

空間的に拡張された囚人のジレンマゲームに おける協調戦略人口増加のために 有効なネットワーク構造

吉野 隆¹・青木 宗之²・福井 吉孝³

¹正会員 博（工学） 東洋大学准教授 理工学部機械工学科（〒 350-8585 埼玉県川越市鯨井 2100）

E-mail: tyoshino@toyonet.toyo.ac.jp

²学生員 修（工学） 東洋大学大学院 工学研究科（〒 350-8585 埼玉県川越市鯨井 2100）

³正会員 博（工学） 東洋大学教授 理工学部都市環境デザイン学科（〒 350-8585 埼玉県川越市鯨井 2100）

「空間的に拡張された囚人のジレンマ」と呼ばれているゲームにおいて、全体の生産性を上げるために有効なネットワーク構造が何かを検討した。そのために、種々のネットワーク構造において協調戦略の人口比がどのように異なるのかを調べた。利得に対するコストの比（相手を裏切ることによって得られる利益）で定義づけられる囚人のジレンマゲームを用い、全人口に対する協調戦略人口の割合がコスト利得比によってどのように異なるのかを調べた。シミュレーションの結果は、同種類のネットワークにおいては平均次数が小さいほど協調戦略の割合が多くなることを示している。また、複数のネットワークにおける結果を比較すると、平均次数が大きい場合でも、次数が少ない頂点と次数が高い頂点を組み合わせることで、多くの協調戦略を生き残らせることができることがわかった。

Key Words : prisoner's dilemma, network structure, cooperative strategy

1. はじめに

囚人のジレンマゲームはゲーム理論の分野において最も多く検証されているテーマである。このゲームはしばしば社会や自然界におけるミニマムモデルとして議論されている。ナッシュ均衡解によれば、囚人のジレンマゲームの最良解はプレイヤー双方の裏切りである。この解は我々に他者とのコミュニケーションに対して否定的な印象をもたらす。しかし、Axelrod¹⁾によって行われた有名な実験によれば、繰り返し囚人のジレンマゲームのリーグ戦で最も大きな利得を得た戦略は「しっぺ返し」であった。この結果は、相手の裏切りは直後の仕返しのためには忘れて友好関係に戻るべきであることを示唆している。

システム全体の生産性の向上は公共の利益の増加に関係するために重要な問題である。囚人のジレンマといったプレイヤー同士の裏切りが最適戦略であるような状況では、より生産性がある戦略の組み合わせがあるにもかかわらず、生産性の低い組み合わせが選ばれてしまうという問題を抱えている。そのため、囚人のジレンマ環境においてどのようにして生産性の向上を目指すのかは環境システムの枠組において議論されるべきテーマのひとつであると考えられる。環境システムに関係づけられる囚人のジレンマの例としては、以

下のような話題が挙げられる²⁾。まず、環境問題における企業の戦略（対策をしなければならないがその分だけリソースが奪われる）や公共料金の支払いにおける国民の戦略（支払わなければならない出費ではあるが支払う価値が見えづらい）といった人間行動に関係するものがある。ほかに、生態系における生物種の戦略（他の種と共生しない種が生き残るためにはどう振る舞うべきか）などの生物の生き残り戦略に関係する例も挙げられるだろう。これらのような顕著な例ではないにしても、構成要素が作るシステムには要素間にさまざまなフラストレーションがはたらくことが予想される。これらのフラストレーションの中には囚人のジレンマゲームで近似できる類いのものも数多くあるのではないと思われる。

取引構造（ネットワーク構造）の改良は生産性向上のひとつの可能性になる。Hauert and Debeli³⁾は、空間的に拡張されたチキンゲーム（タカハトゲーム）について、空間構造がゲームにおいて重要な役割であることを示した。彼らはまた、囚人のジレンマゲームにおいても、空間構造が重要な役割を担っていることをウェブ上で公開されている当該論文のサプリメントで示している。Yoshino⁴⁾は、この空間的に拡張された囚人のジレンマゲームを更に計算し、協調戦略を主張するプレイヤーは集団（ムラ）を作って利益を上げ続けることを示し

た、それと同時に、正方格子ネットワークのリンクをランダムに入れ替えて同様の計算を行い、協調戦略を主張するプレーヤーはグラフがランダムなほど多く生き残ることも示した。この事実は、「協調戦略を選択した人々はムラを作って生き延びているが、取引相手が同一でないほうが協調戦略を選択する人の割合は高い」という逆説的な状況を表している。また、吉野⁵⁾によれば、Erdős-Rényi 型のランダムグラフにおいて、平均次数（頂点から平均して何本の辺が出てているのかを表す数）が大きいほど協調戦略の存在比は小さくなることがわかっている。これらの結果を総合すると、ランダムな構造が好まれた理由は局所的に次数が小さい頂点があったためである可能性が高い。本研究ではこの仮説を検討するために、数種類のネットワークについて、平均次数の異なる状況のもとでシミュレーションを行う。そして、協調戦略者の割合を上げるためにはどのようなネットワーク構造を構築することが重要なのかを議論する。

空間的に拡張された囚人のジレンマゲームを種々のネットワーク構造に適用できるように拡張する意味は大きい。これまでのモデルはプレーヤー間の位置関係にしばられているため、主として生態系の研究に应用されてきたのに対して、新しいモデルは人間や社会といった位置に関係ないつながりにも拡張することが可能になる。そのような観点から考えれば、本研究は単純な思考過程をもつ人間（またはグループ）が囚人のジレンマで表されるような関係のもとにあるときに、その人間（グループ）の集合の生産性を向上させる手段を探ることと言えるだろう。

2. モデル

検討したのは、三種類の規則的な構造を持つネットワークと三種類のランダムな構造を持つネットワークである。また、既に報告している円環、車輪、そして、二分木といったグラフ理論で紹介されることが多いネットワーク構造における結果も必要に応じて比較検討した。規則的なネットワークとしては、三角格子、正方格子、蜂の巣格子を用いた（以下ではこれらを格子グラフと呼ぶ）。ランダムなグラフとしては、既報の Erdős-Rényi 型の他に、ランダム幾何グラフとスケールフリーネットワークを用いた。以下ではネットワークの頂点（ノード）の数を N と置く。ネットワークの頂点はプレーヤーを表し、頂点間のつながり（グラフの辺）はプレーヤーの取引関係を表している。

ゲームのペイオフマトリックスを表-1に示す。この表は囚人のジレンマゲームの条件をすべて満たしている。括弧内の左はプレーヤーAの利得、右はプレーヤー

表-1 囚人のジレンマのペイオフマトリクス。

戦略		プレーヤーB	
		協調	裏切り
プレーヤーA	協調	(1, 1)	(-r, 1+r)
	裏切り	(1+r, -r)	(0, 0)

Bの利得を表す。表中の r はゲームの性質を決める唯一のパラメータであり、互いが協調戦略をとったときの経費と利得の比を表す。以下ではこれをコスト利得比と呼ぶ。この値はまた協調戦略に対する裏切りの利益の増分にもなっている。 r の値が大きいことは、裏切ることの魅力が大きい環境にあることを示しており、この値が大きいほど協調戦略が生き残るための環境としては劣悪になる。

シミュレーションでは、ネットワークの頂点上にプレーヤーを配置し、プレーヤーが選択する戦略の変遷を調べる。方法は文献⁵⁾と同様である。以下にその手順を述べる。

一回の取引においてプレーヤーが選べる戦略は、協調と裏切りの2種類のみであり、取引相手ごとに戦略を変えることはできない。初期状態では各プレーヤーは与えられた確率でランダムに戦略を割り当てられる。このときの全体数における協調戦略を持つ頂点の割合を0.5としている。戦略の決定の後、各プレーヤーは隣接している相手と囚人のジレンマゲームを行う。ゲームによって得られた利得の平均 P_x は、頂点 x にいるプレーヤーの利得の総和をゲーム相手の数で除した値である。取引後にプレーヤーは次の取引の戦略を決定する。連結されている中からランダムに選ばれた相手の平均利得 (P_y) との差 $P_y - P_x$ によって、戦略を変更するか否かを判断する。一回の更新においてすべてのプレーヤーの戦略を更新する。遷移確率 $f(P_y - P_x)$ は、

$$f(\Delta P) = \begin{cases} (\Delta P)/(1+2r) & (\Delta P) > 0, \\ 0 & \text{その他,} \end{cases} \quad (1)$$

で与えられる。この確率とその都度決定される区間 $[0, 1)$ の一様乱数によって、それぞれのプレーヤーは次の戦略を決定する。このゲームを5000回繰り返して、プレーヤーたちの戦略の時間変化を観察した。

式(1)で与えられる式は較べた相手との差が大きいほど戦略を変える確率が高くなることを意味するものである。すなわち、現在の自分の状況に較べて他者の成功の度合いが大きいと、現在の自分を省みて戦略を変更する。変更の仕方は線形であり、純粋に差に比例した確率で変更を行う。考えられる差の最大値が $1+2r$ であるため、この値で規格化している。人間の判断は実際には線形とは言いがたく、むしろ、階段関数やそれ

に近い非線形性を有すると考えられる。しかし、ここでは単純な仕組みのもとで話を進めたいので線形の式で表される遷移確率を用いることにする。

計算では協調戦略を選択したプレーヤー数の全人口に対する比率に注目した。以下ではこの比を協調戦略比と呼ぶ。設定した総人口（グラフの頂点の数、 N ）は計算条件によって異なるので、結果はすべて人口比で検討している。計算に用いたコスト利得比 r は既存の研究を踏まえて、0.01 から 0.09 まで 0.01 きざみおよび 0.1 から 0.9 まで 0.1 きざみで設定した。

乱数の種を変えて 200 のケースを作成し、その結果の統計を取った。種を変えることによって、戦略の初期配置が変わるほか、ランダムグラフ・ランダム幾何グラフ・スケールフリーネットワークの場合にはネットワークの連結のしかたも異なる。過渡的な変化を除くために最初の 1000 回の結果を除き、残りの部分について統計を取っている。

幾つかのグラフについては、リーダーシップを取るべき頂点の戦略を協調戦略に固定した場合の結果も示す。以下では、リーダーシップという語を他のプレーヤーを率先して共通の利益に導くための戦略を意味する言葉として用いる。すべてのプレーヤーは強制力や資本の差を有していないので立場的には対等である。しかし、ある種のネットワークにはリーダーシップを発揮すべき特殊な頂点があると考えられる。後述のように、車輪グラフやケーリー木においてそのような頂点について議論する。今回検討しているシミュレーションでは、他のプレーヤーは常にリーダー（と考えられる頂点）を参照しているわけではない。しかし、これらがネットワーク構造の中心にいることは間違いない。一般的な「リーダー」とは異なるかもしれないが、敢えて構造の中心にある頂点をリーダーと呼んでその価値を探ることはこれまで行われておらず、計算に値するものではないかと思われる。以下では、このようなリーダーを暗黙のリーダー、協調戦略を取り続ける暗黙のリーダーを無策なリーダーと呼ぶ。他のプレーヤーが自分たちの利益に基づいた行動を行っているときに、やみくもに協調を主張するプレーヤーが存在することは現実的にはありえない。本研究でこのような無策なリーダーの存在を検討するのは、現実との対比というよりもむしろ策もなく協調を主張するプレーヤーがいかに有害かを示すためのものである。

3. 結果

(1) 円環グラフと車輪グラフ

図-1 に、 $N = 20$ の場合について、円環グラフと車輪グラフの例を示した。車輪グラフについては暗黙の

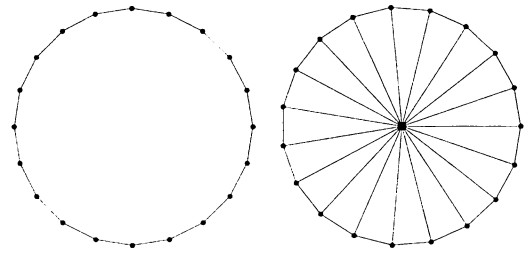


図-1 左:円環グラフの例, 右:車輪グラフの例, ともに $N = 20$.

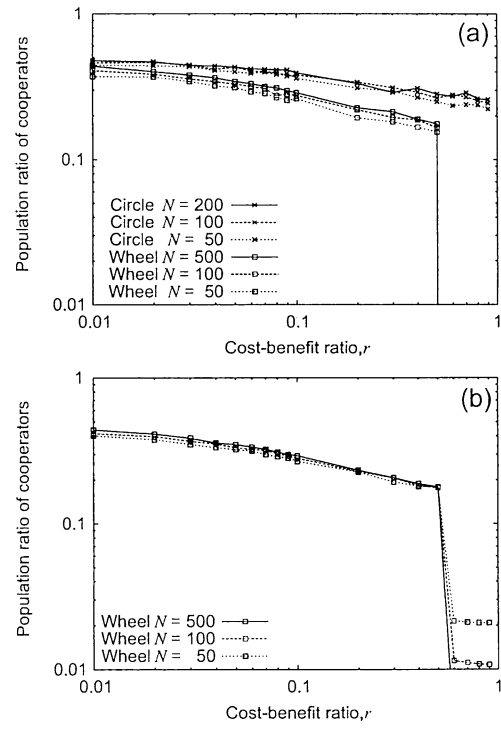


図-2 円環グラフと車輪グラフにおける協調戦略比の r 依存性。(a) リーダーシップ不在, (b) 無策なリーダーシップ (車輪グラフのみ)。

リーダーを正方形マークで区別している。暗黙のリーダーがゲームにおいて参照するのは他のプレーヤーと同じく一人のプレーヤーのみであるが、他のすべてのプレーヤーから参照される可能性があること、そして平均すると全体の 3 分の 1 がこのプレーヤーを参照していることを考慮して暗黙のリーダーと呼ぶことにした。円環グラフでは、各プレーヤーは輪の状態に配置され、両隣のプレーヤーとのみ連結している。それに対して、車輪グラフでは円環グラフに加えて、全てのプレーヤーと隣接しているプレーヤーがひとりだけ存

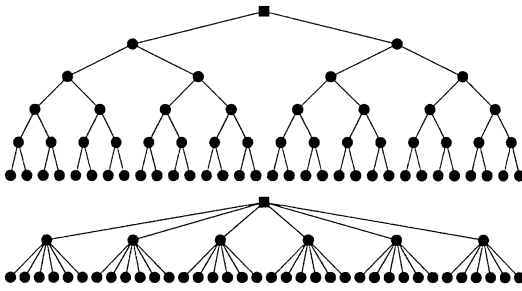


図-3 ケーリー木の例。上：二分木 ($N = 63$)。下：六分木 ($N = 43$)。

在している。これは暗黙のリーダーである。円環グラフの平均次数は2、車輪グラフは $3(N-1)/N$ で本研究で検討した N においては車輪グラフのほうが常に平均次数は大きい。

協調戦略比の r 依存性と車輪グラフにおける無策なリーダーシップの計算結果を図-2に示した。円環グラフの場合、 r の増加に伴う協調戦略比の減少は車輪グラフに比べて少ない。車輪グラフの場合には $r = 0.5$ から $r = 0.6$ の間で急激な減少が見られ、 $r \geq 0.7$ では協調戦略の割合はゼロとなる。すなわち、暗黙のリーダーは、コスト利得比が高い環境において協調戦略の絶滅を早める結果をもたらす。無策なリーダーシップが存在している場合も、図-2bに示したように、計算結果は不在の場合とほとんど変わらない。無策なリーダーシップがある場合、 $r \geq 0.6$ で若干の協調戦略が生き残っているが、これは無策なリーダーそのものなので考慮には値しない。

(2) ケーリー木

ケーリー木を用いて、階層構造がメンバーに与える影響を検討する。図-3にケーリー木の例として、2本の分岐を持つケーリー木（二分木）と6本の分岐を持つケーリー木（六分木）を示す。ケーリー木は同じ数のメンバーで構成されているローカルグループの代表同士が影響しあい更にその代表同士が更なる代表を通じて影響し合うという入れ子構造を表していると思なすことができる。階層構造のトップにある頂点はすべての頂点に対して効率よく情報を伝える仕組みを持っているので、暗黙のリーダーの役割を担っていると考えることができる。例では、車輪グラフの場合と同様に暗黙のリーダーを正方形で表している。

二分木と六分岐における結果を図-4に示す。両方の場合とも r の増加に伴う協調戦略の人口比の減少がみられる。二分木の場合には、頂点数（総人口）の違いによる人口比に大きな違いが生じなかった。また、不

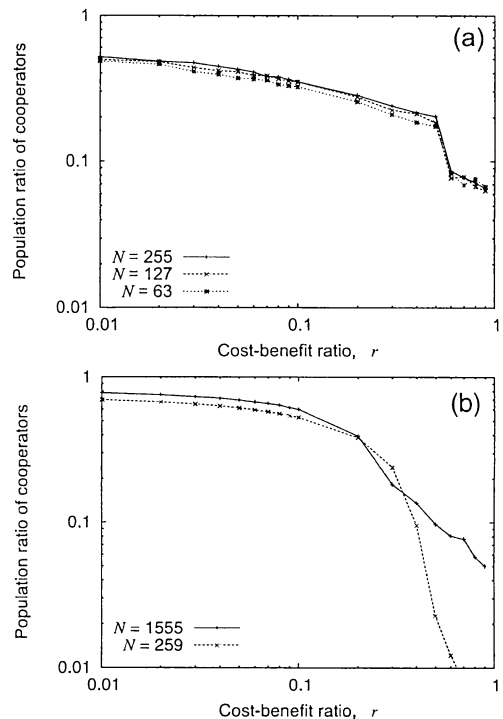


図-4 ケーリー木における協調戦略比の r 依存性。(a) 二分木、(b) 六分木。

連続とも思われるような急激な減少が見られる。ただし、車輪グラフの場合とは異なり、ゼロに向かうものではなく、新しい有限値に向かうもののように思われる。六分木の場合には不連続な減少はみられず、頂点数が多い場合の方が高い人口比のままで推移してゆくことがわかった。

同一の r におけるふたつの協調戦略比を比較してみると、 r が小さい場合には六分木の方が大きく、 r 大きい場合には二分木の方が大きいことがわかる。小さなコスト利得比の場合には、六分木のようにグループの末端にある次数2の頂点数が多いことが友好的な関係を築くために役に立つが、ある状態を超えると次数が高い点の数が多いことが影響するものと考えられる。

システムにおける暗黙的なリーダーの効果を探る試みをケーリー木についても行った。車輪グラフと同様に、リーダーの戦略を協調戦略に固定し、協調戦略比の r 依存性を調べた。図-5にその結果を示した。最も顕著な特徴は r に全く依存しないことである。さらに、協調戦略比がとても小さいことも特徴である。すなわち、システムはリーダーの意志とは反対の方向に向かう。この効果はシステムサイズにも依存しない。この結果は、無策なリーダーシップがシステムを悪化させる

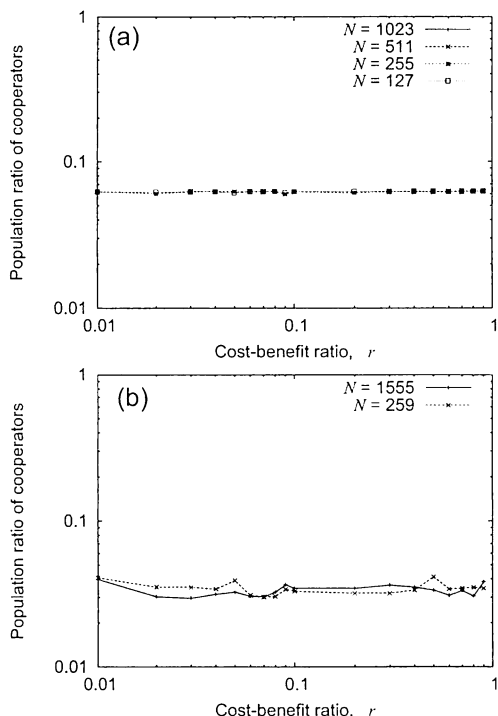


図-5 無策なリーダーシップがある場合のケーリー木における協調戦略比の r 依存性. (a) 二分木の場合と (b) 六分木の場合.

ことを示している. そこで, 以下ではこのようなリーダーシップによる調整を諦め, ネットワークの構築法によって協調戦略比を大きくすることを検討する.

(3) 格子グラフ

3種類の格子グラフ (三角格子, 正方格子, 蜂の巣格子) について検討した. 図-6に三角格子と蜂の巣格子の例を示した. 周期境界条件を使ってすべての頂点が同じ次数を持つようにした. そのため, 蜂の巣, 正方, 三角それぞれの格子の次数は3, 4, そして6である. システムサイズ依存性を調べるために $N = 100$ と400のふたつのシステムでシミュレーションを行った.

格子グラフにおいては, 次数の小さい頂点をもつネットワークの方が協調戦略の割合が大きかった. 蜂の巣格子がすべての r において最も協調戦略比が高い. 図-7は三種類の格子における協調戦略の比を示している. r 依存性はすべてのグラフにおいて観察された. システムサイズ依存性は三種類すべての格子について確認されたが顕著ではなかった. 蜂の巣格子における協調戦略比は, 大きな r において急激に減少するまで一番大きな値である. このような急激な減少はすべての格子において観察された. 急激な減少は全

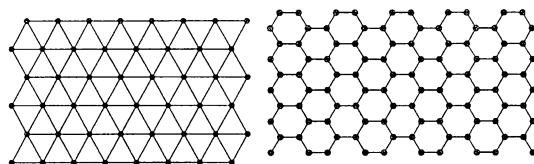


図-6 格子グラフの例. 左: 三角格子, 右: 蜂の巣格子.

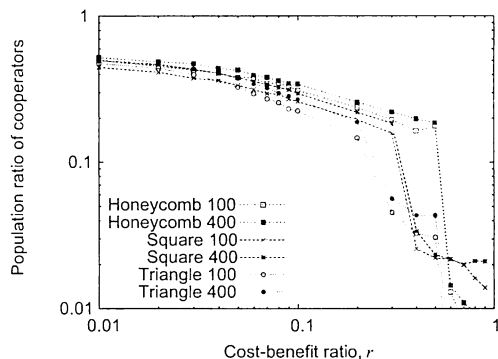


図-7 格子グラフにおける協調戦略の割合.

ての頂点で次数が一定のネットワーク (格子グラフと円環グラフ) に見られた特徴である. この結果から, 次数の低い頂点ネットワークの方が協調戦略の割合が高いことと結論づけることができた. この効果が局所的な構造によるものなのかを検討するために, 以下ではランダムなネットワークについての検討を進める.

(4) Erdős-Rényi 型ランダムグラフ

Erdős-Rényi 型のランダムグラフは, 頂点を配置したあとですべての2頂点の組み合わせについて辺を作るか否かを乱数によって決定することによって作られる. 区間 $[0, 1)$ の一様乱数を発生させ, パラメータ p よりも小さいときは辺を作る. これにより, 完全グラフから見た辺の存在割合が p であるグラフが作られる. パラメータ p すなわち辺の存在確率を変えることによって, でたらめな結びつきで作られるネットワークの発達による協調戦略比の違いを調べる. 図-8に Erdős-Rényi 型ランダムグラフの例を示す. 左右ともに $N = 20$ で, 左が $p = 0.2$ の例, 右が $p = 0.4$ の例である. 全ての頂点は確率的には等価であるが, 実現されたグラフには例に見られるように次数にばらつきがみられる.

ランダムグラフにおける協調戦略比の r 依存性が結合確率によってどのように異なるのかを図-9に示した. どの場合も r の増加に伴い協調戦略の人口は減少する. $p = 0.2, 0.4, 0.6$, そして 0.8 の場合を比較すると 0.2 のほうが協調戦略が多いまま推移してゆくことがわ

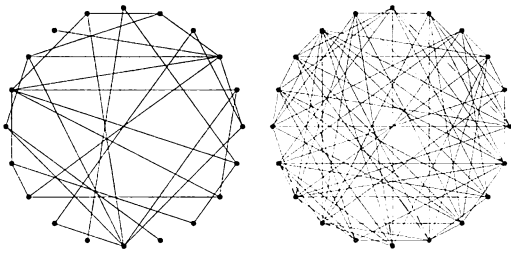


図-8 Erdős-Rényi 型ランダムグラフの例。左： $p = 0.2$ 。右： $p = 0.4$ 。

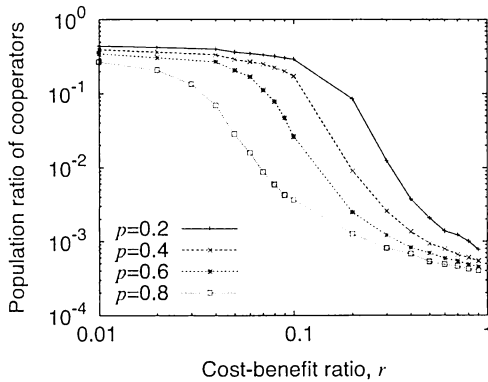


図-9 Erdős-Rényi 型における人口比の p 依存性 ($N=50$)。

かる。このとき、平均次数の期待値は、10、20、30、そして40であることから、ここでも平均次数が小さいネットワークの方が協調戦略比が高いことがわかった。また、このような値においても協調戦略が存在していることは注目すべき点である。他のグラフと異なり、すべての p について、人口比がほぼ直線的にコスト利得比に依存していることも興味深い。

(5) ランダム幾何グラフ

二次元ランダム幾何グラフは二次元領域 $[0, 1) \times [0, 1)$ においてランダムに配置した点を連結させて作るグラフである。パラメータ値 R を指定し、距離が R 以内である2点を連結させることによって作られる。そのため、グラフはふたつのパラメータ R と N によって定義される。本研究ではグラフを構成する際に周期境界条件を用いて、端にある点の特殊性を回避している。図-10に $N = 500$ の場合のランダム幾何グラフの例を示す。左は $R = 0.06$ 、右は $R = 0.08$ の場合で、同一の点配置を用いてグラフを作成している。左は部分的にクラスター(副グラフ)を作っているものの全体は連結されていない。それに対して、右のグラフは全体が連結されており、ひとつの大きなグラフになっていることがわかる。

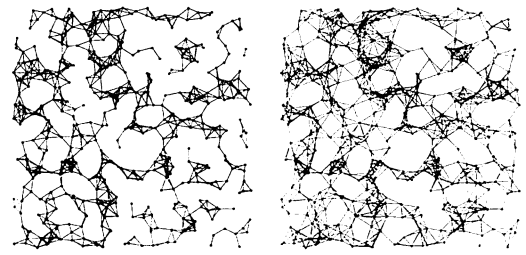


図-10 ランダム幾何グラフの例。右： $R = 0.06$ 。左： $R = 0.08$

すべてのシミュレーションにおいて $N = 5000$ とし、 R を変えることによってグラフの性質を変えた。 R の値は 0.001、0.005、0.01、0.02、0.05、0.1、0.15、そして 0.2 である。平均次数の期待値は $\pi R^2 N$ なので、それぞれ、0.0157、0.393、1.57、6.28、39.3、157、353、そして 628 となる。ランダム幾何グラフのシミュレーション⁸⁾によると、グラフ全体が繋がる半径(臨界半径) R_c は、

$$R_c = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{4.52}{5000} \Gamma\left(\frac{2+2}{2}\right) \right]^{\frac{1}{2}} = 0.0170, \quad (2)$$

である。これは、我々のシミュレーションでは、中間ほどの値になる。数値シミュレーションの場合、実際にグラフを構築すると孤立した点が発生するときがある。このような場合でも、取引をしないプレーヤーは戦略を変えないまま生き残るとした。

協調戦略比の r 依存性はふたつのタイプに分けることができる。結果を図-11に示す。ここでも平均次数が小さい方が協調戦略比が大きい。一方のタイプは r にほとんど依存せず、高い協調戦略比が維持されるものである。もう一方のタイプは r の増加とともに協調戦略比が小さくなって行く、これまで見てきたグラフと同じタイプのものである。高い協調戦略比を示すのは、 $R \leq 0.05$ のときであり、臨界半径の2倍程度の値がしきい値となっている。これらのケースにおいては、全体が部分に分かれて小さなクラスターを形成している可能性がある。 $R > 0.5$ の場合も平均次数は高いにもかかわらず協調戦略は生き延びている。

(6) スケールフリーネットワーク

スケールフリーネットワーク⁷⁾は頂点の次数の頻度分布がべき乗則を示すという特徴を持っている。このグラフは新しい頂点とその頂点から既存点への連結の生成の繰り返しによって作られる。そのため、3つのパラメータが m_0 、 m 、そして n が必要となる。それぞれ、頂点の初期個数、繰り返しの度に追加される一つ

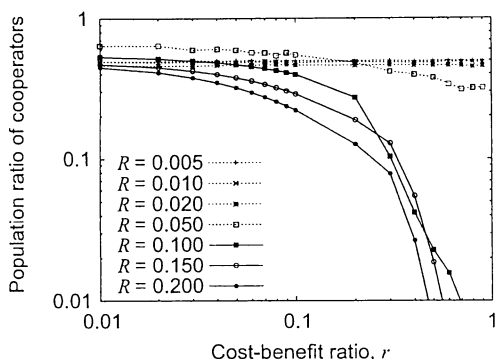


図-11 ランダム幾何グラフにおける p 依存性 ($N=5000$) .

の頂点から出る辺の本数, そして繰り返しの回数である. 図-12 にスケールフリーネットワークの例を示す. ともに $N = 30$ であるが, n の値が異なるため辺の数が異なり, 結果として既存の頂点に対する集中のしかたも異なっている.

4 種類の組み合わせ, $(m_0, m, n) = (1, 1, 300), (1, 2, 150), (1, 3, 100)$, そして $(1, 4, 75)$ について, スケールフリーネットワークを作成してシミュレーションを行った. すべてのグラフは辺の数が 301 である. 頂点の数はそれぞれ 301, 151, 101, そして 76 であり, 平均次数はそれぞれ 1.0, 2.0, 3.0, そして 4.0 である. しかし, 頂点次数の頻度分布は異なり, シミュレーションの結果も異なる.

すべての場合について, 協調戦略比は比較的大きい値を保つことがわかった. 図-13 はその結果を示している. 大きな r では, パラメータの組み合わせによって異なる値を示す. 最も協調戦略比が高かったのは $(m_0, m, n) = (1, 1, 300)$ であった. m が小さく n が大きいことは, 平均次数が小さいことと辺の集中が最も進んでいることを示している. これは, 頂点次数が高い点と低い点の差が極端であるほど協調戦略が生存しやすいことを表している. これまで見てきたように, 協調戦略が平均次数が少ないほど生存しやすい傾向を考えると, スケールフリーネットワークが持つたくさんの次数が小さい頂点に協調戦略は局在しているものと考えられる. 平均次数が高くて高い協調戦略比を取っていることは興味深い.

4. 議論

コスト利得比 r が大きくなると裏切ることのメリットが大きいために協調戦略が選ばれにくくなり協調戦略比が小さくなる. この傾向はほぼすべてのグラフに見られるが, 例外として, R の値が小さいランダム幾何

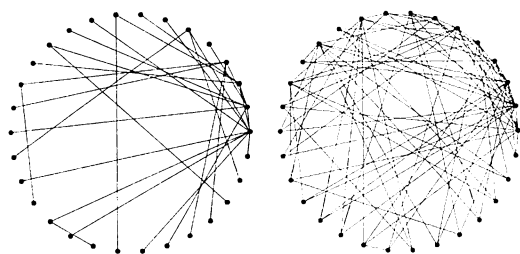


図-12 スケールフリーネットワークの例. 左: $(3, 27, 1)$, 右: $(3, 27, 3)$.

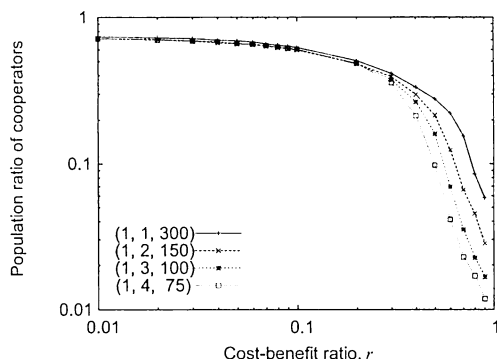


図-13 スケールフリーネットワークにおける協調戦略比の r 依存性.

グラフにおいて r 依存性がほとんど見られない場合がある. R の値が小さいランダム幾何グラフにおいては, 全体の繋がりが極めて疎であり, 孤立したネットワークが存在する状態になっている. これは, 孤立した小さなネットワーク構造を作ることによって協調戦略が生き延びることができることを示唆している.

同種類 (または似たような構造) のネットワークについて注目すると, すべての種類について平均次数が小さいほうが協調戦略比が高いことが明らかになった. これは, 取引関係を制限することが協調戦略比を上げることにつながることを意味するものである.

ネットワーク構造の平均次数を同一にすることができなかったのですべての種類のネットワークを一律に比較することはできないが, 平均次数が大きくさらに r も高い状態で協調戦略比を維持することができたのは, ランダム幾何グラフとスケールフリーネットワークであったと結論づけられる. これらのグラフは次数の小さい点をうまく確保することにより協調戦略比を高く保つことに成功したと考えられる.

「1. はじめに」において, ランダムな構造が好まれた理由は局所的に平均次数が小さい頂点があったた

めである可能性が高いと指摘した。本研究の結果から、規則的なグラフにおいては次数が小さい方が協調戦略比が高いことが明らかになった。また、スケールフリーネットワークのような次数に大きな疎密が生じるようなネットワーク構造で協調戦略比が高い傾向を示し、ランダム幾何グラフのような疎密を調整できるグラフ構造において疎なネットワーク構造の方が高い協調戦略比を示した。これらの結果は、次数が小さい頂点を多数作ることが協調戦略比を高くする戦略として有効であることを意味している。

暗黙的なリーダーの効果はなく、今回のシステムにおいて機能しないこともわかった。また、無策なリーダーは取引相手によって搾取されるだけであり、結果的に協調戦略の割合を極端に下げる効果を生む。リーダーがどのような計画を持って全体に臨むべきなのかは今後の課題である。

吉野⁵⁾では、囚人のジレンマ環境において協調戦略比を高くするためにはルールの代わりに関係構造を変えることも有効であることを主張した。本研究によって、そのシナリオがかなり明確になったのではないと思われる。空間的に拡張された囚人のジレンマ環境において、公共の利益をあげるために協調戦略を選択させるためには以下の3つの対応を行い、プレイヤーのネットワーク構造を調整させればよい。1) 取引相手の数を制限する。2) 関係が増えてネットワークが密になる場合には規則的な構造を作らずランダムな構造を作る。3) ランダムな構造を作る場合でも、局所的に疎な場所が多くある構造を作る。

今回検討したモデルは、ゲームの種類は同一（すべての関係において同じゲームが行われている）であり、プレイヤーの価値は平等（情報や資金の収集といった能力差がまったく無い）であり、プレイヤーの戦略選択の手法は稚拙（適当に選んだ相手と自分を比べるだけ）である。さらに、システムの構成は数学的に理想化された単純なものである。どのような現実的なシミュレーションも直接対応するものはないと言って良い。しか

し、このようなゲームのシミュレーションを行うことに意義はある。単純なモデルに基づいて得られる結果の意義のひとつは、定性的ではあるが本質を捉えることができるという点にある。

今回の結果も、いくつかの本質的な情報を環境システム学に対して提供している。その第一は「囚人のジレンマ的な環境を作り出すと非生産的な解が合理的になってしまう」であるが、今回の結果で重要なのは「囚人のジレンマ的な環境においてもシステム全体の生産性を上げる方法がある」ということであろう。その方法として主張したいのが「取引構造の改善」である。局所的な取引を多くし多くの取引を担うプレイヤーを少なくさせることが全体の生産性を向上させることは、今回の単純なモデルよりも複雑な状況においても成立する可能性は十分にあると我々は考えている。

謝辞： 本研究は東洋大学地域産業共生研究センターから研究補助を受けた。

参考文献

- 1) R. アクセルロッド (松田裕之訳), つきあい方の科学, ミネルヴァ書房, 1998.
- 2) 松原望: 計量社会科学, 東京大学出版会, pp. 33-70, 1997.
- 3) Hauert, C. and Doebeli, M.: Spatial structure often inhibits the evolution of cooperation in the snowdrift game, *Nature*, Vol. 428, pp. 643-646, 2004.
- 4) Yoshino, T.: Prisoner's dilemma on square lattice like small-world network, *Human and Artificial Intelligence Systems - From Control to Autonomy-* (Eds: K., Murase, L.C. Jain, K. Sekiyama, and T. Asakura), Advanced Knowledge International, pp. 395-400, 2004.
- 5) 吉野隆, 空間的に拡張された囚人のジレンマゲームにおける人口比のネットワーク構造依存性, 第33回環境システム研究論文発表会講演集, 463-468, 2005.
- 6) 例えば, Albert, R. and Barabási, A-L.: Statistical mechanics of complex networks, *Reviews of Modern Physics*, Vol. 74, pp. 47-97, 2002.
- 7) Barabási A-L. and Albert R.: Emergence of Scaling in Random Networks, *Science*, **286**, 509-512, 1999
- 8) Dall J. and Christensen M.: Random geometric graphs, *Phys. Rev. E* **66**, 016212.1-016212.9, 2002

Effective network structure for increasing cooperative strategy population on spatially extended prisoner's dilemma games

Takashi YOSHINO, Muneyuki AOKI, and Yoshitaka FUKUI

We discuss effective network structure for the spatially extended prisoner's dilemma to improve the productivity of whole system. Because of it, we examine the difference of population ratio of cooperators on some kinds of networks. Using the prisoner's dilemma game characterized by cost-benefit ratios r , we consider the r dependence of the population ratio of cooperators. The results show that the population ratio increases with decrease of mean degree in cases of same network structures. Comparing the results of different kinds of networks, it is revealed that the cooperators can survive on the networks combining large and small degree vertices.