

不連続な節理面の強度（極値分布理論の導入）

電力中央研究所 林 正 夫

要旨 節理が不連続に含まれている岩盤の巨視的な強度は未だその評価方法について考えられたことはなかったように思われる。ここでは不連続な節理の断続度数，隣接節理面の近接度，平行数などの要素が単純節理面としての初等力学的な評価をかなり割引かねばならぬことを約300ヶの比較試験により確かめたのち，各節理面ごとに主せん断ひずみのピークが表われることを特殊光弾性測定で確認したので，極値分布理論を導入してみたところ，強度の割り引きについて実験とは一致した。

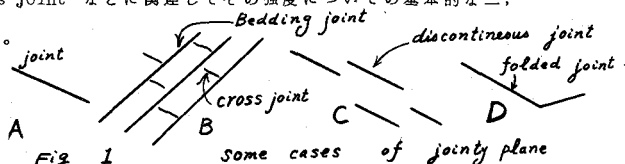
1. 不連続な節理面の種類 岩盤に節理が発達していることが安定を損なう一要因と考えられる。

図1のBの cross joint, cの discontinuous joint などに関連してその強度についての基本的な二，三の事項について，比較試験の結果をのべる。

2. 試験材料と節理の表現 脆性材料の特性

は石膏・硅藻土・水（重量比1：0.1：1.2）

の混合で表現できると前提し，節理面のせん断抵抗が周囲の材料よりいさゝしく小さいことと，節理面の変形性が周囲の材料のそれよりいさゝしく大きいことは マイクロワックスを塗布した洋紙（厚さ0.3mm）で表現できると仮定した。これらの力学的諸性質は表1にかゝげる。脆性材料の諸特性は一軸圧縮試験①および三軸圧縮試験②で定め，節理面の諸特性は傾斜節理面を含む一軸圧縮試験③，④，⑤，⑥より定めた。○の中の底は表2を対照されたい。（次頁）



3. 試験の種類

不連続な節理面の試験の

種類は（表2 参照）つ

ぎの3つである。

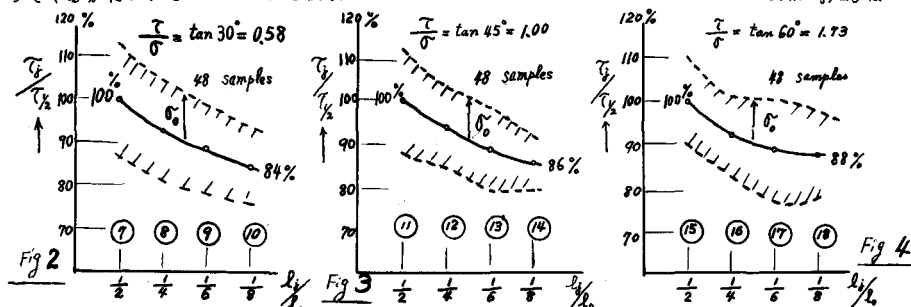
	粘着強度 (又は付着強度)	まさつ係数	弾性係数	一軸圧縮強度	圧裂強度
脆性材料	8.6%	0.75	13,700%	41%	8%
節理面	0.8%	0.45	1,320%		

表 - 1 試験の材料の力学的諸性質

- 断続性が強度に与える影響（表2の①～⑩，試験個数 144ヶ）
- 隣接節理面の近接度が強度に与える影響（表2の⑪～⑮，試験個数 96ヶ）
- 近接節理面の平行数が強度に与える影響（表2の⑯，⑰～⑲，試験個数 48ヶ）

4. 節理の断続性が強度に与える影響 （表2の ①～⑩）

節理面の総面積は等しいが節理面の断続度が異なる場合に，その節理を含む物体の強度が如何にかつてくるかについて 144ヶの試験をおこなった結果 図2，図3，図4を得た。横軸 l_1/l_0 は

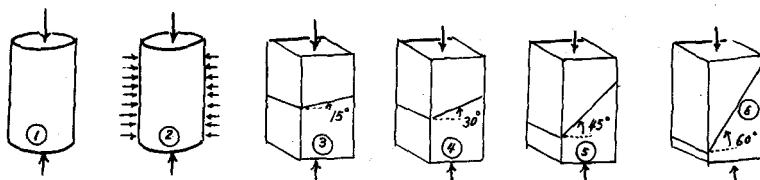


① 一軸試験

② 三軸試験

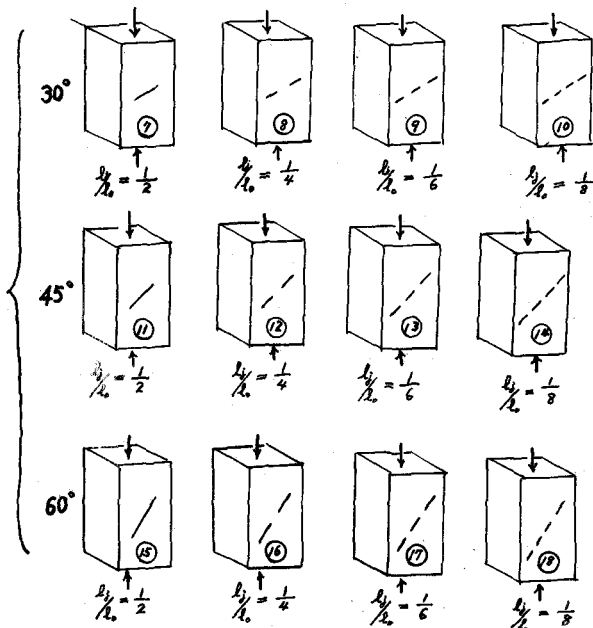
③~⑥ 節理面強度試験

(7.6mm×7.6mm×152mm)

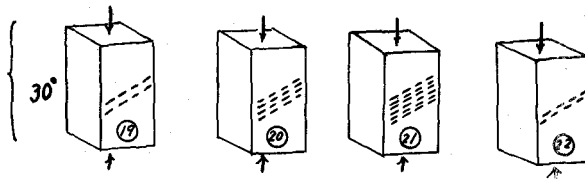


⑦~⑭ 断続性の影響

(節理面の面積の、節理面を含む平面の全面積に対する比率は $\frac{1}{2}$ で一定である)



⑮~⑳, ㉑ 平列数の影響



㉒~㉔ 隣接節理面の近接度の影響

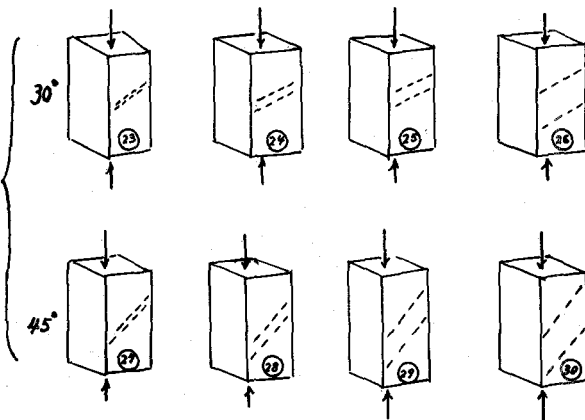


表 2 比較試験

図6のように個々の節理長 l_j の、節理面を含む全長 l_0 に対する比であり、断続性を示す指数となる。縦軸 $\tau_j/\tau_{j/2}$ は、断続した場合(たとえば⑧, ⑨, ⑩)のみかけの強度 τ_j (破壊荷重 P を節理面を含む斜め面積 $\frac{A}{\cos\theta}$ で除した値)の断続しない場合(たとえば⑦)のみかけの強度 $\tau_{j/2}$ に対する比率である。

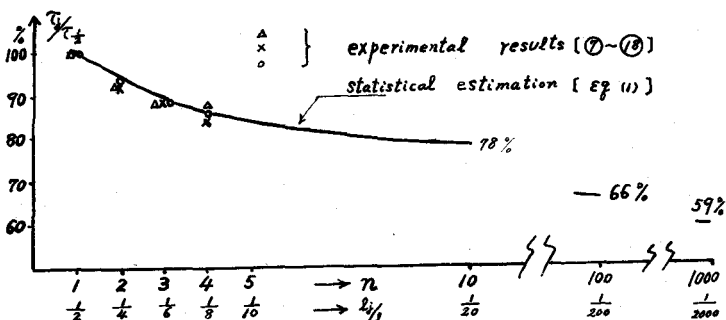


Fig 5

節理面の断続度数 n による強度低下の理論と実験結果の比較

4.1 断続度数が増える程、節理を含む面のみかけの強度は低下することが判った。

4.2 もし、節理面の観察にもとづいてみかけの強度を算出する場合には、断続度数の影響も考慮すべきであると思われる。

4.3 このように強度が低下する原因は、推計学における最小値分布におけるサンプルサイズの問題として、説明の糸口は把めるように思われる。

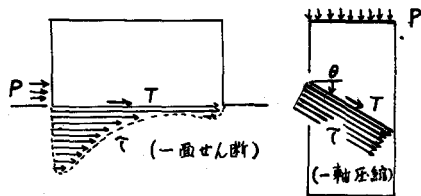


Fig 5'

せん断応力の分布のちがい

イズの問題として、説明の糸口は把めるように思われる。すなわち、一軸圧縮試験では(図5')せん断応力分布が一様に近いが(そのために一面せん断試験でなく一軸圧縮試験を用いた)写真でみられるように(弾塑性変形法による最大せん断ひずみ分布を示す写真)断続度数が増える程、最大せん断ひずみの出る度数も増え 換言すれば最小抵抗の出る度数も増えることが判ったので、単一の節理の強度 x の統計的な確率密度関数 $f(x)$ を近似的に正規分布とすると $f(x) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} e^{-(x-\tau_{j/2})^2/2\sigma_0^2}$ その強度が x になる確率 $P(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$, 断続度数 n なる節理面がそれらの個々の節理の中の最小強度でこの節理面全体の強度が支配されると前提すると、その最小強度の確率密度関数 $g_n(x)$ は $g_n(x) = n \cdot f(x) [1-P(x)]^{n-1}$ で、最小強度の最確値 τ_j は、 $\frac{d}{dx} g_n(x) = 0$ の解よりとめ、断続度数 n の関数として

$$\frac{\tau_j}{\tau_{j/2}} = 1 - \frac{\sigma_0}{\mu_0} (2 \log n)^{\frac{1}{2}} + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \frac{\{ \log(\log n) + \log 4\pi \}}{2 (2 \log n)^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (1)$$

となり、実験結果(図2, 3, 4)より単一节理面の場合の変動係数 $\frac{\sigma_0}{\mu_0}$ として0.12を上式に代入すると、図5が得られた。すなわち、図5より 節理面の断続度による強度低下の実験的な事実は推計学的な極値分布の理論によって説明しうることを見出すことが出来たように思われる。勿論、統計的な分布関数の型式および断続度が更に多い場合の実験的なデータの追加などは今後引きつづき研究を要する。この種の考え方は、巨大な節理性岩盤のglobalなせん断強度を評価しなければならない場合に(現地試験といえども局所的な評価の域を出ることが難しいので)一つの基本的な示唆となり得るかもしれない。



1.
主せん断ひずみ
は個々の節理ごと
にピークが発生す
る。



2.
60° 傾斜で、端
面近くの節理近傍で
もとくに、特異な応
力状態にはない。



3.
断続度数 2 で
 $\frac{\tau}{\sigma} = \tan \theta = \tan 30^\circ$
の場合



4.
断続度数 4 で
 $\frac{\tau}{\sigma} = \tan \theta = \tan 45^\circ$
の場合



5.
節理面に沿って主
せん断ひずみのピー
クが発生する。



6.
節理面間の主
せん断ひずみの
差はすくなく、
破壊しやすく、
節理と自由な側
面との間の主せ
ん断ひずみの差
は大きく破壊し
にくい。
(第8節参照)



7.
隣接節理との主せ
ん断ひずみコンター
の干涉。このひずみ
勾配の緩いところが
すべりやすい。



8.
6層の節理面の中
でも、主せん断ひず
みの大きいところで
結局こわれる。



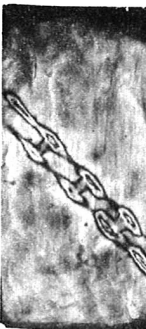
9.
最下層の節理
が最弱点となっ
ていることがこ
の種の光弾性測
定法で観察でき
る。



10.
千鳥の節理の配置
では、主せん断ひず
みコンターが干涉し
やすい。

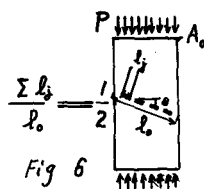


11.
近接度に関する試
験の一例
未だ干涉していな
い段階



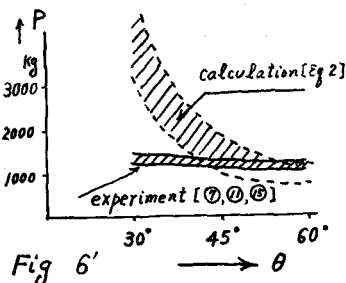
12.
近接度に関す
る試験の一例
相互に干涉し
だした様子が判
る。

4.4 つぎに単一節理面 (⑦, ⑩, ⑭) の強度が, クーロン摩擦と粘着力を組合せたつぎのような初等力学では説明し切れないで, 脆性材料の引張り強度が関係してくると思われるふしがあることを述べておこう。脆性材料実質部と節理面のまじり係数をそれぞれ $\tan \varphi_0$, $\tan \varphi_j$, 粘着強度と付着強度を τ_0 , τ_j , 節理面への平均せん断応力 τ の平均垂直圧力 σ に対する比が $\tan \theta$, 合応力の作用面積を A_0 , 合力の大きさ (すなわち耐荷力) を P とすると, 節理面の方向の力の釣り合いより, 次式であらわされる。



$$P = \frac{(\tau_j + \tau_0) A_0}{2 \left\{ \sin \theta - \frac{\cos \theta}{2} (\tan \varphi_j + \tan \varphi_0) \right\} \cos \theta} \dots \dots \dots (2)$$

筆者の実験した 表1 の材料特性の場合に式(2)のせん断まじり原理にもとづく計算値と実験を比較すると, 図 6' のようになる。計算値の方が変動領域が大きいのは影響因子 τ_j , τ_0 , $\tan \varphi_j$, $\tan \varphi_0$ のそれぞれの変動係数を variance law によって考慮したためである。



この図 6' より, $\theta = \tan^{-1} \frac{\tau}{\sigma}$ の小さい場合には, 単純な式 (2) の考え方はあてはまらず, 実験は, はるかに低い耐荷力しか有しないことになる。この理由として, 筆者は, 「節理端近傍のひずみ集中にもとづく principal shear diagonal に直交な方向, いわばせん断により発生する引張りひずみの方向が, 単軸圧縮による縦われの方向に近いために, 引張り破壊が刺激され全体として低い耐荷力になるもの」と考えている。すなわちこのことは, 考えている節理面に交叉する節理があるときは, 一面のすべり破壊の計算耐荷力よりは小さな値となることを暗示している。この種の交叉節理の強度については, 今後の研究課題となると思う。 [図 7]

5 隣接節理面の近接度が強度に与える影響 (表 2 の ⑬~⑯)

一平面内の節理にとまらず, その近くに略平行な節理が走っている場合に, 個々の節理面は独立と考えてよいのか, お互いに干渉し合うものなのかをその近接度 $\frac{h_j}{l_j}$ の関数として示したのが図 8, 図 9 である。縦軸には

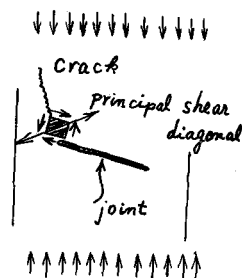


Fig 7 引張り破壊の誘発。

$h_j/l_j \div 3.0$ の場合の平均せん断強度 τ_{2gr} , τ_{gr} を基準とした場合の平均せん断強度 τ_j の百分率を示してある。これらの図から近接度に応じて, 単独節理面として評価した強度はさらに割り引きをしないてはならないことは明瞭である。その理論的な根拠の 1 つとしては, 節理面近傍のせん断安全率 S の分布の勾配が関係しているものと考えられる。 S の分布と実際の破壊の進行についての例証は第 8 節に述べる。実験的な根拠の 1 つとしては, 筆者がこの種の節理面のまわりの主せん断ひずみのコンターを求めるために試みに実施した。皮膜式光弾性法の結果 (写真) より干渉度をしらべることができる。

図 8, 図 9 より具体的な考察を一応引き出しておくと, 近接度が 0.37~0.5 程度とごく近接してくると, 単一面として評価した強度の 70~80% に低下してくることが判った。

6. 近接節理面の平行数が強度

に与える影響

表2の⑨～⑭のように節理面が近接して（近接度 $\frac{h_j}{l_j} = 1.0$ の場合）複数で平行している場合に、単列の場合⑨と比較してどのように強度が低下するかの一例をしめしたのが図10である。このように近接して節理面が多数である場合は、単一の場合の強度を割り引かなければならない。不連続な場合には、先づ、式(1)によって断続度数 n について割り引き、さらに、平行数 r について次式のような最小値理論を前提とした割り引きが考えられる。

$$\frac{\tau_j}{\tau_1} = 1 - \frac{\sigma_0}{\mu_0} \frac{(2 \log r)^{\frac{1}{2}}}{\mu_0} + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \frac{\{ \log(\log r) + \log 4\pi \}}{2(2 \log r)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (5)$$

この理論式と実験の結果の比較は図10にしめすように2～5%程度の差にすぎない。物理的にはさらに、近接度 $\frac{h_j}{l_j}$ を上式に導入すべきであるが今後の課題である。

7 ひどわれ性基盤の応力の伝播機構

の考察（統報）

第1回のシンポジウムで、題記のような不連続性基盤の力の伝わり方や変形状を求め

る場合には
7.1 ひどわれの平均区間 C そのものよりも上部構造より載荷巾 T との関係で応力の伝播状況がちがってくる（無次元パラメータ $\frac{C}{T}$ ）

7.2 ひどわれ面のせん断抵抗 τ_R と、基盤にかかる載荷圧 q の大小によって応力分布が不連続に変化するの、応力分布、変形状をもとめるためには、無次元パラメータ $\frac{\tau_R}{q}$ を導入すること。

7.3 モザイク状体の光弾性実験によっても上記の傾向がみとめられることなどをのべたが、その後の検討によってさらにつぎの事柄が考察されたので追報しておきたい。

7.4 上述のひどわれ面のせん断抵抗 τ_R は、より厳密には付着強度 τ_r と摩擦効果 $\sigma \cdot \tan \phi_r$ に分けて考えるべきかもしれず、その後者の摩擦効果がむしろ現実のひどわれ面の抵抗を形成していることの多い事実に着目して、摩擦効果だけの影響を検討し図11のような結果を得、付着抵抗がなくて

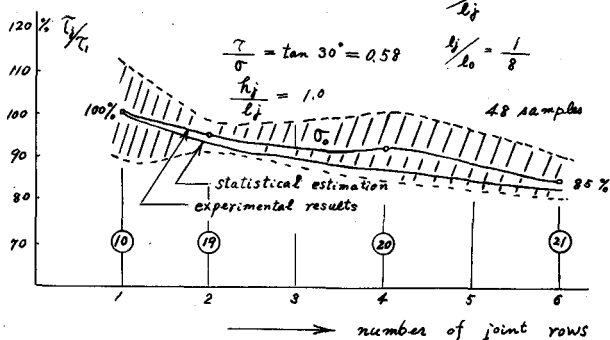
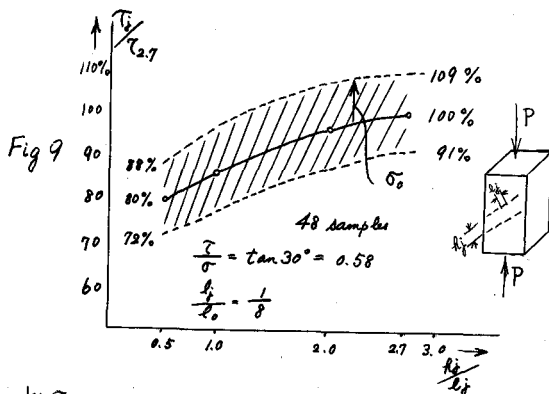
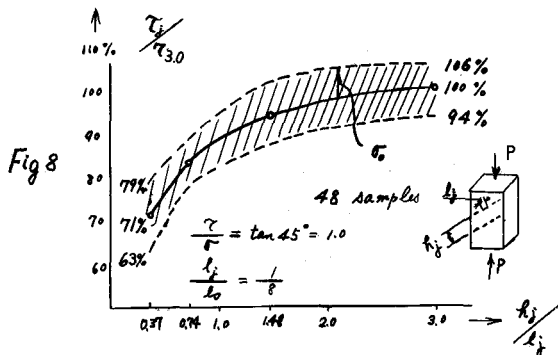
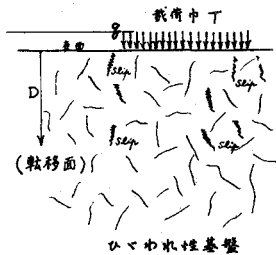
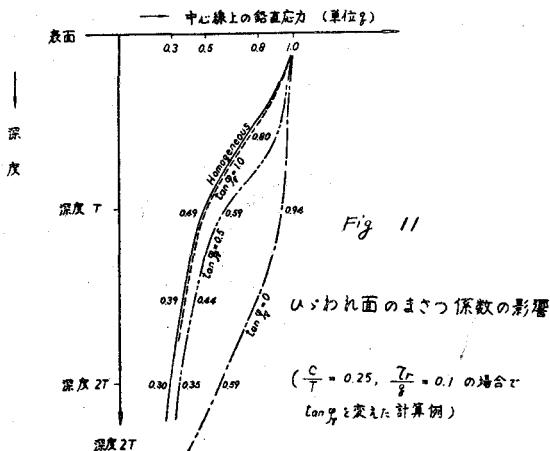


Fig 10 近接節理面の平行数による強度の低下

もある程度、深くなると、連続体の力学による結果にちかずく。(図13)

7.5 基盤表面から或る深さDまでは局所的な slip をおこす領域であり、その応力分布は近似的に複合バスカル分布、そのDより深くは連続体の力学を適用できる。この境界の深さDは $\frac{C}{T}$, $\frac{\tau_c}{q}$ の他に $\tan \varphi_r$ の関数でもある。(図14)

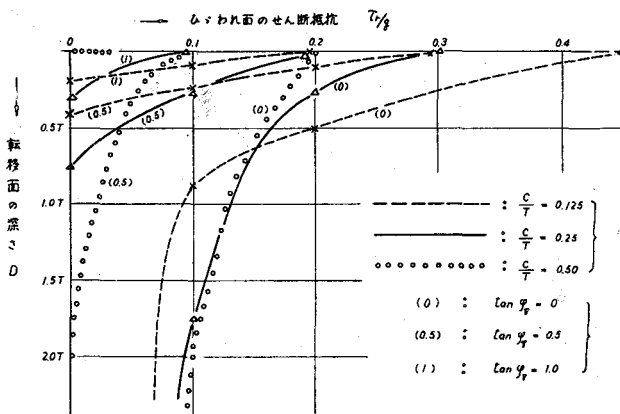
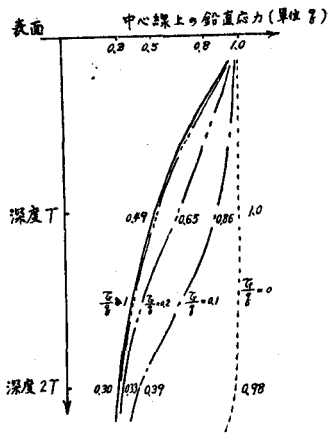


$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n C_i \left(\frac{z}{T} \right)^{2i-1}$$

$$\sigma_{xz} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{2i-1} \left[\theta_i + \sin \theta_i \cos \theta_i \right] \left(\frac{z}{T} \right)^{2i-2}$$

ひきわれ性基盤の力学模型

Fig 13



8. 弾性学的にもとめた基盤内のすべり安全率の分布と実際の破壊線の相関 (続報)

第1回のシンポジウムで、アーチダムの岩盤のように、岩盤内の部分的な破壊にも重大な関心を払わねばならず、かつ、巨大な岩盤で実際上部分的な補強工事しか行なえない場合には、基盤内部の各部分の各方向のすべり破壊安全率 $S = \frac{\tau_R + f(\sigma_\theta - u)}{\tau_\theta}$ の分布をもとめて判断することも有用であろうのべた。

その後、等方等質の斜面に傾斜偏心荷重が作用した場合の石膏模型での破壊実験 (電研桜井彰雄)

の結果と、別途に弾性論的に求めた各点の応力成分 τ_{θ} , σ_{θ} と材料強度の特性 τ_R , f を組合せて各方向の S をもとめ、各点での S の最小値の方向の方向線を描き、各方向線上の S の分布をも描き、考察して見たところ要約すると図15を参照して、

8.1 理論上は各点で共耗な2つの最小抵抗線（A, B）があらわれるが実際の破壊線はその中の1つの方向にしか生じない。どちらが実際の破壊線となるかは、理論的に推定した両線上の S の分布を較べて、 S の下り勾配の大きい方と考えることができることが判った。すなわち、基盤内の破壊は各点の安全率できまるといよりは、そのまわりのすべり破壊安全率の分布（すなわち環境）によって支配されること、弾性論にもとづいてある程度推定が可能のように思われることが判った（たゞし等方等質の場合）。

8.2 載荷巾の近くの基盤のすべり破壊や圧縮破壊については、8.1にのべたように弾性論で、破壊の進行方向を推定できるが、崩壊寸前の圧裂破壊については、逐次的な破壊を考えないかぎり予測できない。

9 結 言

9.1 岩盤内の節理面がかなり複雑な場合その global な強度を推定するための根拠が未だ見当たらないので、筆者は不連続な節理面の断続度数、隣接節理面の近接度、隣接の平行節理数などが global な強度いかに関係するかについて、極値分布の理論がかなり有効に導入できることを示唆した。それは各種の不連続な節理面を表現するためにマイクロワックスを塗布した洋紙を含む脆性を有する石膏材料の破壊試験（約300ヶ）の結果と理論との対比によって裏付してみた。

9.2 節理面近傍の最大せん断ひずみの分布、相互の干渉度を明らかにするために光弾性皮膜法を適用してみたところ、かなり興味ぶかい結果を得て、それが極値に関する理論の導入を想い浮べる役割りをした。

9.3 ひたわれ性基盤内のひたわれ面の摩擦効果が応力伝播に影響する程度や内

部転移面の深さについて、第1回シンポジウムの報告を補足し、弾性論にもとづく基盤内のすべり破壊安全率分布の勾配が破壊の進行方向と密接な関係のあることをあわせ補足説明しておいた。

（昭和38年10月）

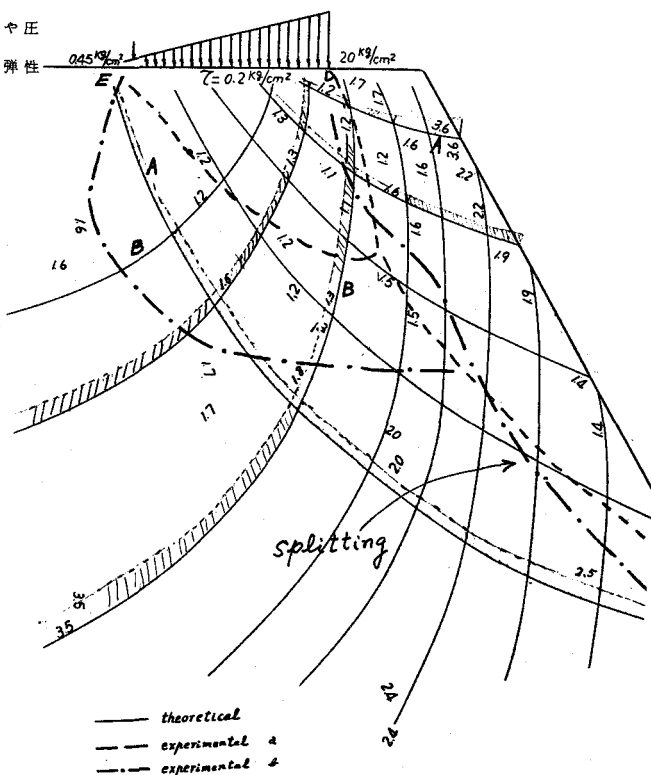


Fig 15 送り線と安全率分布
(Slip lines and safety factors)
($\tau = 2.5 \text{ kg/cm}^2$, $\tan \phi = 0.75$)

STRENGTH OF DISCONTINUOUS JOINTY PLANES

(Introduction of Distribution Theory of Extreme Value)

Masao HAYASHI

(Civil Eng. Section,
Central Research Institute
of Electric Power Industry.
Komae-cho, Kitatama-gun,
Tokyo, Japan)

We have never found any basic concept for estimation of the global strength of the discontinuous jointy planes in rocky mass.

The author suggests a possibility of introduction of the distribution theory of extreme value to the problem.

Namely, reductions of strength of discontinuous jointy planes compared with the strength of the single jointy plane are affected by the frequency of intermittence, neighbouring and frequency of adjacent jointy planes.

Experimental results executed by the author on the several cases of about three hundreds brittle plaster specimens, in which minor frictional and major deformable discontinuous jointy plane is represented with thick papers coated with micro wax, clearly showed any reduction of strength compared with the single jointy plane and the discount rate can be expressed approximately by the distribution theory of extreme value, according to the author's comparison between experimental results and the theoretical estimation. At last, as two complements of the author's paper contributed in the 1st symposium on rock mechanics (1962), 1) a mechanism of stress propagation in cracky foundation and 2) real failure lines comparing with the least shear resistance line estimated by elasticity in homogeneous slope under the inclined eccentric partial loading are discussed.

(Oct. 1963)