

概 説

本文は基礎岩盤の力学的基本性質について、岩盤を等方性材料とみなしたとき、外力を受けてその内部の一点に生ずる応力、ヒズミ、およびエネルギーと相互関係の新しい表示法を提案し、それに基づいて大きなヒズミと破壊の問題を論じようとするものである。

岩盤を等方性材料とみなしうるかどうかは議論の余地が大いにある所で、多くの場合にむしろ異方性材料として取扱かう方が妥当であらう。しかしながら現状ではまだ異方性材料力学に関する研究は少なく実際の応用に役立つ知識も十分豊かでない。実用上は岩盤を等方性材料とみなして取扱かうことが多く、問題を簡易化し、実際の支障もほとんどないと考えられる場合が少なくない。何れにしても等方性材料に関して大きなヒズミと破壊の機相を明らかにしておくことは、今後異方性材料の力学的性質の解明に立向つてゆくときに足がかりを与えるものとして有用でありかつ必要である、という見解の下に以下の議論を進めてゆくことにしたい。

岩盤を力学的には土と極めて類似した材料とみなしうることはあまり異論のない所であらう。いずれも弾性材料とはみなしがたいものであり、実問題において局部的に大きなヒズミを生じ、あるいは破壊点付近の状態についても論じられなければならない。とくに岩質が軟弱な場合は、土質力学の方面で得られた知識をそのまま応用することも十分考えられる。例えば間隙水圧ならびに有効応力に関する一連の考え方や智見はそのまま岩盤の力学に導入されて、いろいろ役に立つ面が考えられるものの一つであると思われる。

弾性限界を超えた大きなヒズミや破壊点付近における応力とヒズミの関係を論ずる目的と必要から、従来の弾性論的な考え方にとらわれることなく、全く新しい見地に立つて、応力、ヒズミおよびエネルギーと相互関係を確立するため、二次元問題の場合は2主応力軸上に頂点をもち等角で交わる微小正四辺形板の各辺上における垂直応力とせん断応力によつて、三次元問題の場合は3主応力軸上に頂点をもち等角で交わる正八面体面上における垂直応力とせん断応力およびその方向角によつて、さらにこれらに伴う体積変化度とねじり変形度を対数表示したものによつて、一点におけるすべての応力とヒズミ間の関係を代表させ、大きなヒズミとエネルギーを表わす方法を提案した。

次にこの新しい応力とヒズミ間の関係表示に基づいて、これを図示し、破壊条件をあわせて図示する方法を述べ、三軸圧縮試験結果による実例を示した。

最後に応力とヒズミの関係および破壊の条件について理論的考察を行なつた概要を述べ、間隙水圧と体積変化の関係などについて論じた。

1. 応力の新しい表示

1. 1 二次元問題

岩盤についての二次元問題としては平面変形だけが考えられるが、応力間の関係に関するかぎり平面応力も含めて取扱うことができる。第2主軸すなわち軸方向の応力を無視し、 x 、 z の直交2軸方向の応力を $\{\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}\}$ で表わすと、2主応力と主応力軸の方向余弦の中の一つ $\{\sigma_1, \sigma_3, C\}$ は次のように求められる。以下において圧縮応力および圧縮ヒズミを正符号で表わすことにする。

主応力の大きさは

$$\sigma^2 - 2J_2\sigma + J_2^2 = 0 \quad \text{ここに} \quad 2J_1 = \sigma_x + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_3 \quad J_2^2 = \sigma_x\sigma_z - \tau_{xz}^2 = \sigma_1\sigma_3 \quad (1.1)$$

の2根として求められ、主応力軸の方向は第1主軸が x 軸となす角の方向余弦を C_{1x} 、 z 軸とのそれを C_{1z} 、第3主軸が x 軸、 z 軸となす角のそれを C_{3x} 、 C_{3z} とすると

$$C_{1x}^2 = C_{3z}^2 = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{\sigma_1 - \sigma_3}, \quad C_{3x}^2 = C_{1z}^2 = \frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (1.2)$$

で与えられその中の一つがきまれば、主軸の方向は求まる。

応力の新表示として、主応力軸上に頂点をもちそれらと等角に交わり、単位長さの奥行きをもつ微小正四辺形板上の垂直応力とせん断応力 σ_n, τ_m (図-1.1)を用いると、 x 、 z 軸方向の応力および主応力はそれぞれ次式のように表わされる。

$$\sigma_x = \sigma_n + j_x \tau_m, \quad \sigma_z = \sigma_n + j_z \tau_m, \quad \tau_{xz} = j_{xz} \tau_m \quad (1.3)$$

ここに $j_x = -\cos 2\alpha$ 、 $j_z = \cos 2\alpha$ 、 $j_{xz} = \sin 2\alpha$ で $j_x + j_z = 0$ 、 $j_x j_z - j_{xz}^2 = -1$

ただし α は第1主軸と z 軸となす角である。

$$\sigma_1 = \sigma_n + j_1 \tau_m, \quad \sigma_3 = \sigma_n + j_3 \tau_m \quad (1.4)$$

ここに $j_1 = 1$ 、 $j_3 = -1$ で $j_1 + j_3 = 0$ 、 $j_1 j_3 = -1$

上の関係を用いて、正四辺形応力 $\{\sigma_n, \tau_m, C\}$ を求めると

$$\sigma_n = J_1, \quad \tau_m^2 = J_1^2 - J_2^2 \quad (1.5)$$

$$C_{mx} = -C_{mz} = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_{1x} + C_{3x}), \quad C_{nz} = -C_{mz} = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_{1z} + C_{3z})$$

ただし C_{nx}, C_{nz} は正四辺形板の辺上における垂直応力軸が C_{mx}, C_{mz} は同じ辺上におけるせん断応力軸が x 軸、 z 軸となす角の方向余弦であつて、その中の一つがきまれば他の三つは

きまる。従来の応力図上にセール円を描く方法に代つて、新しい応力表示を用いると応力図上に坐標 σ_n, τ_m にあたる点M

(図1.2)をとれば応力の大きさが表わされる。

いま考えている一点をかこみ微小な円板をとり、その周辺上に

おける応力の分布を示すと図-1.3のようになり、静水圧的に働

いて円板を圧縮させる垂直応力と円板の形を歪形させるせん断応力に分離して取扱うことができる。以上応力間の関係は力の釣合い条件だけからきまり、材料の等方性、異方性とは無関係である。

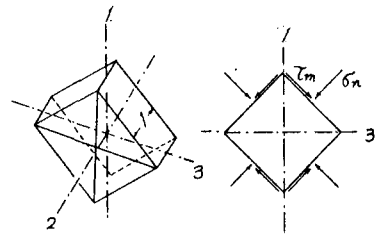


図-1.1 微小正四辺形板用辺の応力

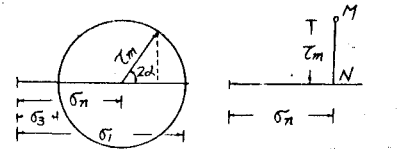


図-1.2 モール応力円と新しい応力図

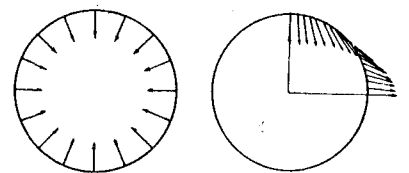


図-1.3 微小円板用辺上の応力分布

1. 2 三次元問題

三次元の場合、直交する x, y, z の3軸方向の6応力成分 $\{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}$ が与えられたとき、3主応力および主応力軸方向 $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, C^*, C^{**}, C^{***}\}$ は次のように求められる。ただし σ をつけた3つの C は主応力軸の方向を与える9つの方向余弦の中の3の独立したものを表わす。

主応力の大きさは

$$S^3 - 3J_1 S^2 + 3J_2 S - J_3 = 0 \quad (1.6)$$

ここに $3J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$, $3J_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1$

$$J_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$$

の3根として求められ、主応力軸の方向は

$$C_{1x}^2 = \frac{(\sigma_x - \sigma_2)(\sigma_x - \sigma_3) + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2}{(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3)}, C_{1y}^2 = \frac{(\sigma_y - \sigma_2)(\sigma_y - \sigma_3) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2}{(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3)}, C_{1z}^2 = \frac{(\sigma_z - \sigma_2)(\sigma_z - \sigma_3) + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2}{(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3)} \quad (1.7)$$

$C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, C_{3x}, C_{3y}, C_{3z}$ も同様な形で求められ、その中独立した3がきまれば他はきまる。

三次元の場合のモール応力円の一例は図-1.4のようになる。

応力の新表示として、主応力軸上に頂点をもち、それらと等角で交わる微小正八面体面上の垂直応力、せん断応力およびその方向角を $\sigma_n, \tau_m, \theta_m$ とすると(図-1.5)、 x, y, z 軸方向の応力と主応力はそれぞれ次のように表わされる。

$$\sigma_x = \sigma_n + j_x \tau_m, \sigma_y = \sigma_n + j_y \tau_m, \sigma_z = \sigma_n + j_z \tau_m \quad (1.8)$$

$$\tau_{xy} = j_x j_y \tau_m, \tau_{yz} = j_y j_z \tau_m, \tau_{zx} = j_z j_x \tau_m$$

$$\sigma_1 = \sigma_n + j_1 \tau_m, \sigma_2 = \sigma_n + j_2 \tau_m, \sigma_3 = \sigma_n + j_3 \tau_m$$

式中

$$j_1 = \sqrt{2} \cos \theta_m, j_2 = \sqrt{2} \cos(\frac{2}{3}\pi - \theta_m), j_3 = \sqrt{2} \cos(\frac{2}{3}\pi + \theta_m) \quad (1.9)$$

$$\text{で、 } j_x + j_y + j_z = 0, j_x j_y + j_y j_z + j_z j_x = 0, j_x^2 + j_y^2 + j_z^2 = 3, j_x^3 + j_y^3 + j_z^3 = -\frac{3}{2} \quad (1.10)$$

の関係がある。これらの関係を用いて、正八面体応力とその方向

向 $\{\sigma_n, \tau_m, \theta_m, C^*, C^{**}, C^{***}\}$ を求めると

$$\sigma_n = J_1, \tau_m^2 = 2(J_2 - J_1^2), \cos 3\theta_m = \frac{2J_1^3 - 3J_1 J_2 + J_3}{2(J_2 - J_1^2)^{3/2}}$$

$$C_{nx} = \frac{1}{\sqrt{3}}(C_{1x} + j_x C_{2x} + j_x^2 C_{3x}), C_{ny} = \frac{1}{\sqrt{3}}(C_{1y} + j_y C_{2y} + j_y^2 C_{3y}), C_{nz} = \frac{1}{\sqrt{3}}(C_{1z} + j_z C_{2z} + j_z^2 C_{3z}) \quad (1.11)$$

$$C_{mx} = \frac{1}{\sqrt{3}}(j_1 C_{1x} + j_2 C_{2x} + j_3 C_{3x}), C_{my} = \frac{1}{\sqrt{3}}(j_1 C_{1y} + j_2 C_{2y} + j_3 C_{3y}), C_{mz} = \frac{1}{\sqrt{3}}(j_1 C_{1z} + j_2 C_{2z} + j_3 C_{3z})$$

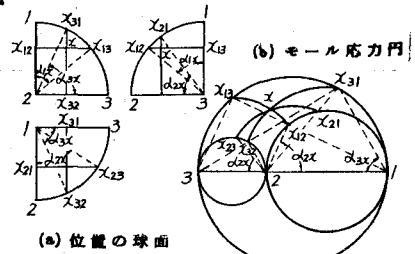


図-1.4 三次元におけるモール応力円

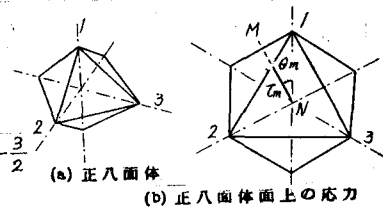


図-1.5 微小正八面体面上の応力

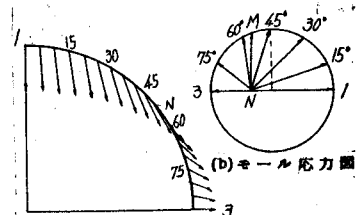


図-1.6 三軸条件におけるモール応力円と微小球面上のせん断応力分布

三軸圧縮試験条件のとき、中間主応力は最小主応力に等しく

すなわち $\sigma_2 = \sigma_3$ で、 $\theta_m = 0$ の場合にあたり、モールの応力円

と、考えている点をかこむ微小球面上におけるせん断応力の分布は図-1.6に示すようになる。垂直応力は静水圧的に球面上に一律な分布を示す。

2. ヒズミとエネルギーの新しい表示

2. 1 弾性ヒズミ

等方性材料の弾性ヒズミはフックの法則から次式で表わされている。式中 E は弾性係数、 μ はポアソン比、 G は剛性係数で $G = 2(1+\mu)/E$ である。

$$\Delta \varepsilon_x = \frac{1}{E} \Delta \sigma_x - \frac{\mu}{E} (\Delta \sigma_y + \Delta \sigma_z), \quad \Delta \varepsilon_y = \frac{1}{E} \Delta \sigma_y - \frac{\mu}{E} (\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_z), \quad \Delta \varepsilon_z = \frac{1}{E} \Delta \sigma_z - \frac{\mu}{E} (\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y) \quad (2.1)$$

$$\Delta \sigma_{xy} = \Delta \sigma_{yx} = \frac{1}{G} \Delta \tau_{xy}, \quad \Delta \sigma_{yz} = \Delta \sigma_{zy} = \frac{1}{G} \Delta \tau_{yz}, \quad \Delta \sigma_{zx} = \Delta \sigma_{xz} = \frac{1}{G} \Delta \tau_{zx}$$

上式に、応力の新しい表示

$$\Delta \sigma_x = \Delta \sigma_n + \Delta(j_x \tau_m), \quad \Delta \sigma_y = \Delta \sigma_n + \Delta(j_y \tau_m), \quad \Delta \sigma_z = \Delta \sigma_n + \Delta(j_z \tau_m), \quad \Delta \tau_{xy} = \Delta(j_x \tau_m), \quad \Delta \tau_{yz} = \Delta(j_y \tau_m), \quad \Delta \tau_{zx} = \Delta(j_z \tau_m)$$

を代入し、かつ

$$\frac{1-2\mu}{E} = \frac{1}{3\nu_0}, \quad \frac{1-\mu}{E} = \frac{1}{3\sigma_0}$$

とおき、せん断ヒズミを

$$\Delta \sigma_{xy} = \frac{1}{2} \Delta \sigma_{xy}, \quad \Delta \sigma_{yz} = \frac{1}{2} \Delta \sigma_{yz}, \quad \Delta \sigma_{zx} = \frac{1}{2} \Delta \sigma_{zx}$$

とおきかえると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_x &= \frac{1}{3\nu_0} \Delta \sigma_n + \frac{1}{3\nu_0} \Delta(j_x \tau_m), \quad \Delta \varepsilon_y = \frac{1}{3\nu_0} \Delta \sigma_n + \frac{1}{3\nu_0} \Delta(j_y \tau_m), \quad \Delta \varepsilon_z = \frac{1}{3\nu_0} \Delta \sigma_n + \frac{1}{3\nu_0} \Delta(j_z \tau_m) \\ \Delta \sigma_{xy} &= \frac{1}{3\nu_0} \Delta(j_x \tau_m), \quad \Delta \sigma_{yz} = \frac{1}{3\nu_0} \Delta(j_y \tau_m), \quad \Delta \sigma_{zx} = \frac{1}{3\nu_0} \Delta(j_z \tau_m) \end{aligned} \quad (2.2)$$

同様にして主ヒズミは

$$\Delta \varepsilon_1 = \frac{1}{3\nu_0} \Delta \sigma_n + \frac{1}{3\nu_0} \Delta(j_1 \tau_m), \quad \Delta \varepsilon_2 = \frac{1}{3\nu_0} \Delta \sigma_n + \frac{1}{3\nu_0} \Delta(j_2 \tau_m), \quad \Delta \varepsilon_3 = \frac{1}{3\nu_0} \Delta \sigma_n + \frac{1}{3\nu_0} \Delta(j_3 \tau_m). \quad (2.3)$$

σ_m が一定なときは

$$\Delta \varepsilon_n = \frac{1}{3\nu_0} \Delta \sigma_n, \quad \Delta \sigma_m = \frac{1}{3\nu_0} \Delta \tau_m$$

において、ヒズミの新しい表示は

$$\Delta \varepsilon_x = \Delta \varepsilon_n + j_x \Delta \sigma_m, \quad \Delta \varepsilon_y = \Delta \varepsilon_n + j_y \Delta \sigma_m, \quad \Delta \varepsilon_z = \Delta \varepsilon_n + j_z \Delta \sigma_m, \quad \Delta \sigma_{xy} = j_x j_y \Delta \sigma_m, \quad \Delta \sigma_{yz} = j_y j_z \Delta \sigma_m, \quad \Delta \sigma_{zx} = j_z j_x \Delta \sigma_m$$

$$\Delta \varepsilon_1 = \Delta \varepsilon_n + j_1 \Delta \sigma_m, \quad \Delta \varepsilon_2 = \Delta \varepsilon_n + j_2 \Delta \sigma_m, \quad \Delta \varepsilon_3 = \Delta \varepsilon_n + j_3 \Delta \sigma_m \quad (2.4)$$

体積変化度を Δn 、ねじり変形度を Δm とすると

$$\Delta m = \Delta \varepsilon_x + \Delta \varepsilon_y + \Delta \varepsilon_z = \Delta \varepsilon_1 + \Delta \varepsilon_2 + \Delta \varepsilon_3 = 3 \Delta \varepsilon_n = \frac{1}{\nu_0} \Delta \sigma_n, \quad \Delta m = 3 \Delta \sigma_m = \frac{1}{\nu_0} \Delta \tau_m \quad (2.5)$$

$$\frac{\sigma_0}{\nu_0} = \nu^2 \quad \text{とおくと} \quad \frac{1}{E} = \frac{1}{9} \left(\frac{1}{\nu_0} + \frac{2}{\sigma_0} \right) = \frac{1}{9\sigma_0} (2 + \nu^2), \quad \mu = \frac{\nu_0 - \sigma_0}{2\nu_0 + \sigma_0} = \frac{1 - \nu^2}{2 + \nu^2} \quad (2.6)$$

2. 2 対数ヒズミ

弾性限界をこえて増大するヒズミに対し、対数ヒズミをとり、 ∇ 、 ∇ を変数とすると、式(2.6)は

$$\frac{d\varepsilon}{1-\varepsilon} = 3 \frac{d\varepsilon_n}{1-\varepsilon_n} = \frac{1}{\nu} d\sigma_n, \quad \frac{d\sigma}{1-\sigma} = 3 \frac{d\sigma_m}{1-\sigma_m} = \frac{1}{\sigma} d\tau_m \quad (2.7)$$

x, y, z 軸方向のヒズミは、 δ_m が一定ならば

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\epsilon_x}{1-\epsilon_x} &= \frac{d\epsilon_n}{1-\epsilon_n} + j_1 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m}, \quad \frac{d\epsilon_y}{1-\epsilon_y} = \frac{d\epsilon_n}{1-\epsilon_n} + j_2 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m}, \quad \frac{d\epsilon_z}{1-\epsilon_z} = \frac{d\epsilon_n}{1-\epsilon_n} + j_3 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m} \\ \frac{d\delta_{xy}}{1-\delta_{xy}} &= j_1 j_2 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m}, \quad \frac{d\delta_{xz}}{1-\delta_{xz}} = j_1 j_3 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m}, \quad \frac{d\delta_{yz}}{1-\delta_{yz}} = j_2 j_3 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m} \end{aligned} \right\} (2.9)$$

主ヒズミは

$$\frac{d\epsilon_1}{1-\epsilon_1} = \frac{d\epsilon_n}{1-\epsilon_n} + j_1 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m}, \quad \frac{d\epsilon_2}{1-\epsilon_2} = \frac{d\epsilon_n}{1-\epsilon_n} + j_2 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m}, \quad \frac{d\epsilon_3}{1-\epsilon_3} = \frac{d\epsilon_n}{1-\epsilon_n} + j_3 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m} \quad (2.10)$$

積分すると

$$1-\epsilon_1 = (1-\epsilon_n)(1-\delta_m)^{j_1}, \quad 1-\epsilon_2 = (1-\epsilon_n)(1-\delta_m)^{j_2}, \quad 1-\epsilon_3 = (1-\epsilon_n)(1-\delta_m)^{j_3} \quad (2.11)$$

体積変化度とねじり変形度は

$$\begin{aligned} -\log_e(1-n) &= -3\log_e(1-\epsilon_n) = \int \frac{1}{V} d\delta_n, & 1-n &= (1-\epsilon_n)^3 = \exp\left[-\int \frac{1}{V} d\delta_n\right] \\ -\log_e(1-m) &= -3\log_e(1-\delta_m) = \int \frac{1}{U} d\delta_m, & 1-m &= (1-\delta_m)^3 = \exp\left[-\int \frac{1}{U} d\delta_m\right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

二次元平面ヒズミ条件のときは、 $d\epsilon_2 = d\epsilon_3 = 0$ として

$$\begin{aligned} \frac{dn}{1-n} &= 2 \frac{d\epsilon_n}{1-\epsilon_n} = \frac{2}{2V+U} d\delta_n \\ \frac{dm}{1-m} &= 2 \frac{d\delta_m}{1-\delta_m} = \frac{1}{3U} d\delta_m \end{aligned} \quad (2.13)$$

この場合 δ_n, δ_m, n, m は二次元独得のものである。

せん断応力 τ_m によるねじり変形度を対数ヒズミで示すと二次元問題の場合は図-2.1、三次元問題で三軸圧縮試験条件の場合は図-2.2 のようになる。前者では円板が長円形に、後者では球体が長円体に変形する。

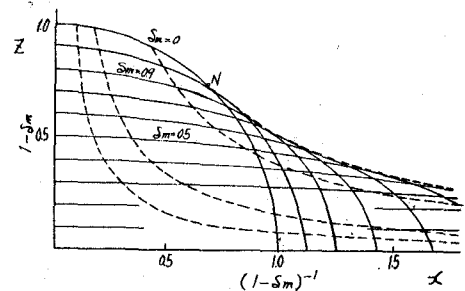


図-2.1 二次元における微小円形板の変形

2.3 エネルギーの新しい表示

上に求めた新しい応力とヒズミの表示、すなわち

$$\delta_1 = \delta_n + j_1 \delta_m, \quad \delta_2 = \delta_n + j_2 \delta_m, \quad \delta_3 = \delta_n + j_3 \delta_m$$

$$\frac{d\epsilon_1}{1-\epsilon_1} = \frac{1}{3V} d\delta_n + \frac{j_1}{3U} d\delta_m, \quad \frac{d\epsilon_2}{1-\epsilon_2} = \frac{1}{3V} d\delta_n + \frac{j_2}{3U} d\delta_m, \quad \frac{d\epsilon_3}{1-\epsilon_3} = \frac{1}{3V} d\delta_n + \frac{j_3}{3U} d\delta_m$$

を用いると、エネルギーの変化は

$$\begin{aligned} dA &= \delta_1 \frac{d\epsilon_1}{1-\epsilon_1} + \delta_2 \frac{d\epsilon_2}{1-\epsilon_2} + \delta_3 \frac{d\epsilon_3}{1-\epsilon_3} \\ &= \frac{1}{V} \delta_n d\delta_n + \frac{1}{U} \delta_m d\delta_m \end{aligned} \quad (2.14)$$

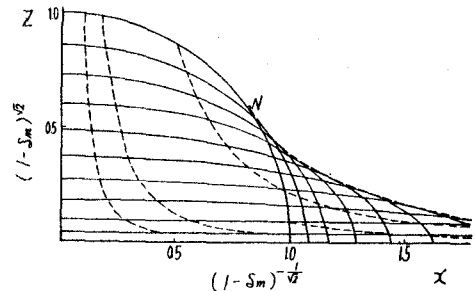


図-2.2 三次元三軸圧縮試験条件における微小球体の変形

となつて、主軸エネルギー A_n と セン断エネルギー A_m の変化の和、すなわち

$$dA = dA_n + dA_m \quad dA_n = \frac{1}{V} \delta_n d\delta_n \quad dA_m = \frac{1}{V} \tau_m d\tau_m \quad (2.15)$$

で表わされ、セン断応力の方向角 θ_m とは無関係になる。

二次元平面ヒズミに対しては、同様にして

$$dA = dA_n + dA_m \quad \text{ここに} \quad dA_n = \frac{1}{2V+U} \delta_n d\delta_n, \quad dA_m = \frac{1}{V} \tau_m d\tau_m \quad (2.16)$$

3. 応力ヒズミ関係の図示と破壊条件

上に導かれた応力とヒズミの新しい表示を用いると、外力の変化に伴う応力の変化を示す応力図とそれによつて生ずる体積変化度およびねじり変形度の関係図は、二次元の場合は図-3.1のように、三次元の場合は図-3.2のように表わすことができる。

三次元の例として、三軸圧縮試験の場合をとると、

$\delta_2 = \delta_3$, $\theta_m = 0$ であり、液圧過程では液圧を δ_L とする

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_0 + \delta_L$$

ここに δ_0 は内部圧応力

$$\text{となり} \quad \delta_n = \frac{1}{3} (\delta_1 + \delta_2 + \delta_3) = \delta_0 + \delta_L, \quad \tau_m = 0$$

軸圧過程においては、液圧 δ_L は一定、軸圧を δ_V とする

$$\text{と} \quad \delta_1 = \delta_0 + \delta_L + \delta_V, \quad \delta_2 = \delta_3 = \delta_0 + \delta_L$$

となり

$$\delta_n = \frac{1}{3} (\delta_1 + \delta_2 + \delta_3) = \delta_0 + \delta_L + \frac{1}{3} \delta_V$$

$$\tau_m = \frac{1}{3} \left[(\delta_1 - \delta_2)^2 + (\delta_1 - \delta_3)^2 + (\delta_2 - \delta_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \delta_V$$

これを応力図上にプロットすると、 $\sqrt{2}:1$ の傾きをもつた直線で表わされる。軸方向ヒズミ ε_V と体積変化度 n が與測されているときは、ねじり変形度は

$$-\log_e(1-m) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ -3\log_e(1-\varepsilon_V) + \log_e(1-n) \right\}$$

で与えられ、図-3.3のようになる。

液圧の大きさを更えて、試験をくりかえし、軸圧が最大となる点をむすび、直線を決め、直線の傾きを $\tan \varphi$ として、破壊条件は次で与えられる。

$$\tau_m / \delta_n = \tan \varphi$$

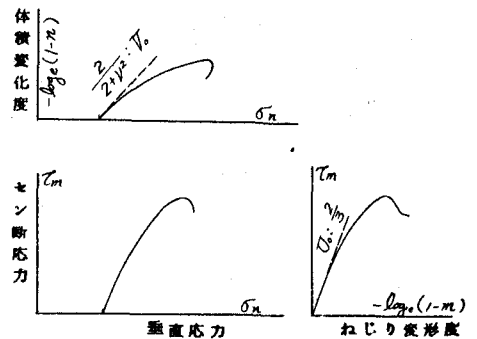


図-3.1 二次元の応力図と応力ヒズミ図

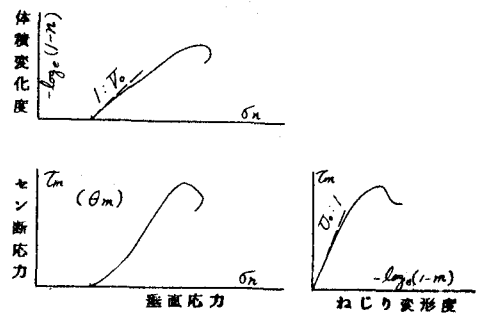


図-3.2 三次元の応力図と応力ヒズミ図

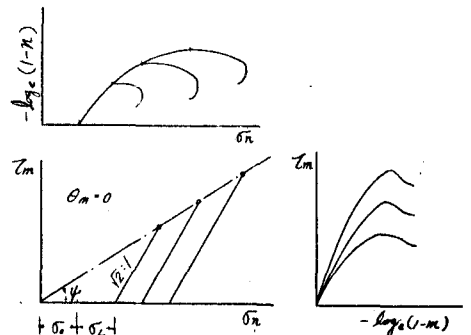


図-3.3 三軸圧縮試験結果の図示

4 応力と歪みの関係および破壊条件の理論的考察

4.1 一般理論

応力を生ずる以前の初期条件として次のように仮定する。

$$\delta n = \delta_0, \quad \tau_m = 0, \quad V = V_0, \quad U = U_0 = V^2 V_0, \quad A_n = A_{n0}, \quad A_m = 0$$

一様な圧縮に対して
$$dA_n = \frac{1}{V} \delta n d\delta n \quad V = V_0 \frac{A_n}{A_{n0}}$$

純せん断に対して、せん断による体積変化を考えに入れて

$$dA_m = \frac{1}{U} \tau_m d\tau_m, \quad U = U_0 \frac{1}{A_{n0}} \left(A_n - \frac{A_m}{\lambda^2} \right)$$

圧縮とせん断が同時に起る場合はエネルギーの値が応力変化の経路に関係なくきまるものと仮定して、エネルギーを与える式を求めると

$$A = \frac{\delta_0}{V_0} \delta n \left\{ (1 + \lambda^2) - \lambda^2 \frac{\cos \theta}{\cos \theta_0} - (1 + \lambda^2) \tan \theta_0 (\theta - \theta_0) \right\} \quad (4.1)$$

$$\text{ここに } \sin \theta_0 = -\frac{k\lambda^2}{R_0}, \quad \cos \theta_0 = \frac{\lambda U}{R_0}, \quad \tan \theta_0 = -\frac{k\lambda}{\gamma}, \quad R_0 = \sqrt{(\lambda V)^2 + (k\lambda)^2}, \quad \sin \theta = \frac{1}{R_0} \frac{\tau_m}{\delta n} + \sin \theta_0$$

をうる。ここで

$$dA = \frac{\partial A}{\partial \delta n} d\delta n + \frac{\partial A}{\partial \tau_m} d\tau_m$$

$$dA = \frac{1}{V} \delta n d\delta n + \frac{1}{U} \tau_m d\tau_m + \frac{k}{U} \delta n d\tau_m$$

の2式をくらべて、両式が恒等であるとする

$$\frac{\delta m}{V} = \frac{\partial A}{\partial \delta n}, \quad \frac{\tau_m + k\delta n}{U} = \frac{\partial A}{\partial \tau_m} \quad (4.2)$$

をうる。(4.1)式を δn 、 τ_m で偏微分したものを代入すると、 V 、 U はそれぞれ応力の関数として

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{V_0} \frac{\delta_0}{\delta n \cos \theta} \left\{ G(\theta) + \tan \theta_0 (\sin \theta - \sin \theta_0) \right\} \quad \frac{1}{U} = \frac{1}{U_0} \frac{\delta_0 \cos \theta_0}{\delta n \cos \theta} \quad (4.3)$$

体積変化度とねじり変形度はそれぞれ

$$-\log_e(1-n) = \frac{\delta_0}{V_0} \int \left\{ \frac{G(\theta)}{H(\theta)} - \tan \theta_0 \right\} d\theta + \dots - \log_e(1-m) = \frac{\delta_0}{U_0} \int \frac{d\tau_m}{d\delta n} \frac{\cos \theta_0}{H(\theta)} d\theta \quad (4.4)$$

ここに

$$G(\theta) = \cos \theta_0 + (1 + \lambda^2)(\cos \theta - \cos \theta_0) + 2\lambda^2 \tan \theta_0 (\sin \theta - \sin \theta_0) - (1 + \lambda^2) \tan \theta_0 (\theta - \theta_0) \cos \theta$$

$$H(\theta) = \frac{1}{R_0} \frac{d\tau_m}{d\delta n} - \sin \theta + \sin \theta_0$$

$\theta = \frac{\pi}{2}$ において $\frac{\tau_m}{\delta n}$ が最大となる条件から

$$\tan \varphi = R_0(1 - \sin \theta_0) = \sqrt{(\lambda V)^2 + (k\lambda)^2} + k\lambda^2 \quad \text{よって} \quad \lambda^2 = \frac{\tan^2 \varphi}{V^2 + 2k \tan \varphi} \quad (4.5)$$

4.2 間隙圧の影響

間隙がほとんど水で満され、わずかの空気またはガスのような気体を含むときは、単位体積中の気体の初期体積を N_a とすると、岩石なり土の圧縮はそのまま間隙気体の圧縮に等しいとみて、ボイルの法則を適用すると

$$(P_0 + u)(N_a - n) = P_0 N_a$$

式中 P_0 は初期の気体圧力、 u は間隙圧、 n は体積変化度

本式とさきに求めた体積変化の式を組合せると、次の関係をうる。

$$\left\{ \frac{1}{P_0 + u} - \frac{1 - N_a}{P_0 + (1 - N_a)u} \right\} du = \frac{1}{V} (d\delta n - du) + \frac{K}{V} d\tau m$$

(4.6)

または

$$du = \frac{d\delta n + K \frac{V}{\sigma} d\tau m}{1 + V \left\{ \frac{1}{P_0 + u} - \frac{1 - N_a}{P_0 + (1 - N_a)u} \right\}}$$

このようにして導かれた基本式を三軸圧縮試験結果に適用して計算した結果の数例を図示すると、

図-4.1、図-4.2、図-4.3、図-4.4 のようになった。

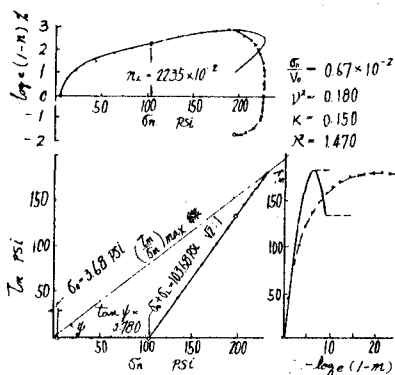


図-4.1 シルト質土の三軸試験結果

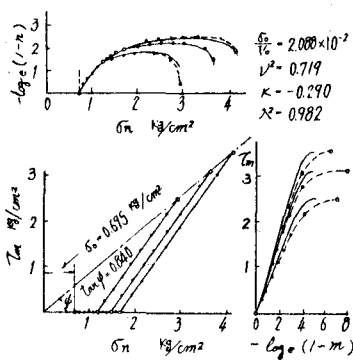


図-4.2 砂質土の三軸試験結果

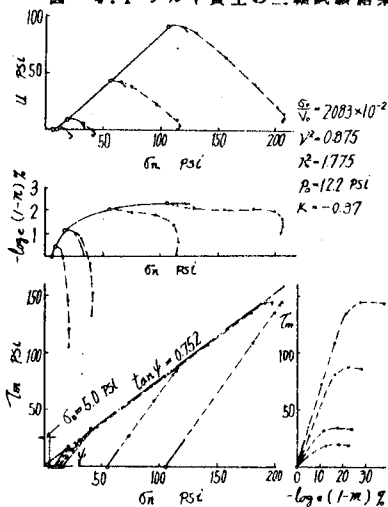


図-4.3 間隙圧をともなう三軸試験結果 その一

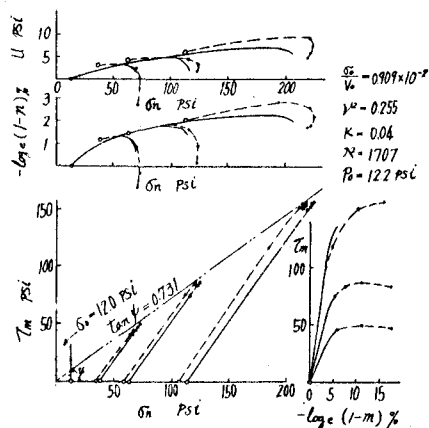


図-4.4 間隙圧をともなう三軸試験結果 その二