# 環境の状態と提携行動の相互依存性の下での提携形成問題に関する基礎的考察

谷本 圭志[1]・石本 裕亮[2]

[1]正会員 博（工） 鳥取大学助教授 工学部社会開発システム工学科（〒680-8552 鳥取市湖山町南 4-101）
[2]正会員 修（工）国土交通省中国地方整備局（〒730-8530 広島市中区八丁堀 6-30）

環境問題の解決には主体間の提携が不可欠である．どの提携を形成すべきかやどのような提携構造に至るかの判断には，提携形成メカニズムについての理解を要する．しかし，環境の状態に応じて選択すべき提携行動は異なり，かつ選択する提携行動によって実現しうる環境の状態も異なるという多くの環境問題に見られる「提携行動と環境の状態の相互依存性」を取り上げた研究はこれまでにない．本研究では，この性質を明示した提携形成を確率ゲームによりモデル化するとともに，利得構造が提携行動に及ぼす影響について分析する．

***Key words***: *Coalition formation, environmental policy, game theory, conflict analysis*

## 1．はじめに

環境問題の多くはその影響が広域的に及ぶため，単一の主体のみで解決することは困難である．このことは，温室効果ガスの削減に多くの国による共同の取り組みが不可欠となっていることや，水域の水質改善に沿岸域のみならず流入河川の上中流域にも連携を求める必要があることなどからも明らかであろう．このため，複数の主体で提携を形成して，何らかの環境対策を行う場面が多々ある．

提携を形成するには，相手主体との合意を要することから，そこには主体間での利害調整を不可避的に伴う．このため，自らに高い利得をもたらす提携がどれかを判断しそれを実現するためには，提携形成のメカニズムに関する基礎的な理解が必要である．

従来，提携の形成メカニズムは非協力ゲーム理論において「提携形成問題」として精力的に分析されており[1),2)]，環境問題への適用例も多い[例えば3)]．そこでは，各提携がどれだけの利得を獲得可能かという「利得構造」を所与とした上で，どの提携が安定かについて分析している．

しかし，環境問題の多くは，以下の構造的特性を持っている．我々の社会活動は，環境の状態に影響を必然的に与え，その結果どの状態に至らしめるかは選択する活動の内容や水準に依存する．主体の提携行動もここで言う社会活動に他ならず，どの提携行動が選択されるかは，どのような状態の推移を引き起こすかに影響を及ぼす．その一方で，環境の状態が悪化するとその対策費用が高騰するように，環境の状態は利得構造に影響を与え，また主体の提携行動は獲得できる利得によって決定付けられることから，環境の状態は提携行動に影響を及ぼす．

以上のように，主体の提携行動と環境の状態には相互依存の関係がある．しかし，従来の提携形成問題において，この性質に着目して検討した研究は見られない．

そこで本研究では，環境問題の対策において主体が戦略的な提携行動を意思決定するためには，提携行動と環境の状態に関する相互依存性を明示化した提携形成問題を検討することが不可欠であるとの認識の下に，確率ゲームを用いてこの状況をモデル化する．次いで，そのモデルを用いて利得構造と提携行動の関係を解析的に導出する．その際，二状態，二人主体から成るゲームを対象として検討する．

## 2．既往の研究

ここ２０年来，非協力ゲームをベースとした提携形成に関する研究が進展した．そこでは主に，「提携に属するどの構成員も当該の提携から単独で離脱する動機をもたない」という条件で示されるナッシュ均衡解をベースとし，「誰と提携を組むか」に関するプレイヤーの戦略的行動のモデル化とその結果「どのような提携が形成されるか」についての分析に焦点が当てられた．

１．に述べたように，環境の状態はゲームの利得構造に影響を及ぼす．しかし，これらの従来の研究ではゲームを取り巻く状態の概念がなく，その適用の対象となるあらゆる分野においても状態を扱った研究はない．このことは，状態は主体の提携行動と独立でありかつ不変で

あることを暗に仮定していることになる．しかし，実際には，主体の提携行動が状態に影響を及ぼす場合がある．すなわち，図-1 に示すように，状態が一方的に各提携の下での利得に影響を及ぼし，それに基づいてどのような提携が形成されるか（提携構造）が決定されるのではなく，形成された提携が状態の推移を引き起こすという「提携行動と状態の間での相互依存性」がある．

この相互依存性は，環境問題において典型的に見られる性質であると考えられる．我々の社会活動が環境の状態（以後，単に「状態」と言う）に影響を与えているのは周知の事実であるが，その影響が無視しうるほど小さい場合は相互依存性を取り上げる必要はない．しかし，環境汚染の原因となるストック性やその影響に不確実性があり，その下で複数の主体が共同で状態を制御しようとする場合には，相互依存性を明示したゲームの解析が不可欠である．

相互依存性の下では，ある時点での提携形成の結果はその時点以降の状態の推移に影響を及ぼすことを通じて将来の提携形成の可能性を左右するため，当該時点での利得のみを考慮した主体の近視眼的な提携行動は必ずしも有効ではない．生じうる状態を明らかにした上で，それぞれの状態下でどの提携を形成するかを予め計画することが必要となる．しかし，提携は単一の主体の意思のみで形成しえないため，関与する全ての主体の意思を考慮しつつどのような提携が形成可能かを予測する道具が求められる．

そこで本研究ではShapleyによって提案された確率ゲーム(stochastic game)[4]を取り上げる．このゲームでは，プレイヤーがある状態の下で行動を選択し，その結果に基づいて状態がマルコフ推移し，推移した状態下でプレイヤーが行動を再度選択するという連鎖的な多段階のゲームをモデル化している．

単一の主体の行動が状態に影響を与える場面で，主体が随時どのように行動を選択すべきかについては，最適制御問題として多くの研究の蓄積がある．複数の主体が存在する場合については，主に微分ゲーム(differential game)において従来議論されてきた．微分ゲームは，経済やマネジメント分野での適用例が少なからず見られる[5),6),7)]．しかし，その分析には種々の関数の特定化が必要であり，一般化した議論はハミルトン－ヤコビ－ベルマン方程式(Hamilton- Jacobi-Bellman equation)に立ち戻らざるをえないという難点がある．近年の多くの関心を集めているマルチエージェントモデルは状態と行動の相互作用の下でのプレイヤーの学習過程を記述しているが，シミュレーションに基づくアプローチであり，解析的な分析はできない．

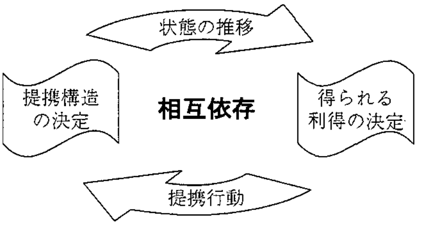


図-1 提携行動と状態の推移の相互依存性

これに対して確率ゲームでは，関数を特定化することなしに基礎的な知見が解析的に得ることが可能なモデル構造となっている．しかし，これまでの研究の多くは，均衡解の存在条件などの一般的な性質の議論にとどまっており[8),9)]，またその適用例はわずかながらの文献[10),11)]に見られるのみである．

## 3．二人確率ゲームの定式化

### (1) 二人確率ゲームの定義

プレイヤー（主体）の集合を $N=\{1,2\}$で表し，任意のプレイヤーを $i(\in N)$で表す．二人確率ゲームは，要素$\{S, \Theta_1, \Theta_2, q, \pi_1, \pi_2, \beta\}$で定義される．ここに，$S$ は生起しうる状態の集合であり，任意の状態を $s(\in S)$で表す．$\Theta_i$はプレイヤー$i$ の行動空間であり，各期にプレイヤーは一つの行動 $\theta_i$ $(\in \Theta_i)$を選択する．$q$ は状態の推移確率であり，状態とプレイヤーの行動の組の条件付確率 $q(\cdot|s, \theta_1, \theta_2)$で与えられる．$\pi_i$ はプレイヤー$i$ の当該の期における瞬間の利得(instantaneous payoff)であり，状態が$s$の下でプレイヤー1, 2 がそれぞれ行動$\theta_1$, $\theta_2$ を選択した場合のそれを$\pi_i(s, \theta_1, \theta_2)$で表す．$\beta$ $(0<\beta<1)$は割引因子である．

ゲームは無限回繰り返され，その過程の各期においていくつかの異なる状態のうち一つが生起することをプレイヤーは知っている．各プレイヤーは状態を観測した後に選択可能な行動の中から一つを選択し，その組み合わせとして一つの結果が生じる．プレイヤーはその結果に基づいて瞬間の利得を得る．行動の選択に際して，プレイヤーは事前に互いに打ち合わせたり行動に関する拘束的な取り決めを行うことはできず，他のプレイヤーと同時に選択しなければならない．以上のゲームのルールは全てのプレイヤーの共有知識とする．

ある期においてプレイヤーが行動を選択することにより次の二点が起こる．まず，プレイヤー$i$は全プレイヤーの行動の組み合わせに基づいて当該の期間における瞬間の利得$\pi_i(s, \theta_1, \theta_2)$を得る．次いで確率過程 $q(\cdot|s, \theta_1, \theta_2)$に従って状態 $s'$へと推移する．これらのプロセスが無限回続

く．このため，プレイヤーは瞬間の利得ではなく，無限回の繰り返し過程で得る総期待割引利得の最大化を図る．

プレイヤーの戦略は，ゲームの履歴に対してどの行動を選択するかである．ここで，過去の全ての履歴ではなくその期に生起した状態に対して行動を一つ対応させる場合，プレイヤー$i$の戦略$\Sigma_i$は定常的(stationary)であると言い，その戦略を定常戦略と呼ぶ．

プレイヤー1と2の戦略の組を$(\Sigma_1, \Sigma_2)$で表す．初期の状態が$s$と観測され，プレイヤーの選択する戦略の組が$(\Sigma_1, \Sigma_2)$であるときの$t$期におけるプレイヤー$i$の期待利得を$\pi_{it}(\Sigma_1, \Sigma_2)(s)$で表す、初期の状態が$s$と観測され，その後無限回繰り返す過程において得られるプレイヤー$i$の総期待割引利得$I_i$は次式で表される．

$$I_i(\Sigma_1, \Sigma_2)(s) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \pi_{it}(\Sigma_1, \Sigma_2)(s) \qquad (1)$$

総期待割引利得が次式を満たす場合，プレイヤー1の戦略$\Sigma_1^*$はプレイヤー2の戦略$\Sigma_2$に対する最適反応である．

$$I_1(\Sigma_1^*, \Sigma_2)(s) \geq I_1(\Sigma_1, \Sigma_2)(s), (\forall \Sigma_1, \forall s \in S) \qquad (2)$$

ゲームにおいて全てのプレイヤーの戦略が他のプレイヤーの戦略の組に対する最適反応であるとき，それらの戦略の組をナッシュ均衡解という．

(2) 提携形成問題への適用

ある二人のプレイヤーが存在し，それらの間で提携を形成することで環境対策プロジェクトを実施しようとしている場面を想定する．問題を解決するためのプロジェクトとして二つのプロジェクト方式案（以後，「方式」と呼ぶ）があり，各プレイヤーはどの方式で提携を形成するかを表明する．どの方式を表明するかがプレイヤーの行動である．

任意の期において双方のプレイヤーが同じ方式を表明した場合，その方式の下で提携が形成されるが，双方が表明した方式が異なる場合には各プレイヤーは一人から成る提携（以後，「単独提携」と呼ぶ）を形成し，表明した方式とは関係なく各々にとって最も利得の高い方式に基づいてプロジェクトを実施するものとする．つまり，単独提携の下では自らが表明した方式に依存せず最も高い瞬間の利得を得ることから$\pi_i(s, \theta_1, \theta_2) = \pi_i(s, \theta_1', \theta_2')$, $(\theta_1 \neq \theta_2; \theta_1' \neq \theta_2'; \theta_i, \theta_i' \in \Theta_i; \forall s \in S; \forall i \in N)$が成立する．

方式は二つあり，それぞれを$X$, $Y$と表す．状態$s$において方式$X$の下で提携が形成された場合に次期に状態が$s'$へ推移する確率$q(s'|s, X, X)$を$q_{ss'}$，方式$Y$の下で提携が形成された場合の確率$q(s'|s, Y, Y)$を$r_{ss'}$，単独提携が形成された場合の確率$q(s'|s, X, Y) = q(s'|s, Y, X)$を$p_{ss'}$と表す．

表-1　状態$s$の下でのゲームの利得行列

| | | P2: $X$ | P2: $Y$ |
|---|---|---|---|
| P1 | $X$ | $a_s + \Sigma_{s'} q_{ss'} g_1(s')$ | $b_s + \Sigma_{s'} p_{ss'} g_1(s')$ |
| | $Y$ | $b_s + \Sigma_{s'} p_{ss'} g_1(s')$ | $c_s + \Sigma_{s'} r_{ss'} g_1(s')$ |

状態$s$において方式$X$の下で提携が形成された場合にプレイヤー1が得る瞬間の利得$\pi_1(s, X, X)$を$a_s$, 方式$Y$で提携が形成された場合のそれ$\pi_1(s, Y, Y)$を$c_s$, 単独提携が形成された場合のそれ$\pi_1(s, X, Y) = \pi_1(s, Y, X)$を$b_s$で表す．

(3) 定常戦略の下でのゲーム

本研究では，状態が二つから構成されるとし$(S = \{1,2\})$，プレイヤーは定常戦略をとると仮定する．すると，初期の状態が$s$であるとき，二人のプレイヤーが方式$X$を選択し，その後双方が合理的にゲームをプレイしたときにプレイヤー1が得る総期待割引利得は次式で表される．

$$a_s + \beta \sum_{s' \in S} q_{ss'} g_1(s') \qquad (3)$$

ここに$g_i(s)$は状態$s$を初期の状態とし，その期とそれ以降の全ての期においてプレイヤー$i$が合理的に無限遠までゲームをプレイした場合に獲得する総期待割引利得であり，動的計画法の最適評価関数(value function)に相当する．方式$Y$の下での提携や単独提携が形成された場合についても同様に定式化できる．よって，ゲームを標準形で表すと表-1のようになる．ただし表記の便宜上，プレイヤー1の利得のみを示しており，P1，P2はそれぞれプレイヤー1, 2を表している．また，$\beta q_{ss'}$を$q_{ss'}$，$\beta p_{ss'}$を$p_{ss'}$，$\beta r_{ss'}$を$r_{ss'}$とそれぞれ略している（以下，この略式の記述を用いる）．

## 4．提携形成の分析

(1) 最適反応の条件

プレイヤーは純粋戦略をとると仮定し，任意の戦略が最適反応となるための条件を求める．以下，状態1，2の下での行動がそれぞれ$\theta$, $\theta'$である戦略をベクトル$(\theta, \theta')$で表す．

プレイヤー2の戦略が$(X, X)$であるとの条件の下で，プレイヤー1の戦略$(X, X)$が最適反応であるための条件を導出しよう．まず，プレイヤー2の戦略は$(X, X)$であることから，プレイヤー1が戦略$(X, X)$をとった場合，状態1，2において方式$X$の下で提携が形成される．したがって$g_1(s)$に関して次の連立方程式が成り立つ．

$$g_1(1)=a_1+q_{11}\,g_1(1)+q_{12}\,g_1(2) \quad (4)$$
$$g_1(2)=a_2+q_{21}\,g_1(1)+q_{22}\,g_1(2) \quad (5)$$

連立方程式の解として得られる $g_1(1)$, $g_1(2)$が初期の状態$s$ (＝1,2)において戦略$(X, X)$をとった場合に得られる総期待割引利得である．戦略$(Y, X)$, $(X, Y)$, $(Y, Y)$をとった場合に得られる総期待割引利得も同様に導出することができる．以上より，プレイヤー1にとって戦略$(X, X)$がプレイヤー2の戦略$(X, X)$に対する最適反応となる条件を次式のように得る．

・状態1が初期状態の場合

$$(1-q_{22})a_1/D_1+q_{12}a_2/D_1 \geq p_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})b_2/D_2 \quad (6)$$
$$(1-q_{22})a_1/D_1+q_{12}a_2/D_1 \geq (1-p_{22})a_1/D_3+q_{12}b_2/D_3 \quad (7)$$
$$(1-q_{22})a_1/D_1+q_{12}a_2/D_1 \geq (1-p_{22})b_1/D_4+p_{12}b_2/D_4 \quad (8)$$

・状態2が初期状態の場合

$$q_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})a_2/D_1 \geq (1-p_{11})a_2/D_2+q_{21}b_1/D_2 \quad (9)$$
$$q_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})a_2/D_1 \geq p_{21}a_2/D_3+(1-q_{11})b_2/D_3 \quad (10)$$
$$q_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})a_2/D_1 \geq p_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})b_2/D_4 \quad (11)$$

ここに，

$$D_1= (1-q_{11})(1-q_{22}) - q_{12}q_{21} \quad (12)$$
$$D_2= (1-p_{11})(1-q_{22}) - p_{12}q_{21} \quad (13)$$
$$D_3= (1-q_{11})(1-p_{22}) - q_{12}p_{21} \quad (14)$$
$$D_4= (1-p_{11})(1-p_{22}) - p_{12}p_{21} \quad (15)$$

である．なお，$D_1$～$D_4$は正であることに留意を要する．条件式は，初期状態が状態1, 2であった場合についてそれぞれ3つずつ導出されている．

初期状態が1の場合について条件式を見ると，(6)式はプレイヤー1が戦略$(X, X)$をとった場合に得る総期待割引利得が戦略$(Y, X)$をとった場合に得るそれよりも大きくなければならないことを示しており，(7), (8)式はそれぞれプレイヤー1が戦略$(X, X)$をとった場合に得る総期待割引利得が戦略$(X, Y)$, $(Y, Y)$をとった場合に得るそれよりも大きくなければならないことを示している．

プレイヤー2の戦略$(X, X)$を所与とすると，(6)～(11)式の合計6つの条件式が全て満たされるとき，プレイヤー1の戦略$(X, X)$はプレイヤー2の戦略$(X, X)$に対する最適反応である．プレイヤー1の全ての戦略について，それが最適反応となるための条件式を付録Aに整理した．プレイヤー2についても同様にして最適反応の条件を求めることができる．

また，ナッシュ均衡解はプレイヤーの戦略が互いのそれの最適反応であることから，プレイヤー2について得られる条件を重ねあわせることにより，ナッシュ均衡解の成立条件を導出することができる．

(2) 利得構造と最適反応の条件

提携を形成してプレイヤーが共同でプロジェクトを実施する場合，そこで得られる利潤や費用の配分を不可避的に伴う．その配分によって均衡する提携構造は異なる．よって，ゲームの分析者や当事者であるプレイヤーがある提携構造の誘導を図る場合には，どのような配分を示すかがその実現の鍵となる．利潤や費用の配分は，上に構築した確率ゲームモデルにおけるパラメーター$a_1$～$c_2$に反映される．そこで以下では，これらのパラメーターの変化に対して(6)～(11)式に示した最適反応の条件がどのように応答するかについて検討する．

表-2は，その検討結果を整理したものである．なお，(6)～(11)式に示すように，各状態の下での条件式が3つずつ合計6つ存在したが，各パラメーターの増加に伴う条件式の応答は双方の状態に関して同じであったため，それらを一括した形で表中に示している．

表-2では双方のプレイヤーが戦略$(X, X)$を選択する場面を想定しており，その結果として各状態において方式$X$の下で提携が形成されることに留意しつつ，$a_1$を増加させた場合の条件式の応答に着目してみよう．$a_1$の増加は状態1において獲得できる瞬間の利得が高まることから，状態1において方式$X$の下での提携が形成される戦略$(X, X)$をプレイヤー1が選択する動機は必然的に高まりそうに思える．つまり，その戦略が最適反応となる条件の成立範囲が拡大すると考えられる．しかしながら，表-2は必ずしもそうはならないことを示している．すなわち，成立範囲の拡大・縮小は，状態の推移確率$q_{22}$と$p_{22}$の大小関係に依存する．以下，この点について吟味しよう．

$q_{22}<p_{22}$の成立下では，状態が1へと推移する確率は，状態2において方式$X$の下で提携が形成された場合のそれは単独提携が形成された場合のそれに比べて相対的に高い．ここで，$a_1$の増加は状態1の下で獲得できる瞬間の利得の増加を表していることから，プレイヤーは方式$X$の下で提携を形成する動機を強くもつようになる．よって，戦略$(X, X)$が最適反応であるための成立範囲は拡大すると考えられる．

一方，$q_{22}>p_{22}$が成立する場合は上述と逆のことが生じるため，単独提携を形成するプレイヤーの動機は高くなる．以上のように，多段階のゲームの場合，当該の期において高い（瞬間の）利得をもたらす提携の形成は必ずしも合理的ではなく，その後に推移する状態の系列下で獲得できる利得全体に基づく判断が重要であり，それには推移確率が不可欠な情報であることが明らかとなった．

なお，以上の議論は(6)～(11)式に示した検討結果例を対

表-2 瞬間の利得の変化と最適反応の条件の応答

（ただし，プレイヤー1 の戦略：$(X, X)$,

プレイヤー2 の戦略：$(X, X)$）

| 増加させるパラメーター | (6), (9)式 | (7), (10)式 | (8), (11)式 |
|---|---|---|---|
| $a_1$ | 拡大 | $q_{22}<p_{22}$ 拡大<br>$q_{22}>p_{22}$ 縮小 | 拡大 |
| $a_2$ | $q_{11}<p_{11}$ 拡大<br>$q_{11}>p_{11}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $b_1$ | 縮小 | − | 縮小 |
| $b_2$ | − | 縮小 | 縮小 |
| $c_1$ | − | − | − |
| $c_2$ | − | − | − |

注：「拡大（縮小）」とは条件の成立範囲が拡大（縮小）することを，「−」は拡大も縮小もしないことを表している．

象としたものであるが，その他の戦略の組み合わせについても同様の議論が成り立つ．その結果は付録に譲る．

### (3) 推移確率と最適反応の条件

環境問題の多くは，環境質の悪化に関連している．例えば，大気や水質の悪化はその典型である．一般に，悪化した環境質の状態に一旦移行すると，そこから自ずと良好な状態に推移する確率はきわめて低い．そうするには，主体の協力の下で人為的に何らかのプロジェクトを実施しなければならないのが現実であり，また多くの場合は単一の主体によるプロジェクトでは十分な効果が得られない．

そこで以下では，状態 1 を良好，状態 2 を悪化した状態と見立て，二人の提携が形成されない場合において状態 2 が吸収状態に近づく，つまり $p_{21}\to 0$, $p_{22}\to\beta$ としたときに最適反応の成立範囲がどのように変化するかについて検討する．

各戦略の組が最適反応として成立する範囲が縮小するための条件を表-3 に整理する．なお，表のある要素には複数の式が含まれているが，これはそれらの式が論理和(or)で成立していればよいことを表している．その結果，最適反応の成立範囲に影響を与えるのは瞬間の利得のみであり，推移確率や割引因子とは無関係であることが明らかになった．具体的には，状態 2 が吸収状態に近づくと，状態 2 において単独提携の下で獲得できる瞬間の利得 $b_2$ が高くなると，単独提携を形成するプレイヤーの動機が高まり，二人提携が安定となる成立範囲が縮小するという単純な結論が，状態の推移を伴う多段階のゲームにおいても得られることが明らかになった．

表-3 最適反応の成立範囲が縮小するための要件（$p_{21}\to 0, p_{22}\to\beta$）

| P2 の | P1 の戦略 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $(X, X)$ | $(Y, X)$ | $(X, Y)$ | $(Y, Y)$ |
| $(X, X)$ | $-a_1+b_2>0$<br>$-b_1+b_2>0$ | $-a_1+b_2>0$<br>$-b_1+b_2>0$ | $-a_1+b_2<0$ | $-b_1+b_2<0$ |
| $(Y, X)$ | $-b_1+b_2>0$<br>$-c_1+b_2>0$ | $-b_1+b_2>0$<br>$-c_1+b_2>0$ | $-b_1+b_2<0$ | $-c_1+b_2<0$ |
| $(X, Y)$ | $-a_1+b_2<0$ | $-b_1+b_2<0$ | $-a_1+b_2>0$<br>$-b_1+b_2>0$ | $-a_1+b_2>0$<br>$-b_1+b_2>0$ |
| $(Y, Y)$ | $-b_1+b_2<0$ | $-c_1+b_2<0$ | $-b_1+b_2>0$<br>$-c_1+b_2>0$ | $-b_1+b_2>0$<br>$-c_1+b_2>0$ |

## 5．おわりに

本研究では，提携行動と環境の状態の相互作用に着目し，その下での提携形成モデルを確率ゲームを用いて構築した．また，そのモデルを用い，利得構造の変化や環境問題における状態に関する推移確率の特殊性を踏まえて，プレイヤーの提携行動に関する理論的な検討を行った．その結果，短期的には当然とも思える提携行動（戦略）が多段階のゲーム全体から見れば肯定も否定もされうることが明らかとなり，その判断は状態に関する推移確率によることを示した．また，確率過程が吸収過程に近づくにつれ，均衡という意味でどの提携行動が支持されるかについては，短期的な視点に基づいた考え方を援用しうることを明らかにした．

今後は，相手プレイヤーの利得構造に対して，自身の最適反応が短期的，長期的な視野に基づく場合とでどのように異なるかについて検討を進めたい．また，混合戦略の下でのゲームへの拡張や状態の数などに関して一般化を試みたい．

### 付録A：最適反応の条件

| P2 の戦略 | P1 の戦略 | 初期状態 | |
|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 |
| $(X, X)$ | $(X, X)$ | $(1-q_{22})a_1/D_1+q_{12}a_2/D_1\geq p_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})b_2/D_2$<br>$(1-q_{22})a_1/D_1+q_{12}a_2/D_1\geq(1-p_{22})a_1/D_3+q_{12}b_2/D_3$<br>$(1-q_{22})a_1/D_1+q_{12}a_2/D_1\geq(1-p_{22})b_1/D_4+p_{12}b_2/D_4$ | $q_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})a_2/D_1\geq(1-p_{11})a_2/D_2+q_{21}b_1/D_2$<br>$q_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})a_2/D_1\geq p_{21}a_2/D_3+(1-q_{11})b_2/D_3$<br>$q_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})a_2/D_1\geq p_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})b_2/D_4$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $(Y, X)$ | $p_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})b_1/D_2 \geq (1-q_{22})a_1/D_1+q_{12}a_2/D_1$<br>$p_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})b_1/D_2 \geq (1-p_{22})a_1/D_3+q_{12}b_2/D_3$<br>$p_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})b_1/D_2 \geq (1-p_{22})b_1/D_4+p_{12}b_2/D_4$ | $(1-p_{11})a_2/D_2+q_{21}b_1/D_2 \geq q_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})a_2/D_1$<br>$(1-p_{11})a_2/D_2+q_{21}b_1/D_2 \geq p_{21}a_2/D_3+(1-q_{11})b_2/D_3$<br>$(1-p_{11})a_2/D_2+q_{21}b_1/D_2 \geq p_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})b_2/D_4$ |
| | $(X, Y)$ | $(1-p_{22})a_1/D_3+q_{12}b_2/D_3 \geq (1-q_{22})a_1/D_1+q_{12}a_2/D_1$<br>$(1-p_{22})a_1/D_3+q_{12}b_2/D_3 \geq p_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})b_1/D_2$<br>$(1-p_{22})a_1/D_3+q_{12}b_2/D_3 \geq (1-p_{22})b_1/D_4+p_{12}b_2/D_4$ | $p_{21}a_2/D_3+(1-q_{11})b_2/D_3 \geq q_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})a_2/D_1$<br>$p_{21}a_2/D_3+(1-q_{11})b_2/D_3 \geq (1-p_{11})a_2/D_2+q_{21}b_1/D_2$<br>$p_{21}a_2/D_3+(1-q_{11})b_2/D_3 \geq p_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})b_2/D_4$ |
| | $(Y, Y)$ | $(1-p_{22})b_1/D_4+p_{12}b_2/D_4 \geq (1-q_{22})a_1/D_1+q_{12}a_2/D_1$<br>$(1-p_{22})b_1/D_4+p_{12}b_2/D_4 \geq p_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})b_1/D_2$<br>$(1-p_{22})b_1/D_4+p_{12}b_2/D_4 \geq (1-p_{22})a_1/D_3+q_{12}b_2/D_3$ | $p_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})b_2/D_4 \geq q_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})a_2/D_1$<br>$p_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})b_2/D_4 \geq (1-p_{11})a_2/D_2+q_{21}b_1/D_2$<br>$p_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})b_2/D_4 \geq p_{21}a_2/D_3+(1-q_{11})b_2/D_3$ |
| | $D_1=(1-q_{11})(1-q_{22})-q_{12}q_{21}$ $D_2=(1-p_{11})(1-q_{22})-p_{12}q_{21}$ $D_3=(1-q_{11})(1-p_{22})-q_{12}p_{21}$ $D_4=(1-p_{11})(1-p_{22})-p_{12}p_{21}$ | | |
| $(Y, X)$ | $(X, X)$ | $p_{12}a_2/D_1+(1-q_{22})b_1/D_2 \geq r_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})c_1/D_2$<br>$p_{12}a_2/D_1+(1-q_{22})b_1/D_1 \geq (1-p_{22})b_1/D_3+p_{12}b_2/D_3$<br>$p_{12}a_2/D_1+(1-q_{22})b_1/D_1 \geq r_{12}b_2/D_4+(1-p_{22})c_1/D_4$ | $(1-p_{11})a_2/D_1+q_{21}b_1/D_1 \geq (1-r_{11})a_2/D_2+q_{21}c_1/D_2$<br>$(1-p_{11})a_2/D_1+q_{21}b_1/D_1 \geq p_{21}b_1/D_3+(1-q_{11})b_2/D_3$<br>$(1-p_{11})a_2/D_1+q_{21}b_1/D_1 \geq (1-r_{11})b_2/D_4+p_{21}c_1/D_4$ |
| | $(Y, X)$ | $r_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})c_1/D_2 \geq p_{12}a_2/D_1+(1-q_{22})b_1/D_1$<br>$r_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})c_1/D_2 \geq (1-p_{22})b_1/D_3+p_{12}b_2/D_3$<br>$r_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})c_1/D_2 \geq r_{12}b_2/D_4+(1-p_{22})c_1/D_4$ | $(1-r_{11})a_2/D_2+q_{21}c_1/D_2 \geq (1-p_{11})a_2/D_1+q_{21}b_1/D_1$<br>$(1-r_{11})a_2/D_2+q_{21}c_1/D_2 \geq p_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})b_2/D_3$<br>$(1-r_{11})a_2/D_2+q_{21}c_1/D_2 \geq (1-r_{11})b_2/D_4+p_{21}c_1/D_4$ |
| | $(X, Y)$ | $(1-p_{22})b_1/D_3+p_{12}b_2/D_3 \geq p_{12}a_2/D_1+(1-q_{22})b_1/D_1$<br>$(1-p_{22})b_1/D_3+p_{12}b_2/D_3 \geq r_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})c_1/D_2$<br>$(1-p_{22})b_1/D_3+p_{12}b_2/D_3 \geq r_{12}b_2/D_4+(1-p_{22})c_1/D_4$ | $p_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})b_2/D_3 \geq (1-p_{11})a_2/D_1+q_{21}b_1/D_1$<br>$p_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})b_2/D_3 \geq (1-r_{11})a_2/D_2+q_{21}c_1/D_2$<br>$p_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})b_2/D_3 \geq (1-r_{11})b_2/D_4+p_{21}c_1/D_4$ |
| | $(Y, Y)$ | $r_{12}b_2/D_4+(1-p_{22})c_1/D_4 \geq p_{12}a_2/D_1+(1-q_{22})b_1/D_1$<br>$r_{12}b_2/D_4+(1-p_{22})c_1/D_4 \geq r_{12}a_2/D_2+(1-q_{22})c_1/D_2$<br>$r_{12}b_2/D_4+(1-p_{22})c_1/D_4 \geq (1-p_{22})b_1/D_3+p_{12}b_2/D_3$ | $(1-r_{11})b_2/D_4+p_{21}c_1/D_4 \geq (1-p_{11})a_2/D_1+q_{21}b_1/D_1$<br>$(1-r_{11})b_2/D_4+p_{21}c_1/D_4 \geq (1-r_{11})a_2/D_2+q_{21}c_1/D_2$<br>$(1-r_{11})b_2/D_4+p_{21}c_1/D_4 \geq p_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})b_2/D_3$ |
| | $D_1=(1-p_{11})(1-q_{22})-p_{12}q_{21}$ $D_2=(1-r_{11})(1-q_{22})-r_{12}q_{21}$ $D_3=(1-p_{11})(1-p_{22})-p_{12}p_{21}$ $D_4=(1-r_{11})(1-p_{22})-r_{12}p_{21}$ | | |
| $(X, Y)$ | $(X, X)$ | $(1-p_{22})a_1/D_1+q_{12}b_2/D_1 \geq (1-p_{22})b_1/D_2+p_{12}b_2/D_2$<br>$(1-p_{22})a_1/D_1+q_{12}b_2/D_1 \geq (1-r_{22})a_1/D_3+q_{12}c_2/D_3$<br>$(1-p_{22})a_1/D_1+q_{12}b_2/D_1 \geq (1-r_{22})b_1/D_4+p_{12}c_2/D_4$ | $p_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})b_2/D_1 \geq p_{21}b_1/D_2+(1-p_{11})b_2/D_2$<br>$p_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})b_2/D_1 \geq r_{21}a_1/D_3+(1-q_{11})c_2/D_3$<br>$p_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})b_2/D_1 \geq r_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})c_2/D_4$ |
| | $(Y, X)$ | $(1-p_{22})b_1/D_2+p_{12}b_2/D_2 \geq (1-p_{22})a_1/D_1+q_{12}b_2/D_1$<br>$(1-p_{22})b_1/D_2+p_{12}b_2/D_2 \geq (1-r_{22})a_1/D_3+q_{12}c_2/D_3$<br>$(1-p_{22})b_1/D_2+p_{12}b_2/D_2 \geq (1-r_{22})b_1/D_4+p_{12}c_2/D_4$ | $p_{21}b_1/D_2+(1-p_{11})b_2/D_2 \geq p_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})b_2/D_1$<br>$p_{21}b_1/D_2+(1-p_{11})b_2/D_2 \geq r_{21}a_1/D_3+(1-q_{11})c_2/D_3$<br>$p_{21}b_1/D_2+(1-p_{11})b_2/D_2 \geq r_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})c_2/D_4$ |
| | $(X, Y)$ | $(1-r_{22})a_1/D_3+q_{12}c_2/D_3 \geq (1-p_{22})a_1/D_1+q_{12}b_2/D_1$<br>$(1-r_{22})a_1/D_3+q_{12}c_2/D_3 \geq (1-p_{22})b_1/D_2+p_{12}b_2/D_2$<br>$(1-r_{22})a_1/D_3+q_{12}c_2/D_3 \geq (1-r_{22})b_1/D_4+p_{12}c_2/D_4$ | $r_{21}a_1/D_3+(1-q_{11})c_2/D_3 \geq p_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})b_2/D_1$<br>$r_{21}a_1/D_3+(1-q_{11})c_2/D_3 \geq p_{21}b_1/D_2+(1-p_{11})b_2/D_2$<br>$r_{21}a_1/D_3+(1-q_{11})c_2/D_3 \geq r_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})c_2/D_4$ |
| | $(Y, Y)$ | $(1-r_{22})b_1/D_4+p_{12}c_2/D_4 \geq (1-p_{22})a_1/D_1+q_{12}b_2/D_1$<br>$(1-r_{22})b_1/D_4+p_{12}c_2/D_4 \geq (1-p_{22})b_1/D_2+p_{12}b_2/D_2$<br>$(1-r_{22})b_1/D_4+p_{12}c_2/D_4 \geq (1-r_{22})a_1/D_3+q_{12}c_2/D_3$ | $r_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})c_2/D_4 \geq p_{21}a_1/D_1+(1-q_{11})b_2/D_1$<br>$r_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})c_2/D_4 \geq p_{21}b_1/D_2+(1-p_{11})b_2/D_2$<br>$r_{21}b_1/D_4+(1-p_{11})c_2/D_4 \geq r_{21}a_1/D_3+(1-q_{11})c_2/D_3$ |
| | $D_1=(1-q_{11})(1-p_{22})-q_{12}p_{21}$ $D_2=(1-p_{11})(1-p_{22})-p_{12}p_{21}$ $D_3=(1-q_{11})(1-r_{22})-q_{12}r_{21}$ $D_4=(1-p_{11})(1-r_{22})-p_{12}r_{21}$ | | |
| $(Y, Y)$ | $(X, X)$ | $(1-p_{22})b_1/D_1+p_{12}b_2/D_1 \geq r_{12}b_2/D_2+(1-p_{22})c_1/D_2$<br>$(1-p_{22})b_1/D_1+p_{12}b_2/D_1 \geq (1-r_{22})b_1/D_3+p_{12}c_2/D_3$<br>$(1-p_{22})b_1/D_1+p_{12}b_2/D_1 \geq (1-r_{22})c_1/D_4+r_{12}c_2/D_4$ | $p_{21}b_1/D_1+(1-p_{11})b_2/D_1 \geq (1-r_{11})b_2/D_2+p_{21}c_1/D_2$<br>$p_{21}b_1/D_1+(1-p_{11})b_2/D_1 \geq r_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})c_2/D_3$<br>$p_{21}b_1/D_1+(1-p_{11})b_2/D_1 \geq r_{21}c_1/D_4+(1-r_{11})c_2/D_4$ |
| | $(Y, X)$ | $r_{12}b_2/D_2+(1-p_{22})c_1/D_2 \geq (1-p_{22})b_1/D_1+p_{12}b_2/D_1$<br>$r_{12}b_2/D_2+(1-p_{22})c_1/D_2 \geq (1-r_{22})b_1/D_3+p_{12}c_2/D_3$<br>$r_{12}b_2/D_2+(1-p_{22})c_1/D_2 \geq (1-r_{22})c_1/D_4+r_{12}c_2/D_4$ | $(1-r_{11})b_2/D_2+p_{21}c_1/D_2 \geq p_{21}b_1/D_1+(1-p_{11})b_2/D_1$<br>$(1-r_{11})b_2/D_2+p_{21}c_1/D_2 \geq r_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})c_2/D_3$<br>$(1-r_{11})b_2/D_2+p_{21}c_1/D_2 \geq r_{21}c_1/D_4+(1-r_{11})c_2/D_4$ |
| | $(X, Y)$ | $(1-r_{22})b_1/D_3+p_{12}c_2/D_3 \geq (1-p_{22})b_1/D_1+p_{12}b_2/D_1$<br>$(1-r_{22})b_1/D_3+p_{12}c_2/D_3 \geq r_{12}b_2/D_2+(1-p_{22})c_1/D_2$<br>$(1-r_{22})b_1/D_3+p_{12}c_2/D_3 \geq (1-r_{22})c_1/D_4+r_{12}c_2/D_4$ | $r_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})c_2/D_3 \geq p_{21}b_1/D_1+(1-p_{11})b_2/D_1$<br>$r_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})c_2/D_3 \geq (1-r_{11})b_2/D_2+p_{21}c_1/D_2$<br>$r_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})c_2/D_3 \geq r_{21}c_1/D_4+(1-r_{11})c_2/D_4$ |
| | $(Y, Y)$ | $(1-r_{22})c_1/D_4+r_{12}c_2/D_4 \geq (1-p_{22})b_1/D_1+p_{12}b_2/D_1$<br>$(1-r_{22})c_1/D_4+r_{12}c_2/D_4 \geq r_{12}b_2/D_2+(1-p_{22})c_1/D_2$<br>$(1-r_{22})c_1/D_4+r_{12}c_2/D_4 \geq (1-r_{22})b_1/D_3+p_{12}c_2/D_3$ | $r_{21}c_1/D_4+(1-r_{11})c_2/D_4 \geq p_{21}b_1/D_1+(1-p_{11})b_2/D_1$<br>$r_{21}c_1/D_4+(1-r_{11})c_2/D_4 \geq (1-r_{11})b_2/D_2+p_{21}c_1/D_2$<br>$r_{21}c_1/D_4+(1-r_{11})c_2/D_4 \geq r_{21}b_1/D_3+(1-p_{11})c_2/D_3$ |
| | $D_1=(1-p_{11})(1-p_{22})-p_{12}p_{21}$ $D_2=(1-r_{11})(1-p_{22})-r_{12}p_{21}$ $D_3=(1-p_{11})(1-r_{22})-p_{12}r_{21}$ $D_4=(1-r_{11})(1-r_{22})-r_{12}r_{21}$ | | |

## 付録B：瞬間の利得の変化と最適反応の条件の応答

| P2 の戦略：$(X, X)$,　P1 の戦略$(X, X)$ | | | |
|---|---|---|---|
| 増加させるパラメーター | 条件式 1 | 条件式 2 | 条件式 3 |
| $a_1$ | 拡大 | $q_{22}<p_{22}$ 拡大<br>$q_{22}>p_{22}$ 縮小 | 拡大 |
| $a_2$ | $q_{11}<p_{11}$ 拡大<br>$q_{11}>p_{11}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $b_1$ | 縮小 | — | 縮小 |
| $b_2$ | — | 縮小 | 縮小 |
| $c_1$ | — | — | — |
| $c_2$ | — | — | — |

| P2 の戦略：$(X, X)$,　P1 の戦略$(Y, X)$ | | | |
|---|---|---|---|
| $a_1$ | 縮小 | 縮小 | — |
| $a_2$ | $q_{11}<p_{11}$ 拡大<br>$q_{11}>p_{11}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $b_1$ | 拡大 | 拡大 | $q_{22}<p_{22}$ 拡大<br>$q_{22}>p_{22}$ 縮小 |
| $b_2$ | — | 縮小 | 縮小 |
| $c_1$ | — | — | — |
| $c_2$ | — | — | — |

| | | | |
|---|---|---|---|
| P2の戦略：$(X, X)$,　P1の戦略$(X, Y)$ | | | |
| $a_1$ | $q_{22}>p_{22}$ 拡大<br>$q_{22}<p_{22}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $a_2$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $b_1$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| $b_2$ | 拡大 | 拡大 | $q_{11}<p_{11}$ 拡大<br>$q_{11}>p_{11}$ 縮小 |
| $c_1$ | ― | ― | ― |
| $c_2$ | ― | ― | ― |
| P2の戦略：$(X, X)$,　P1の戦略$(Y, Y)$ | | | |
| $a_1$ | 縮小 | ― | 縮小 |
| $a_2$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $b_1$ | 拡大 | $q_{22}>p_{22}$ 拡大<br>$q_{22}<p_{22}$ 縮小 | 拡大 |
| $b_2$ | 拡大 | 拡大 | $q_{11}<p_{11}$ 拡大<br>$q_{11}>p_{11}$ 縮小 |
| $c_1$ | ― | ― | ― |
| $c_2$ | ― | ― | ― |
| P2の戦略：$(Y, X)$,　P1の戦略$(X, X)$ | | | |
| $a_1$ | ― | ― | ― |
| $a_2$ | $p_{11}<r_{11}$ 拡大<br>$p_{11}>r_{11}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $b_1$ | 拡大 | $q_{22}<p_{22}$ 拡大<br>$q_{22}>p_{22}$ 縮小 | 拡大 |
| $b_2$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| $c_1$ | 縮小 | ― | 縮小 |
| $c_2$ | ― | ― | ― |
| P2の戦略：$(Y, X)$,　P1の戦略$(Y, X)$ | | | |
| $a_1$ | ― | ― | ― |
| $a_2$ | $p_{11}<r_{11}$ 拡大<br>$p_{11}>r_{11}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $b_1$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $b_2$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| $c_1$ | 拡大 | 拡大 | $q_{22}<p_{22}$ 拡大<br>$q_{22}>p_{22}$ 縮小 |
| $c_2$ | ― | ― | ― |
| P2の戦略：$(Y, X)$,　P1の戦略$(X, Y)$ | | | |
| $a_1$ | ― | ― | ― |
| $a_2$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $b_1$ | $q_{22}>p_{22}$ 拡大<br>$q_{22}<p_{22}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $b_2$ | 拡大 | 拡大 | $p_{11}<r_{11}$ 拡大<br>$p_{11}>r_{11}$ 縮小 |
| $c_1$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| $c_2$ | ― | ― | ― |
| P2の戦略：$(Y, X)$,　P1の戦略$(Y, Y)$ | | | |
| $a_1$ | ― | ― | ― |
| $a_2$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $b_1$ | 縮小 | ― | 縮小 |
| $b_2$ | 拡大 | 拡大 | $p_{11}>r_{11}$ 拡大<br>$p_{11}<r_{11}$ 縮小 |
| $c_1$ | 拡大 | $q_{22}>p_{22}$ 拡大<br>$q_{22}<p_{22}$ 縮小 | 拡大 |
| $c_2$ | ― | ― | ― |
| P2の戦略：$(X, Y)$,　P1の戦略$(X, X)$ | | | |
| $a_1$ | 拡大 | $p_{22}<r_{22}$ 拡大<br>$p_{22}>r_{22}$ 縮小 | 拡大 |
| $a_2$ | ― | ― | ― |
| $b_1$ | 縮小 | ― | 縮小 |
| $b_2$ | $q_{11}>p_{11}$ 拡大<br>$q_{11}<p_{11}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $c_1$ | ― | ― | ― |
| $c_2$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| P2の戦略：$(X, Y)$,　P1の戦略$(Y, X)$ | | | |
| $a_1$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $a_2$ | ― | ― | ― |
| $b_1$ | 拡大 | 拡大 | $p_{22}<r_{22}$ 拡大<br>$p_{22}>r_{22}$ 縮小 |
| $b_2$ | $q_{11}>p_{11}$ 拡大<br>$q_{11}<p_{11}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $c_1$ | ― | ― | ― |
| $c_2$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| P2の戦略：$(X, Y)$,　P1の戦略$(X, Y)$ | | | |
| $a_1$ | $p_{22}>r_{22}$ 拡大<br>$p_{22}<r_{22}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $a_2$ | ― | ― | ― |
| $b_1$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| $b_2$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $c_1$ | ― | ― | ― |
| $c_2$ | 拡大 | 拡大 | $q_{11}<p_{11}$ 拡大<br>$q_{11}>p_{11}$ 縮小 |
| P2の戦略：$(X, Y)$,　P1の戦略$(Y, Y)$ | | | |
| $a_1$ | 縮小 | ― | 縮小 |
| $a_2$ | ― | ― | ― |
| $b_1$ | 拡大 | $p_{22}>r_{22}$ 拡大<br>$p_{22}<r_{22}$ 縮小 | 拡大 |
| $b_2$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $c_1$ | ― | ― | ― |
| $c_2$ | 拡大 | 拡大 | $q_{11}<p_{11}$ 拡大<br>$q_{11}>p_{11}$ 縮小 |
| P2の戦略：$(Y, Y)$,　P1の戦略$(X, X)$ | | | |
| $a_1$ | ― | ― | ― |
| $a_2$ | ― | ― | ― |
| $b_1$ | 拡大 | $p_{22}<r_{22}$ 拡大<br>$p_{22}>r_{22}$ 縮小 | 拡大 |
| $b_2$ | $p_{11}<r_{11}$ 拡大<br>$p_{11}>r_{11}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $c_1$ | 縮小 | ― | 縮小 |
| $c_2$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| P2の戦略：$(Y, Y)$,　P1の戦略$(Y, X)$ | | | |
| $a_1$ | ― | ― | ― |
| $a_2$ | ― | ― | ― |
| $b_1$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $b_2$ | $p_{11}>r_{11}$ 拡大<br>$p_{11}<r_{11}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $c_1$ | 拡大 | 拡大 | $p_{22}<r_{22}$ 拡大<br>$p_{22}>r_{22}$ 縮小 |
| $c_2$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| P2の戦略：$(Y, Y)$,　P1の戦略$(X, Y)$ | | | |
| $a_1$ | ― | ― | ― |
| $a_2$ | ― | ― | ― |
| $b_1$ | $p_{22}>r_{22}$ 拡大<br>$p_{22}<r_{22}$ 縮小 | 拡大 | 拡大 |
| $b_2$ | 縮小 | 縮小 | ― |
| $c_1$ | ― | 縮小 | 縮小 |
| $c_2$ | 拡大 | 拡大 | $p_{11}<r_{11}$ 拡大<br>$p_{11}>r_{11}$ 縮小 |
| P2の戦略：$(Y, Y)$,　P1の戦略$(Y, Y)$ | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a_1$ | — | — | — |
| $a_2$ | — | — | — |
| $b_1$ | 縮小 | — | 縮小 |
| $b_2$ | 縮小 | 縮小 | — |
| $c_1$ | 拡大 | $p_{22}>r_{22}$ 拡大<br>$p_{22}<r_{22}$ 縮小 | 拡大 |
| $c_2$ | 拡大 | 拡大 | $p_{11}>r_{11}$ 拡大<br>$p_{11}<r_{11}$ 縮小 |

注：条件式1，2，3とは付録Aに示した各要素における上からそれぞれ1，2，3番目の条件式を指している．

## 参考文献


1) Greenberg, J.: Coalition Structures, in R. Aumann and S. Hart (eds.), Handbook of Game Theory and with Applications, Vol.II, Amsterdam: North-holland, pp.1305-1337, 1994.

2) Slikker, M. and van den Nouweland, A.: Social and Economic Networks in Cooperative Game Theory, Kluwer Academic Publishers, 2001.

3) Botteon, M. and Carraro, C.: Burden Sharing and Coalition Stability in Environmental Negotiations with Asymmetric Countries, in International Environment Negotiations-Strategic Policy Issues (C. Carraro ed.), Edward Elgar Publishing Limited, pp.26-55, 1997.

4) Shapley, L.S.: Stochastic Games, Proc. of National Academic Science 39, pp.1095-1100, 1953.

5) Dockner, E., Jorgensen, S., Long, N., and Sorger, G.: Differential Games in Economics and Management Science, Cambridge University Press, 2000.

6) List, J. and Mason, C.: Optimal Institutional Arrangements for Transboundary Pollutants in a Second-Best World: Evidence from a Differential Game with Asymmetric Players, Journal of Environmental Economics and Management 42, pp.277-296, 2001.

7) Clemhout, S. and Wan, H.: Differential Games -Economic Applications, in R. Aumann and S. Hart (eds.), Handbook of Game Theory and with Applications, Vol.II, Amsterdam: North-holland, pp.801-825, 1994.

8) Raghavan, T., Ferguson, T., Parthasarathy, T., and Vrieze, O.: Stochastic Games and Related Topics, Kluwer Academic Publishers, 1991.

9) Chakrabarti, K.: Markov Equilibria in Discounted Stochastic Games, Journal of Economic Theory 85, pp.294-327, 1999.

10) Majumdar,M.and Sundaram, R.: Symmetric Stochastic Games of Resource Extraction: The Existence of Non-randomized Stationary Equilibrium, in Raghaaven, T., Ferguson, T. Parthasarathy, T., and Vrieze, O. (eds.), Stochastic Games and Related Topics, Kluwer Academic Publishers, 1991.

11) Amir, R.: Continuous Stochastic Games of Capital Accumulation with Convex Transitions, Games and Economic Behavior 15, pp.111-131, 1996.


## Modeling Coalition Formation Game Interacted with Transitional State of the Environment


Keishi TANIMOTO and Hiroaki ISHIMOTO



It is no doubt that forming the coalition among many agents is necessary to resolve the environmental problems. To encourage the formation of coalition, coalition formation mechanism should be studied. In many environmental problems, the interaction between state of the environment and the coalition behavior by agents is critical nature. However, this nature is not described in previous works. In this paper, the model to describe the coalition formation with such an interaction is developed by use of stochastic game. Then how the payoff structure affects the coalition formation is studied