において流体の流出入がない場合—では等しくなり、
・開いた系・—すなわち流体の流出入がある場合—では異なってくる。全歪成分は、骨組歪成分と流体歪成分との函数であり、骨組歪成分は物質歪成分と孔隙歪成分との函数である。

以下簡単のために、均質等方の媒質を考え、骨組固体は弾性体であり、流体の剛性率、粘性等は0であるとし、又微小変形の場合を考えることにする。勿論多孔性媒質理論としては異方性、粘弾性のある場合を取扱っている。

全容積、骨組固体、構成物質、孔隙、含有流体の体積を夫々 V, V_b, V_s, V_p, V_l とすると、全容積 (V) は骨組固体の容積 (V_b) に等しく、構成物質の体積 (V_s) と孔隙の体積 (V_p) の和に等しい。孔隙率 (n) は、孔隙体積と骨組固体容積の比で表わされる。すなわち

$$V_b = V_s + V_p, \quad n = V_p / V_b. \quad (9)$$

その他の術語、記号を第2表に示しておいた。

4・2 応力-歪関係式

均質等方媒質では、変形は体積変形と形状変形とに分離して記述され得る。多孔性媒質の体積変形についての応力-歪関係式がどのように表わされるかみてみる。媒質全体としての変形は、構成物質の変形と孔隙の変形とから構成される。従って多孔性媒質の応力-歪関係式を求めようとするとは全容積、構成物質、孔隙の夫々についての応力-歪関係式を明らかにすることに他ならない。

今、多孔性媒質の微小変形を考え、全応力増分 $d\sigma$ に対する全容積、構成物質、孔隙の体積変化を考える。全応力は骨組応力と流体応力との函数であるから、夫々の体積の全微分は骨組応力、流体応

	Stress		Strain		Volume	Elastic Coefficient	
	mean	deviatoric	mean	deviatoric		compressibility	shear-compliance
Total	σ	τ_{ij}	Θ	e_{ij}	V	C	γ
Framework	$\bar{\sigma}$	$\bar{\tau}_{ij}$	Θ_b	e_{ij}^b	V_b	C_b	γ_b
Solid Material			Θ_s	e_{ij}^s	V_s	C_s	γ_s
Pore			Θ_p	e_{ij}^p	V_p	C_p	γ_p
Liquid	$\tilde{\sigma}$		Θ_ℓ		V_ℓ	C_ℓ	

Table 2. Notations of stress and strain in porous media.

力の偏微分で表わされる。

$$\begin{cases} dV_b = \frac{\partial V_b}{\partial \sigma} d\bar{\sigma} + \frac{\partial V_b}{\partial \tau} d\tilde{\tau} \\ dV_s = \frac{\partial V_s}{\partial \sigma} d\bar{\sigma} + \frac{\partial V_s}{\partial \tau} d\tilde{\tau} \\ dV_p = \frac{\partial V_p}{\partial \sigma} d\bar{\sigma} + \frac{\partial V_p}{\partial \tau} d\tilde{\tau} \end{cases} \quad (10)$$

従って、弾性係数というものは増分体積と増分応力とを関係づける係数である故、弾性係数を求めるということは、これらの偏微分係数を決めることになる。先づ骨組固体の圧縮率 c_b は骨組応力による全体積の変化の割合で定義され、孔隙の圧縮率 c_p も骨組応力による孔隙体積の変化の割合で定義される。構成物質の圧縮率 c_s は流体圧力による物質体積の変化で定義される。

$$\begin{cases} C_b = \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma} \right)_{\tilde{\tau}=\text{const.}} \\ C_p = \frac{1}{V_p} \left(\frac{\partial V_p}{\partial \sigma} \right)_{\tilde{\tau}=\text{const.}} \\ C_s = \frac{1}{V_s} \left(\frac{\partial V_s}{\partial \sigma} \right)_{\bar{\sigma}=\text{const.}} \end{cases} \quad (11)$$

第10式の残りの偏微分係数は、2つの異なった特別の応力状態における変形を考察することによって求められる。すなわち流体圧を一定に保ったままで骨組応力のみを変化させた場合 ($d\tilde{\tau}=0, d\bar{\sigma} \neq 0$) と、骨組応力を一定に保ったままで流体圧を変化させた場合 ($d\bar{\sigma} \neq 0, d\tilde{\tau}=0$) を考える。又後者の条件下においては全容積、構成物質体積、孔隙体積の変化の割合が等しいという所謂相似律が成立するという仮定を付け加える。

$$\frac{dV_b}{V_b} = \frac{dV_s}{V_s} = \frac{dV_p}{V_p} \quad (d\tilde{\tau}=0) \quad (12)$$

このようにして第10式の偏微分係数がすべて定まり、多孔性媒質の体積変化に対する応力-歪関係式として次のような結果をうる。

$$\begin{cases} \Theta_b = dV_b/V_b = C_b d\bar{\sigma} + C_s d\tilde{\tau} \\ \Theta_s = dV_s/V_s = \frac{1}{(1-n)} (C_b - nC_p) d\bar{\sigma} + C_s d\tilde{\tau} \\ \Theta_p = dV_p/V_p = C_p d\bar{\sigma} + C_s d\tilde{\tau} \end{cases} \quad (13)$$

この関係式は構成要素の体積変化の割合が、骨組応力と流体応力とに依存し、その依存の仕方が構成要素の弾性係数と孔隙とに依存することを表現したものである。従ってこの関係式から幾つかの興味深い物理的な性質が導かれる。

4・3 乾燥状態の圧縮率

先づ乾燥状態において媒質全体としての圧縮率 c_b と構成要素の弾性係数との関係を調べてみる。

この問題は岩石の風化に伴う弾性の低下，又圧密，石化に伴う弾性の増大等の問題に関係する。

流体圧一定の条件下で骨組応力を変化させる場合 ($d\bar{\sigma} = 0$, $d\bar{\epsilon} = 0$) を考え，構成物質の体積変化について，弾性変形の積分法則が成り立つと仮定すると， dV_s/V_s について独立の関係式

$$dV_s/V_s = \frac{1}{(1-n)} c_s d\bar{\sigma} \quad (d\bar{\epsilon} = 0) \quad (66)$$

が得られ，その結果，乾燥時における圧縮率—すなわち骨組容積の圧縮率 c_b は，構成物質の圧縮率 c_s と孔隙の圧縮率に孔隙率 n を乗じたものとの和で表わされるという関係式をうる。すなわち，

$$c_b = c_s + n c_p \quad (67)$$

$n = 0$ の時は勿論 $c_b = c_s$ であるが， n の発達と共に c_b は大きくなり，圧縮され易くなり，又 c_p が大きくなると共に c_b は大きくなる。見かけ上 c_b は n の 1 次式で表わされるが孔隙圧縮率 c_p は孔隙周辺の風化やセメンテーションなどに関係して一般に孔隙率 n と共に変化する量と考えられ， c_p の n に対する依存関係は簡単ではないと思われる。

すなわち乾燥状態における媒質全体の弾性に対する孔隙の影響は孔隙率 n と，孔隙圧縮率 c_p との二つの因子で行われる。

4・4 含水飽和状態の圧縮率

閉じた系の含水飽和状態における圧縮率 c は全応力増加に対する全容積の変化の割合で定義され，閉じた系では全容積は骨組容積に等しい故，

$$dV_b/V_b = c d\bar{\sigma} \quad (68)$$

で与えられる。この $c d\bar{\sigma}$ に対する独立の関係式を 2 つ導くことによって $d\bar{\sigma}$ と $d\bar{\epsilon}$ に関する連立方程式を得，それを解いて含水飽和状態における圧縮率 c の表現を得る。

$$\begin{aligned} c &= \frac{n c_p (c_\ell - c_s) + (c_s - n c_p)}{n c_p - n (c_\ell - c_s)} \\ &= \frac{n c_b + c_s \delta}{n + \delta} \quad \left(\delta = \frac{c_b - c_s}{c_\ell - c_s} \right) \end{aligned} \quad (69)$$

この式は c が孔隙率 n ，流体，構成物質，孔隙，骨組固体夫々の圧縮 c_ℓ ， c_s ， c_p ， c_b の関数で表わされることを示しているものである。この式は Gassmann によって始めて導かれたものでその妥当性は岩石内を伝わる弾性波の速度が乾燥状態と含水飽和状態とで異なる様子を定量的に良く説明することによっても示されている。

5. 流体圧効果—多孔性媒質理論における場の方程式¹¹⁻²⁰⁾

岩石や地盤の変形，破壊において流体の存在が大きな影響を及ぼすことが実験的に知られている。この問題に関連して多孔性媒質の一部に外力が作用した場合，応力分布，変位分布はどう求められるか，それらに対して含有流体の流動および流体圧はいかなる影響を及ぼすかということを次にみてみる。これらは力学理論における場の問題である。

5・1 力学系¹¹⁾

場の方程式を求める前に，先づ多孔性媒質理論がいかなる力学系を成しているかを明らかにしておく。

先づ弾性論の場合を復習する。弾性論では変位の場合、応力の場合、歪の場合は夫々3ケの変位成分、6ケの応力成分、6ケの歪成分で記述される。ここで場というのは或る量が空間坐標の函数となっていることを意味する。これら未知数の合計は15ケであり、これらは次の3種の基本方程式群によって決められる。すなわち(A)応力成分に関する釣合の方程式(3ケ)、(B)歪を定義する変位と歪との関係を表わす幾何学方程式(6ケ)、(C) 応力-歪関係式(6ケ)の合計15ケの方程式によって、15ケの未知数が決定される。尚、(D) 歪の分離不可分の方程式-歪適合条件式-(6ケ)は(C)から導かれるが、これら方程式群の統制的役割を果たすことが出来る。

さて多孔性媒質では以上の他に、場の量として流体系が加わるため、変位成分として流体の変位3成分、流体圧力1成分、流体の圧縮歪1ケ、合計5ケの未知数が増加し、力学系としての未知数の合計は20ケとなる。これに対して(A) 釣合の方程式は3ケ、(B) 応力-歪関係式では流体圧に対する関係式が加わって7ケとなり、(C) 変位と歪との関係式では流体の圧縮に関するものが加わって7ケとなる。これらの方程式群の合計は17ケである。20ケの未知数の決定には未だ方程式が3ケ不足である。そこで、流体の流入量と流体圧力との関係を表わす所謂ダーシーの法則と呼ばれる関係式が3ケ、基本方程式群の仲間として登場することになる。これによって力学系が完成する。

このように、多孔性媒質理論は弾性論に匹敵する一つの完全な力学体系であって、その力学系は弾性論の方程式群とダーシーの方程式とを連立させたものである。(第3表参照)

多孔性媒質の応力-歪関係式は表の(C)に表わされるようになる。これは Biot が始めて導いたものであって、§4にて求めたものはこの逆形式-歪を応力で表わす形のものである。A, N, は骨組の弾性係数であり、Q, R, は骨組固体と流体との相互作用を表わす係数である。

Table 3. System of mechanics in porous media

Field Quantity		(III) Stress-strain relation
	Framework Liquid	
Displacement	$\bar{u} \quad \bar{v} \quad \bar{w}$ $U \quad V \quad W$	$\bar{\sigma}_{xx} = 2Ne_{xx} + Ae + Qe$ $\bar{\sigma}_{yy} = 2Ne_{yy} + Ae + Qe$ $\bar{\sigma}_{zz} = 2Ne_{zz} + Ae + Qe$
Stress	$\bar{\sigma}_{xx} \quad \bar{\sigma}_{yy} \quad \bar{\sigma}_{zz} \quad \bar{\sigma}_{xy} \quad \bar{\sigma}_{yz} \quad \bar{\sigma}_{zx}$ $\tilde{\sigma}$	$\bar{\sigma}_{xy} = Ne_{xy}$ $\bar{\sigma}_{yz} = Ne_{yz}$ $\bar{\sigma}_{zx} = Ne_{zx}$
Strain	$e_{xx} \quad e_{yy} \quad e_{zz} \quad e_{xy} \quad e_{yz} \quad e_{zx}$	$\tilde{\sigma} = Qe + Re$ ($e = e_{xx} + e_{yy} + e_{zz}$)
Basic Equations		(IV) Flow equations (Darcy's law)
(I) Equilibrium equations		
$\frac{\partial(\bar{\sigma}_{xx} + \tilde{\sigma})}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{xz}}{\partial z} = 0$ $\frac{\partial \bar{\sigma}_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\sigma}_{yy} + \tilde{\sigma})}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{yz}}{\partial z} = 0$ $\frac{\partial \bar{\sigma}_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\sigma}_{zz} + \tilde{\sigma})}{\partial z} = 0$		$\frac{\partial \tilde{\sigma}}{\partial x} = b \frac{\partial}{\partial t} (U - u)$ $\frac{\partial \tilde{\sigma}}{\partial y} = b \frac{\partial}{\partial t} (V - v)$ $\frac{\partial \tilde{\sigma}}{\partial z} = b \frac{\partial}{\partial t} (W - w)$
(II) Strain-Displacement relation		
$e_{xx} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}, \quad e_{yy} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}, \quad e_{zz} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial z}$ $e_{xy} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}, \quad e_{yz} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y}, \quad e_{zx} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ $e = \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial z}$		

5・2 場の方程式 ¹²⁻¹⁶⁾

変位の場合： 弾性論の場合と同様に，変位-歪関係式を応力-歪関係式に代入し，応力を変位の函数として表現し，それを釣合の方程式およびダーシーの方程式に代入すると変位に関する場の方程式が求められる。

$$\begin{cases} N \nabla^2 u + (P-N+Q) \operatorname{grad} e + (Q+R) \operatorname{grad} \epsilon = 0 \\ \operatorname{grad} (Qe + R\epsilon) = b \frac{\partial}{\partial t} (U - u) \end{cases} \quad (18)$$

応力の場合： 二次元問題においてはエアリーの応力函数を導入すると簡潔な形式で求められる。全応力に対してエアリー-応力函数を

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{xx} + \tilde{\sigma} = \partial^2 F / \partial y^2 \\ \bar{\sigma}_{yy} + \tilde{\sigma} = \partial^2 F / \partial x^2 \\ \bar{\sigma}_{xy} = -\partial^2 F / \partial x \partial y \end{cases} \quad (19)$$

と定義すると，応力に関する場の方程式として

$$\begin{cases} K \nabla^6 F = b \frac{\partial}{\partial t} \nabla^4 F \\ K \nabla^4 \tilde{\sigma} = b \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \tilde{\sigma} \end{cases} \quad (20)$$

という連立方程式を得る。エアリー函数 F ，流体応力 $\tilde{\sigma}$ について高次の方程式となるが，これらの解は夫々方程式

$$\begin{cases} \nabla^4 F_1 = 0, & K \nabla^2 F_2 = b \frac{\partial F_2}{\partial t} \\ \nabla^2 \tilde{\sigma}_1 = 0, & K \nabla^2 \tilde{\sigma}_2 = b \frac{\partial \tilde{\sigma}_2}{\partial t} \end{cases} \quad (21)$$

の解の和として表現される。すなわち，静弾性論における解 F_1 と拡散の解 F_2 との和で表わされる。

以上の変位の場合，応力の場合の連立方程式の一般解は Biot によって求められている。又その境界値問題もいくつか取扱われて来ているが，いずれも時間的に場の量に変化するために数学的に複雑な表現となる。

これらの変形の場合における流体の影響を簡潔に見通すために，極限の場合を考える。先づ変形の初期を考え未だ流体の流入出が極めて僅かで無視しうる場合を考える。これは所謂・閉じた系・である。流体の流入出が無視し得る故，ダーシーの方程式は不要となり，場は定常項のみで表現される。次に最終的狀態を考えると，そこでは流体は流入出を終了して流体圧の増分は 0 と考えられるので，これは所謂・開いた系・である。従って増分外力による増分応力はすべて骨組応力で受持たれることになり，これまた定常項のみで表現される。すなわち変形の始まりと終わりは簡単に解が求められることになる。流体圧は・閉じた系・で最も大きい故，変形の始まりにおいて最も大きく影響を及ぼすであろう。従って流体圧の影響の最大の見積りは可能となる。しかし，流体の流動に伴う変形の時間的変化については，面倒でも，複雑な解をきちんと数値計算を行わねばならない。

さて・閉じた系・での二次元応力場の方程式は

$$\nabla^4 F = 0, \quad \nabla^2 \tilde{\sigma} = 0$$

で与えられる。前者は弾性論の式と全く等しい。従って，・閉じた系・における多孔性媒質の全応力の表現は，弾性論における応力の表現と全く等しく求められる。

一方，全応力の流体応力への配分は応力-歪関係式から求められる。その配分の関係式を用いること

によって、流体圧が計算され、又骨組応力が計算される。

要約すると、流体で満たされた多孔性媒質が変形する場合、初期状態では全応力は骨組応力と流体圧力とに一定の割合で配分される。その量は静弾性論の解および応力配分の関係式から求められる。流体の流出と共に流体圧力が減少し、その分だけ骨組固体に応力がかゝって来る。この移行過程は複雑な数値計算によって求められる。なお、偏差応力分布は流体の影響を受けない。変形の最終状態では増分応力はすべて骨組で受持たれるようになり、その骨組応力は静弾性論の解と等しい。

5・3 多孔性媒質表面に働く集中荷重^{11,17-20)}

例として多孔性媒質の板の一端に集中荷重が働く場合 (Fig. 11) を考えてみる。弾性論の解はよく知られているように

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = -\frac{2P}{\pi} \frac{z^3}{(z^2+x^2)^2} \\ \sigma_x = -\frac{2P}{\pi} \frac{zx^2}{(z^2+x^2)^2} \\ \sigma_y = 0 \\ \tau_{zx} = -\frac{2P}{\pi} \frac{z^2x}{(z^2+x^2)^2} \\ \sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = -\frac{2}{3}\frac{P}{\pi} \frac{\cos\theta}{r} \\ \tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = \frac{P}{\pi} \frac{\cos\theta}{r} = \frac{P}{\pi} \frac{1}{d} \end{array} \right.$$

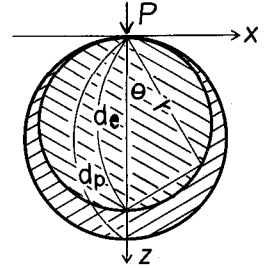


Fig. 11

で与えられる。これらの弾性論の解から多孔性媒質の解が次のように求まる。先づこの解は多孔性媒質の全応力分布を与えるものである。次に流体圧 $\tilde{p}$ は

$$\tilde{p} = \beta \sigma_m = -\frac{2}{3}\frac{P}{\pi} \beta \frac{\cos\theta}{r} \quad (\beta: \text{配分系数})$$

と求められる。骨組応力は、従って、 $\sigma - \tilde{p}$ で求められる。

次に表面集中荷重による塑性領域をみてみる。弾性限界としてクーロン・モアの内部摩擦条件

$$\tau_{max} \leq k + \sigma_m \tan\phi$$

が成り立つと仮定すると、弾性限界を越える領域は円形となり、その直径 d_e (Fig. 11 参照) は

$$d_e \leq \frac{P}{\pi} \frac{1 - \sin\phi}{k \cos\phi}$$

で与えられる。多孔性媒質の弾性限界として、骨組応力に対してこの内部摩擦条件式が成り立つものと仮定すると、限界条件式は

$$\bar{\tau}_{max} \leq k + (\sigma - \tilde{p}) \tan\phi$$

となる。弾性論の解を σ , $\bar{\tau}_{max}$ に代入し、上述の $\tilde{p}$ を代入すると、弾性限界を越える領域を表わす直径 d_p として

$$d_p \leq d_e \left\{ 1 + \frac{1}{3} \frac{\beta \sin 2\phi}{(1 - \sin\phi)} \right\}$$

という結果をうる。(Fig 11)

流体圧が発生するために骨組応力にかかる平均応力 $\bar{\sigma}_m$ が小さくなり、深い所まで弾性限界を越えることになる。第(11)式から明らかなように、多孔性媒質での弾性限界に対する内部摩擦条件の特徴として、次のようなことが表われる。流体圧が増加すると骨組みの受持つ平均応力が小さくなり従って滑り面に働く垂直応力が小さくなり、滑りを生ずるために必要な剪断応力は減少する。すなわち僅かな剪断応力で滑り始めるということになる。

6. 不安定性論—大きい変形の力学²¹⁻²⁴⁾

岩盤工学における安全性の問題では、いつも破壊現象の解明が望まれる。破壊の問題はこの小論のテーマとは別であるが、変形が微小変形から大きい変形へと移行する過程、および大きい変形の際の不安定性、挫屈の問題は岩石力学においても主要なテーマの一つであろう。殊に、破壊現象を変形理論から解明していこうとする過程には、この大変形の力学理論が大切な役割を占めるであろう。

大きな変形に伴う有限歪変形理論における場の理論については、Biot²¹⁾が非常に使い易い独自の理論を展開させて来たが、最近それらの体系が一つの著書にまとめられた。色々の条件下における大きい変形の場の性質が境界値問題として解かれている。これらの主な応用としては地質構造の力学過程が挙げられているが、岩盤工学においても今後の応用が期待されるであろう。

6・1 大変形の場の方程式²¹⁻²³⁾

具体例で説明する。薄い弾性板が粘性媒質の中にサンドイッチされている系を考え (Fig. 12), 弾性板に水平方向に圧縮力 P が作用した場合の板の変形を考えてみる。板の変形を表わす上下変位 w は或る近似の下で次の微分方程式で記述される。

$$\frac{1}{12} B h^3 \frac{d^4 w}{dx^4} + P h \frac{d^2 w}{dx^2} = -4 \eta l \frac{dw}{dt} \quad (30)$$

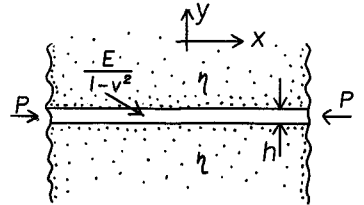


Fig. 12

ここで夫々の記号は板の曲げ弾性 B , 厚さ h , 圧縮力 P , 粘性 η , 波数 l , である。すなわち、大きい変形においては変位の場を表わす方程式は空間について4階の、時間について1階の偏微分から成る微分方程式となる。二次元弾性の微小応力場ではエアリー応力函数が4階の偏微分方程式を満たす形となっている。大きい変形となると、今度は変位が4階の偏微分として表われる訳である。なお更に進んだ近似では変位ポテンシャルについて4階の偏微分方程式となる。

時間に関する1階微分が登場して来たのは、板の変形に対する抵抗の1つとして、歪速度に比例する粘性抵抗が、変形の進む方向と逆向きに作用するという物理的仮定を設けたために生じて来たものである。一般に変形に際して、速度に比例する何らかの抵抗が作用するものとすれば時間微分の項が表われる訳である。この時間に関する1階微分の項が空間に関する4階微分と相俟って不安定性、挫屈をもたらす鍵因子となるものである。すなわち拡散の方程式

$$\nabla^2 F = A \frac{\partial F}{\partial t} \quad (31)$$

では不安定性は生ぜず、単調な時間的推移が起るだけであるが、方程式が一旦4階の微分方程式、

$$\nabla^4 F = A \frac{\partial F}{\partial t} \quad (32)$$

の形となると不安定性が発生して来る訳である。

6・2 地層の褶曲論²⁴⁾

空間に関する4階の偏微分方程式が1階の時間微分の項を含むことから、不安定性が発生する。

30式の解は

$$w = A e^{pt} \cos lx \quad (33)$$

の形で表わされる。従って p の正、負によって変形 w が指数函数的に増大、或いは減少することになる。従って指数 p は変形が進行するか或いは消滅するかという鍵を示すものである。この p は33式を

③式に代入することによって求まり、

$$p = \frac{1}{4\eta} (Phl - \frac{1}{12} Bh^3 l^3) \quad 84$$

という形をとる。従って l の大きい変形は消滅 ($p < 0$)、 l の小さい変形は増大する ($p > 0$)。

$l = \frac{2\pi}{L}$ (L : 波長) であるから、長い波長の変形は増大し、短い波長の変形は消滅してゆくことになる。その境界になる波長 L はオイラー波長と呼ばれ

$$L_e = \pi h \sqrt{\frac{E}{3(1-\nu^2)p}} \quad 85$$

で与えられる。

方程式 ③とその ③式は地質構造の褶曲の特徴を明らかにするのに応用される。③式で表わされる変形は次の二つの大切な特性を含んでいる。第 1 には変形の増巾度 ($A = e^{pt}$)、

すなわち、最初生じた或る波長の褶曲が時間と共に増大する係数の大きさの特性であり、第 2 には、増巾の選択性、すなわち増巾される波長の帯域巾の特性である。

選択性：或る時間 t における増巾度は波長 $L = \frac{2\pi}{l}$ の函数であり、Fig. 13 のように或る所で極大をもつ特性をもち、卓越波長というものが存在する。その選択度は $\Delta l / l_d$ (l_d : 卓越波数, Δl : $\frac{1}{2} Ad$ 卓越波長の増巾度)

$$\Delta l / l_d = 2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\log 2}{p_m t}} = \frac{1.36}{\sqrt{\log Ad}}$$

で与えられ、 $1/\sqrt{t}$ に比例して鋭くなる。又、変形の振巾 A_d が大きくなる程選択度は鋭くなる。すなわち時間が経つと共に或る特定の波長の褶曲だけが鋭く卓越して来るという性質をもっている。

増巾度：次に増巾度 Ad をみると、③式にみられるように t による増大の仕方は指数函数的である。従ってある時間が経つとその変形は非常に急速に発達することになる。これを Biot は爆発的褶曲 (explosive folding) と呼んだ。恐らく、破壊現象にここでつながってゆくのではあるまいか。

爆発的褶曲に至る迄に要する経過時間の算定は次式

$$t = \frac{1}{p_m} \log Ad, \quad p_m = \frac{1}{3} \frac{p}{\eta} \sqrt{\frac{p}{B}}, \quad B = \frac{E}{1-\nu^2} \quad 87$$

で行われ、 $Ad = 1000$ が目安とされている。

Biot はこの他粘性媒質にはさまれた粘性板の褶曲、半無限媒質の表面におかれた層の褶曲の問題又それらに対する異方性の影響、重力の場の影響等々を詳しく調べている。更に一般的な取り扱いについては Biot の著書を参照されたい。

7. 結語

以上岩石の変形に関する力学理論として、応力-歪関係式と場の方程式を取り上げ、主にその構成について小論を試みた。このような原理的問題だけを取り上げるのではなく具体的な問題についてのまとめ方もあるかと思われる。色々と御批判を頂ければ幸いである。

又岩石変形の力学理論としては、この小論では触れなかった異方性の問題、不均質性の問題、クリープの問題、履歴現象、永久歪等のメカニズムの問題、更に弾性波速度の問題、割目を満たす流体の化学的作用の影響の問題、そして更に降伏・破壊の問題等々がある。

岩石力学の途上には理論が実験にその打開を期待するもの、又逆に実験が理論にその打開を期待するものが互に相交り合っているかと思われる。今後の発展を待望して擲筆する。終わりにダム基礎岩盤の工学的取り扱いについて終始御教示を頂いて来た電力中央研究所増田秀夫氏に厚く謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 南雲昭三郎, 井波和夫, 岩石の変形における応力-ひずみ特性, 物理探鉱協会(1965) 秋季講演会講演.
- 2) 糟谷恵司, 斎藤和雄, 花崗岩試料の変形に関する試験結果について, 技術研究所報告土木・63010 (1963) 電力中央研究所.
- 3) K. Mogi, Deformations and fracture of rocks under confining pressure (2), elasticity and plasticity of some rocks. Bull. Earthq. Inst., Vol.43 (1965) p.349-379.
- 4) J. B. Walsh, The effect of cracks on the uniaxial elastic compression on rocks, Jour. Geophys. Res., Vol. 70 (1965) p.399-411.
- 5) N. G. W. Cook and K. Hodgson, Some detailed stress-strain curves for rock, Jour. Geophys. Res., Vol.70 (1965) p.2883-2888.
- 6) 南雲昭三郎, 粒状媒質の弾性Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, 物理探鉱, Vol. 15(1962) p. 65-71, p. 194-197, Vol. 16(1963) p.149-156.
- 7) H. Dersiewicz, "Mechanics of granular matter", Advances in Applied Mechanics, Vol.V (1958) p.233-306.
- 8) F. Gassmann, Elastic wave through packing of spheres, Geophysics, Vol. 16 (1951) p.673-685.
- 9) S. Nagumo, Effect of pore for deformation and failure of porous media, Bull. Earthq. Res. Inst., Vol.43 (1965) p.317-338.
- 10) F. Gassmann, Über der Elastizität poröser Medien, vierteljahrschrift der Naturforschenden Gesselstheft in Zürich, Vol.96 (1951) p.1-23. (電力中央研究所による邦訳あり)
- 11) 南雲昭三郎, 多孔性媒質の変形における流体圧の影響, 地震学会(1963) 秋季講演会講演.
- 12) M. A. Biot, General Theory of three-dimensional consolidation, Jour. Appl. Phys., Vol.12 (1941) p.155.
- 13) M. A. Biot, Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid, Jour. Appl. Phys., Vol. 26 (1955) p.182.
- 14) M. A. Biot, Theory of deformation of a porous visco-elastic anisotropic solid, Jour. Appl. Phys., Vol.27 (1956) p.459.
- 15) M. A. Biot, General solution of the equation of elasticity and consolidation for a porous material, Jour. Appl. Mech., Vol.76 (1956) p.91.
- 16) M. A. Biot, Mechanics of deformation and acoustic wave propagation in porous media, Jour. Appl. Phys., Vol.33 (1962) p.1482.
- 17) G. Paria, Axisymmetric consolidation for a porous elastic material containing a fluid, Jour. Math. and Phys., Vol.36 (1957) p.338-346.
- 18) G. Paria, Deformation of a porous visco-elastic body containing a fluid under steady pressures, Bull. Calcutta Math. Soc., Vol.50 (1958) p.71-76.
- 19) G. Paria, Deformation of porous transversely isotropic elastic material containing a fluid, Bull. Calcutta Math. Soc., Vol.50 (1958) p.169-179.
- 20) Hubbert and Rubey, Role of fluid pressure in mechanics of overthrust faulting, I, Geol. Soc. Amer. Bull., Vol.70 (1959) p.115-166.
- 21) M. A. Biot, "Mechanics of Incremental Deformations", New York, John Wiley of Sons Inc., 1965.
- 22) M. A. Biot, Folding of a layered visco-elastic medium derived from an exact stability theory of a continuum under initial stress, Quart. Appl. Math., Vol.17 (1959) p.185-204.
- 23) M. A. Biot, Internal buckling under initial stress in finite elasticity, Proc. Roy. Soc. A, Vol.273 (1963) p. 306-328.
- 24) M. A. Biot, Theory of folding of stratified visco-elastic media and its implication in tectonics and orogenesis, Geol. Soc. Amer. Bull., Vol.72 (1961) p.1595-1632.

On the theories of rock deformation

By Shozaburo NAGUMO, Earthq. Res. Inst., Tokyo Univ..

A consideration is made for the system of mechanics which describes the deformation of rocks. Taking up the basic principles of stress-strain relationship and field equation of deformation, their compositions are critically reviewed.

The stress-strain relationship is represented by such fundamental assumptions that (I) the permanent strain co-exists with elastic strain even from the beginning of loading, (II) the permanent strain is kept constant through the process of unloading and repeated loading, (III) the total stress is the sum of the stress due to elastic part and the stress due to static friction, (IV) elastic stress is represented by the power function of elastic strain. From these assumptions, various characteristics of stress-strain relations are derived, such as (1) difference of Young's modulus between virgin loading and repeated loading, (2) hysteresis, (3) residual strain, (4) non-linearity of stress-strain curve.

A mechanism of non-linearity of elastic deformation is derived from the theory of granular media.

The effects of pore for the deformation of rocks will be described by the theory of porous media. They are composed of the effect of pore frame elasticity, the effect of porosity and the effect of liquid pressure within pore.

The field equations of deformation in the liquid filled porous media are given by the simultaneous equations with respect to elastic equilibrium and liquid flow.

As for the treatment of large deformation of rocks, Biot's theory of incremental mechanics is introduced. It is pointed out that the fourth order differential equation with first order time differential term is the cause of instability of deformation.