

水道用水使用量の時間変動解析

An Analysis of Hourly Fluctuation of Supplied Water Consumption

小泉 明 * ・ 稲員 とよの * ・ ○ 荒井 康裕 ** ・ 具 滋茸 ***
Akira KOIZUMI *, Toyono INAKAZU *, Yasuhiro ARAI**, Jayong KOO***

ABSTRACT: In this paper, we propose a time series model for hourly fluctuation of supplied water consumption. This model gives us basic information about water distribution control. First, after analysis of the significant characteristics of the hourly fluctuation, we find that it has two component parts. One of them is the cyclic component, which regularly makes typical fluctuated patterns with a 1-day cycle. The other is the deviational component, which deviates complexly and randomly from the typical patterns of the cyclic component. Second, we make an hourly fluctuation model, which is based on the two components mentioned above. We make the cyclic and deviational component models by applying the finite Fourier series and multiple ARIMA models respectively, and combine them to form an hourly fluctuation model. Third, we show a case study in Seoul City, and use this proposed model to estimate the supplied water consumption. From the results of this case study, we can obtain an effective model to describe the hourly fluctuation of supplied water consumption. Our proposed model is useful for water distribution control planning.

KEYWORDS: time series model, hourly fluctuation, supplied water consumption,
finite Fourier series, multiple ARIMA model, water distribution control planning

1. はじめに

21 世紀を展望した水道事業では、高度な水運用管理を行うことに重点が置かれ、維持管理体制の一層の充実及び強化が図られることが望まれている。こうした中、配水池、配水管及びポンプ・バルブ等から構成される配水システムにおいては、需要者が必要とする水量を適切な水圧で常時安定的に供給することはもとより、運転管理の効率化が強く求められている。このような要求に応えるために、これらのシステムを総合的に制御あるいは管理し得る配水コントロール計画が必要とされる。この配水コントロール計画は、時々刻々と変化する水需要量の変動に対し、配水ポンプの運転管理や、配水池の水位を良好に維持するバルブ調整等の適応制御によって、合理的かつ経済的な水運用管理¹⁾の達成を図ろうとするものである。したがって、リアルタイムの適応制御システムを実現するためには、水使用量の時間変動に関する解析は必要不可欠なものと考えられ、より高い精度のものが求められる。

水使用量の時間変動は、その時系列上における特性として2つの大きな特徴を有している。第1は、日々繰り返す規則的な周期変動パターンが存在する点であり、第2は、極めて複雑な挙動を示す不確定的な変動

* 東京都立大学大学院工学研究科

Graduate School of Eng., Tokyo Metropolitan University

** 東京都立大学大学院修士課程

Graduate Student, Tokyo Metropolitan University

*** ソウル市立大学環境工学部

Dep. of Environment Eng., The University of Seoul

(ランダムネス)が見られる点である。このような特性をもつ時間変動に関して、今日迄にいくつかの解析が行われてきたが²³⁾、より高い精度の解析を行うには、上記の2つの特性に対して十分にそれぞれを把握し得るようなアプローチが必要であると考える。

そこで本論文では、水使用量の時間変動をよりの確に把握し得る時系列モデルを得るため、その時系列が示す特性に着目し、周期成分と偏差成分の2成分によって捉えることにする。以下、2.では一般的な水使用量の時系列変動特性について述べ、時間変動について今回着目する周期成分と偏差成分の2成分に関する特性を明らかにする。3.では周期成分に対して有限フーリエ級数、偏差成分に関しては多元ARIMAモデルを用いた時間変動モデルを定式化する。4.では提案する時間変動モデルを用いたケーススタディを行い、モデルの推定精度を統計的な視点から評価することとする。

2. 水使用量の時系列変動特性

(1) 時系列変動の分類

水使用量の時系列変動として、対象地域の人口の増減や経済・産業の成長状況に起因し、時系列の変動が長期にわたり増加あるいは減少を示す傾向変動(トレンド)や、規則的かつ反復的な変動を示す循環変動(確定周期を有する周期変動と周期性をもたない非周期変動)が挙げられる。また、季節変動と呼ばれる変動もあり、1年を確定周期とする規則的な変動が時系列に認められる。この変動は、水使用量の時系列において四季の変化に伴って変動し、夏期には水使用量の増加、逆に冬期に減少を示す。そして、1日の昼夜において変化する時間変動の周期変動、さらには事故や火災による水使用量の増加、あるいは断水や水圧不足による水使用量の減少といった偶然変動も存在し得る。実際の時系列変動は、図1に示す種々の変動が複雑に合成されたものと考えられる。なお、水使用量の時系列変動のイメージを視覚的に把握すると図2となる。

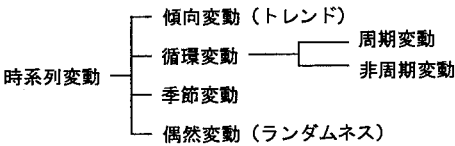


図1 時系列変動の分類

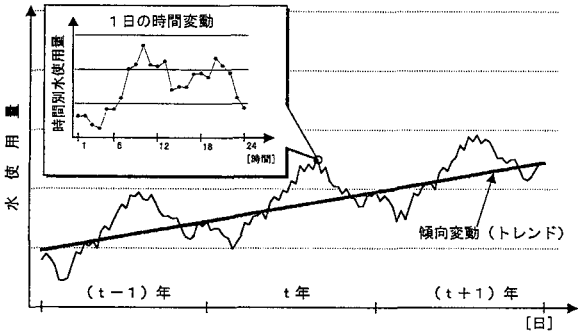


図2 水使用量時系列変動のイメージ図

傾向変動に対する解析に関しては、将来の水需要を予測するような長期的な視点に立った分析アプローチが必要とされる。そのため、社会・経済的影響を入力要因として考慮し得るモデルを作成する目的から、重回帰モデルやシステム・ダイナミクス (SD) モデルを用いた研究⁴³⁾が従来までに行われてきた。また、季節変動に対しては、解析手法の1つとして連環比率法が広く用いられているが、これは原時系列から季節変動を抽出して指数化するものである⁹⁾。さらに、適切な水運用を目的とした短期需要予測では日変動の解析が行われており、このための解析手法として、多元ARIMAモデルを利用した研究等⁷⁸⁾が挙げられ、水使用量の変動に大きく影響を及ぼすとされる天候、平均気温、最高・最低気温、曜日等の影響要因が入力要因として用いられている。

一方、時間変動の解析の目的とされる点は、時々刻々と変動を続ける時間オーダの変動特性を的確に把握することにより、配水コントロールにおけるリアルタイムの運転制御を実現し、維持管理の合理化・サービスの向上を図るところにある。したがって、時間変動の解析手法に求められる精度は、他の変動解析のそれと比較した場合、より高い精度が要求されることになる。しかしながら、時間変動は他の変動に比べより複

雑な挙動を示すため、その解析は極めて困難なものとされる。時間変動に対する解析は現在さまざまな手法により行われてはいるが⁹⁾¹⁰⁾、解析に要求される精度を満たした良好なモデルを作成するためには、時間変動の時系列特性を十分に把握することが肝要であると考ええる。

(2) 時間変動特性

水使用量に関する時間変動の第1の特性は、1日を周期とする明瞭な確定周期変動が時系列上に認められる点である。図3の例に示すように、ある典型的なパターンを周期的に維持しながら、日々同じようなパターンが繰り返し時系列上に現われていることがわかる。この変動パターンは「2こぶ型」という規則性を有している点も水使用量における時間変動の大きな特徴といえる。すなわち、住宅地域の水使用行動で一般的に観測される洗濯等をする午前のピークと、入浴・炊事に伴う夕方以降のピークという2回の水使用ピークを表わし、人間の生活行動と連動した水使用量の周期変動を意味している。このような確定的な周期変動が水使用量の時系列において存在するのは、人間生活と水使用行動との不可分性に基づくものであり、水使用に対する恒久性・普遍性が明確に現われているといえる。なお、この基礎的な変動パターンは地域特性や都市活動によっても違いが見られ¹¹⁾、季節的な影響も受けるものと考えられる。

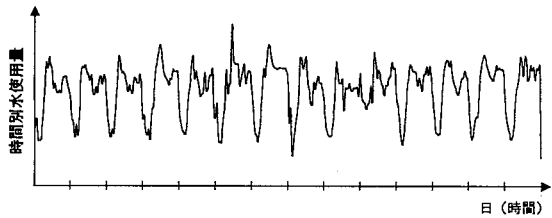


図3 時間別水使用量の一例

第2の時間変動の特性は、日々繰り返す規則的な周期変動パターンが存在する一方で、大局的な視野から局所的な視野に立って時系列を考察すると、極めて複雑な挙動を示している点である。この不規則に変動する水量は、全体のパターンを構成する水量と比較すれば量的にはそれ程大きくはないが、時間変動を記述する上でのもう1つの大きな特徴といえる。この微細な不確定変動は、天候や気温等に代表される「自然的要因」や、平日と休日の生活行動の差異による「社会的要因」等に起因するものと考えられる。時間別水使用量とは、本来「パルス」的な挙動を示す個人あるいは各世帯・事業所レベルでの瞬間的な使用量の総和であり、こうしたパルスの挙動が集積されることによって、平均的な変動パターンとして見なせるだけの輪郭が構成されることになる。したがって、一般に配水規模が大きければ各水量が平均化され、突出する水量（あるいは逆）が時系列上には現われないが、配水規模が小規模になると、平均的なパターンから突如増加したり減少したりする変動傾向があり、不確定な挙動が顕在化することが知られている。

以上の2つの大きな時系列特性を有する時間変動に対し、本論文では、典型的なパターンを構成する周期変動成分と、パルスの挙動を示す不確定的な変動成分の2成分に着目することにし、この2成分に基づいた時間変動モデルを提案する。

3. 時間変動モデルの定式化

(1) 提案するモデルの考え方

本論文では、日々繰り返す規則的な周期変動パターンを形成する成分を「周期成分」、この周期成分に付加される不確定的に変動する成分（周期変動からの偏差分）を「偏差成分」と定義し、この2成分の和として時間変動モデルを(1)式のように表わすことにする。

$$Y_t = F_t + D_t \tag{1}$$

ここで、 Y_t : 時間変動モデル、 F_t : 周期成分モデル、 D_t : 偏差成分モデルである。この時間変動モデルは、図4に示す2種類の成分ごとにモデル化する点に特徴がある。

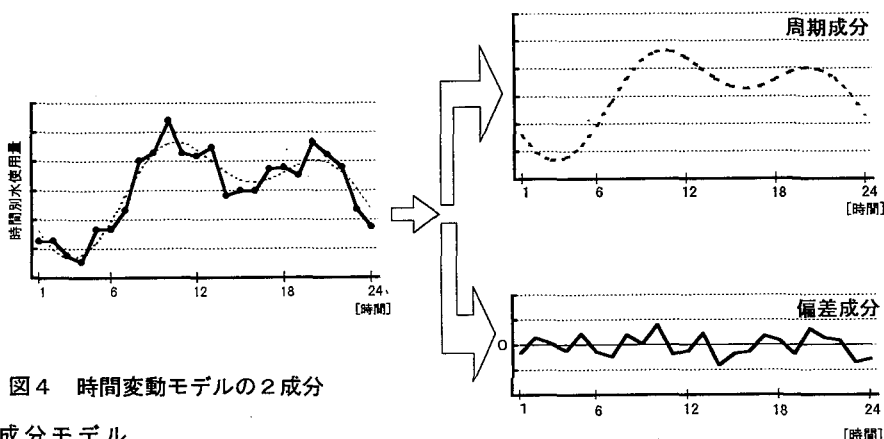


図4 時間変動モデルの2成分

(2) 周期成分モデル

水使用量における周期成分モデルを推定するために、以下に示す「有限フーリエ級数」を用いることにする。この有限フーリエ級数は、複雑な循環変動に対して、単純な周期変動成分に分解し、どのような周期に属する変動成分が卓越しているのかを分析するための有用な手法の1つといえる。

ある時間関数 $x(t)$ に関して、等間隔な標本点における N (偶数) 個の標本値 x_m ($m=1,2,\dots,N-1,N$) が与えられたとき、

$$\left. \begin{aligned} A_k &= \frac{2}{N} \sum_{m=1}^N x_m \cos \frac{2\pi k m}{N} & k &= 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1, \frac{N}{2} \\ B_k &= \frac{2}{N} \sum_{m=1}^N x_m \sin \frac{2\pi k m}{N} & k &= 1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

とすれば、時間関数 $x(t)$ に対する有限フーリエ級数近似式が(3)式のように与えられる。

$$\tilde{x}(t) = \frac{X_0}{2} + \sum_{k=1}^{N/2-1} X_k \cos\left(\frac{2\pi k t}{N\Delta t} + \phi_k\right) + \frac{X_{N/2}}{2} \cos \frac{2\pi(N/2)t}{N\Delta t} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 Δt : 標本間隔、 t : m 番目の標本値の時刻 ($t = m\Delta t$)、 $X_0/2$: 全データの平均を示す定数項を表わし、各周期変動成分の振幅 X_k ・位相角 ϕ_k ・周期 T_k は以下のようにそれぞれ計算される。

$$\text{振幅} : X_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{位相角} : \phi_k = \tan^{-1}(-B_k/A_k) \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{周期} : T_k = \frac{N\Delta t}{k} \dots\dots\dots (6)$$

なお、(2)式による演算をフーリエ変換、各成分の振幅 X_k と周期 T_k の関係を棒グラフに描いたものをフーリエ・スペクトルと呼ぶ。

以下では、日々繰り返し現われる規則的な変動パターンをの特性を周期成分として抽出するため、フーリエ・スペクトルによって検出される周期成分の中から、振幅 X_k の大きな卓越成分のみをモデル化の成分として選択し、(3)式における第1項 $X_0/2$ を併せ使い、(7)式のような周期成分モデルを作成することとする。

$$F_t = \frac{X_0}{2} + \sum_{j \in J} X_j \cos\left(\frac{2\pi j t}{N\Delta t} + \phi_j\right) \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 J は卓越周期成分の集合を表わす。

(3) 偏差成分モデル

偏差成分モデルを推定するために、次式に示す「多元ARIMAモデル」を用いて記述することにする。

$$D_t = \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} x_{i,t} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \varepsilon_t + \mu \quad \dots\dots\dots (8)$$

(8)式において、 D_t は t 時点における偏差成分、 $x_{i,t}$ 及び ε_t は t 時点の i 入力要因（例えば気温、湿度、天候、曜日等）及びランダム誤差、さらに μ は定数を意味する。そして、

$\omega_i(B)/\delta_i(B)$: 伝達関数荷重
 $[\omega_i(B) = \omega_{i,0} - \omega_{i,1}B - \omega_{i,2}B^2 - \dots - \omega_{i,s}B^s]$
 $[\delta_i(B) = 1 - \delta_{i,1}B - \delta_{i,2}B^2 - \dots - \delta_{i,r}B^r]$
 $\phi(B)$: 自己回帰演算子 $[\phi(B) = 1 - \phi_1B - \phi_2B^2 - \dots - \phi_pB^p]$
 $\theta(B)$: 移動平均演算子 $[\theta(B) = 1 - \theta_1B - \theta_2B^2 - \dots - \theta_qB^q]$

である。ここで、 B は後退演算子を表わし、 $Bx_t = x_{t-1}$ 、 $B^2x_t = x_{t-2}$ を意味する。この多元ARIMAモデルの特徴は、伝達関数荷重 $\omega_i(B)/\delta_i(B)$ のうち、分子 $\omega_i(B)$ が入力 x_i の直接的な影響を表現し、分母 $\delta_i(B)$ が同じく間接的な波及効果を記述し得る点である⁷⁾。これにより、入力から出力への時間遅れを伴う影響が記述可能とされる。また、自己回帰及び移動平均項によって、測定不能な外乱の影響に対しても考慮されるメリットを有している。

なお、偏差成分に対して重点を置くのは、全体の骨格的な要素を周期成分によるパターンとして与えた上で、時間変動の特性である時々刻々と変化する偏差成分をいかにモデル化するのが重要であると判断したからである。この背景には、今後配水システム自体が小ブロック化される傾向¹²⁾にあることを考慮し、より一層不確定な偏差成分が時系列上に顕在化されることが予見できるため、これに対応し得るモデルを構築する意図がある。

4) モデル化のプロセス

3.(2)及び(3)で述べた2成分モデルの推定方法に基づき、本論文では図5に示す時間変動モデルの作成プロセスを提案する。

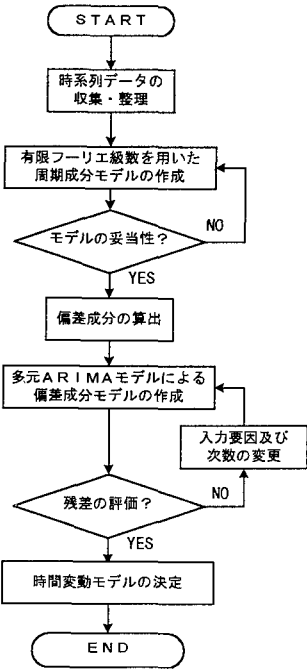


図5 時間変動モデルの作成プロセス

4. ケーススタディ

(1) 対象地域の概況と使用データ

ケーススタディの対象地域を韓国・ソウル市とし、モデルを適用する配水地区として、給水人口が約 230 万人、給水面積約 98km²、1 日平均給水量約 87 万 m³ /日の Gui (クイ) 配水地区を選択した。図6に示す Gui 配水地区の地域特性は、大学・研究施設や新興高層住宅等が立地し、多くの自然緑地も存在する住宅地域である¹³⁾。

ここで用いる水道用水使用量とは、配水池から流出する時間別配水量に相当するものとし、各時間ごとに測定された実測データに対して時間変動の解析を行うことにする。

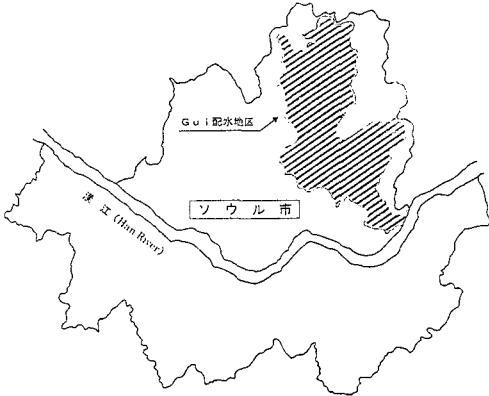


図6 対象配水地区

(2) 時間変動モデルの作成

まず、周期変動モデルを作成するため、実際の時間別配水量に対しフーリエ変換を行うと、図7に示されるフーリエ・スペクトルが得られた。この図から、卓越変動成分として周期 T_k を1日及び1/2日とする2つの成分が検出される。したがって、今回のケーススタディでは、この2成分を周期成分モデルに用いることにし、定式化すると(9)式が得られた。図8には、(9)式に基づいて推定される1日の変動パターンが示されている。

$$F_t = 40321.51 + 6695.745 \cos(0.262t + 2.4698) + 5401.136 \cos(0.524t + 1.2978) \quad \cdots \cdots (9)$$

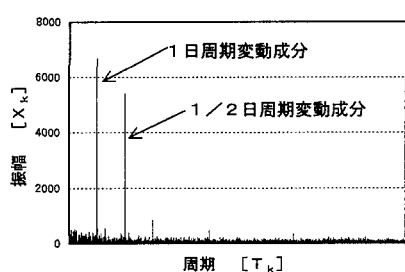


図7 フーリエ・スペクトル

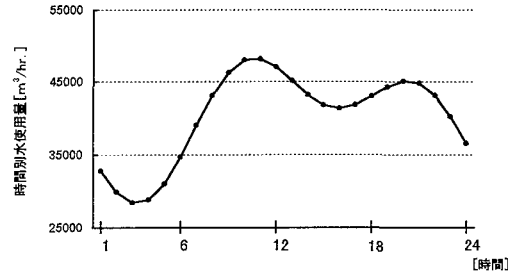


図8 周期成分モデルによる変動パターン

つぎに、周期成分モデルより算出された偏差成分(原データから周期成分を除去した成分)に対して、偏差成分モデルの推定を行った。多元ARIMAモデルに用いる影響要因として、変動に影響を及ぼすと推察される自然環境要因の中から気温及び湿度を候補に挙げ、相互相関分析を行った結果、気温を選択することにした。また、モデル式の次数に関しては、次数は可能な限り小さい方がモデル式中の各係数推定において安定し得る¹⁴⁾という統計的視点から、 $r=s=p=q=1$ として推定を行った。この結果、(10)式で表わされるモデルが得られた。

$$D_t = -14596.0 + \frac{147.880 - 60.085B}{1 - 0.851B} x_t + \frac{1 + 0.093B}{1 - 0.225B} \varepsilon_t \quad \cdots \cdots (10)$$

以上の各成分モデルに基づき、(1)式の時間変動モデルにより推定した結果を実測値とともに図9の時系列図に示す。

(3) 時間変動モデルの評価

モデルによる推定値と実測値との適合度を評価するため、重相関係数 R 及び自由度調整済み重相関係数 R^* を計算し、表1に示す。この表から、周期成分モデル、時間変動モデルともに R^* 値が高く、モデルとしての妥当性が示されている。図9の時系列図を見ると、水使用量実測値(黒丸)は日によって周期成分モデル推定値(実線)から離れて残差を生じているが、時間変動モデルによる推定値(白丸)は実測値に良く追従しており、偏差成分を加えたモデルの方がより良好に水使用変動を再現し得るものと判断される。

図10に推定値と実測値との散布図、図11には残差時系列が示されている。これらの図

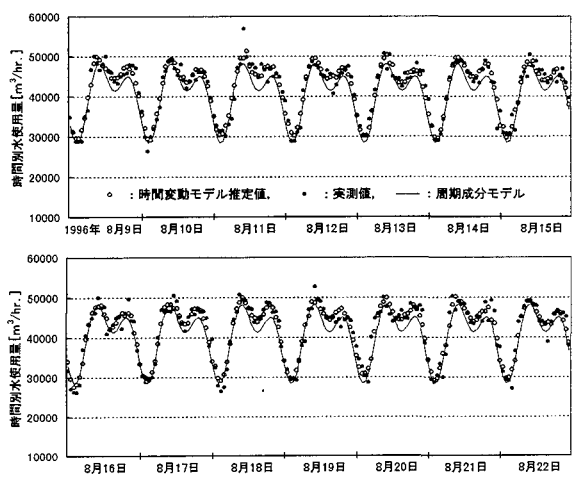


図9 推定値と実測値の比較

表1 重相関係数 R 及び自由度調整済み重相関係数 R^*

モデル		R	R^*
周期成分モデル	F_t	0.942	0.941
時間変動モデル	$Y_t = F_t + D_t$	0.954	0.953

注) *印は自由度調整済みを示す。

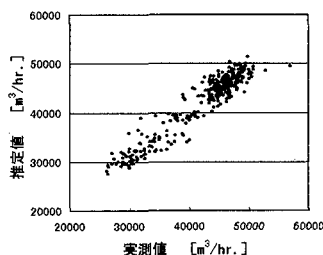


図 10 推定値と実測値の散布図

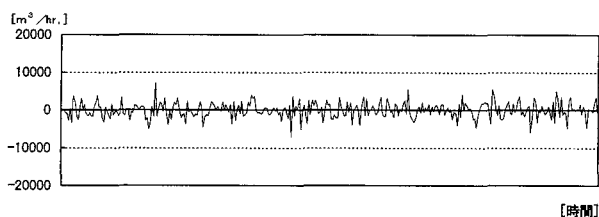


図 11 残差時系列

から、推定値が極端に大きく実測値から外れるようなことはなく、推定結果の安定性を有していることがわかる。また、残差時系列にモデルの修正が必要とされる周期変動等の特異な傾向が検出されないことから、多元ARIMAモデルによる偏差成分モデルの作成プロセスも良好であるといえる。

ここで、推定精度の評価指標の1つとして、表2に示す6時間、12時間、及び24時間単位の累積値に対する相対誤差を用いることにした。その根拠として、配水池の時間変動調整容量がこれまでの実績では計画1日最大給水量の5～6時間分とされ、さらに将来的には、その容量が12時間分へと拡張される方向にある¹⁵⁾ことをふまえ、今後の配水池における運用を考慮する場合、この単位での推定精度が1つの評価指標となり得ると考えた。

表 2 各時間単位の累積値に対する相対誤差

モ デ ル	平 均			最 大		
	6時間	12時間	24時間	6時間	12時間	24時間
周期成分モデル F_t	3.90%	3.83%	3.82%	9.25%	7.11%	6.04%
時間変動モデル $Y_t = F_t + D_t$	1.23%	0.90%	0.68%	3.84%	2.13%	1.22%

注) 相対誤差は実測値に対する残差(絶対値)の比率を示す。

この評価指標より、周期成分モデルのみによって推定される結果と比較すると、周期成分と偏差成分を組合わせた時間変動モデルによる推定の方がより精度の高い結果となった。つまり、水使用量の時間変動に対して、周期及び偏差成分の2成分によって捉える本モデルを適用することで、実際の複雑な変動傾向を良く表現し得たといえる。周期成分モデルにより毎日の平均的なパターンを把握した上で、偏差成分モデルによりランダムネスに対応する本モデルの特徴が示されている。また、複雑な挙動を示す時間変動に対し、パターンによって捉えることには限界があり、捉え切れないものに関して別途他のモデルによって補うアプローチが適していることがわかる。変動の多い時間オーダでの推定を考慮すると、提案した時間変動モデルは十分有用性があるといえる。

なお、今回のケーススタディでは、多元ARIMAモデルの入力要因に自然的要因として気温のみが採用されたが、他のケースに本モデルを適用する場合、社会的要因を含めた別の要因をモデルに組み入れることも可能である。その際、曜日や天候等の定性的なデータに関しては、ダミー変数を用いて記述する等の処置が必要であると思われる。

5. おわりに

本論文では、水道用水使用量における時系列変動特性を考慮した時間変動モデルを提案するとともに、韓国・ソウル市のGui配水地区を対象としたケーススタディを行い、モデルの適合性を評価した。以下に、本論文で得られた主要な結果を列記する。

1) 水使用量の時系列変動の特性とそれらの変動に対する解析手法を示し、時間変動に対しては、日々規則的に繰り返される周期変動パターンを形成する周期成分と、不確定的な挙動を示す偏差成分によって特徴づ

けられることを明らかにした。

2) 時間変動を周期成分と偏差成分の2成分に分割して捉え、前者を有限フーリエ級数によってモデル化し、後者を多元ARIMAモデルによって記述する時間変動モデルの作成プロセスを提案した。

3) 提案した時間変動モデルを用いて、韓国・ソウル市のGui配水地区を対象とするケーススタディを行った。周期成分モデルに関しては卓越変動成分として抽出された1日及び1/2日の周期成分によってモデルを作成し、偏差成分モデルに対しては入力要因として気温を選択してモデル化した。この結果、6時間単位の平均相対誤差は1.23%という高い推定精度が得られ、提案したモデルの適合性の良さが示された。

本論文で提案した時間変動モデルは、配水施設での運転管理におけるリアルタイムの適応制御システムの構築に対して、有益な情報を提供し得るものといえる。また、本モデルは卓越周期成分並びに入力要因を適宜選択することにより、地域特性の異なる他の配水地区にも適用可能な応用性の高いものであると考えている。

【参考文献】

- 1) 小泉明：地域に適した上下水道システムとは、水道公論、第31巻 第5号、pp.32-34、1995
- 2) Shvartser, L., U. Shamir and M. Feldman : Forecasting Hourly Water Demands by Pattern Recognition Approach, Jour. of Water Resources Planning and Management, Vol.119, No.6, pp.611-627, 1993
- 3) Chen, Y. : Application of Time Series Analysis to Water Demand Prediction, Computer Applications in Water Supply, pp.289-296, Research Studies Press Ltd., 1988
- 4) Quevedo, J., G. Cembrano, A. Valls and J. Serra : Time Series Modeling of Water Demand—A Study on Short-Term and Long-Term Predictions, Computer Applications in Water Supply, pp.289-296, Research Studies Press Ltd., 1988
- 5) 小泉明：水道計画のための水需要予測の実際、水道管路技術センター、pp.12-58、1991
- 6) 岸根卓郎：理論応用統計学、養賢堂、pp.229-234、1981
- 7) 小泉明・稲員とよの・千田孝一・川口士郎：多元ARIMAモデルによる水使用量の短期予測、水道協会雑誌、第57巻 第12号、pp.13-20、1988
- 8) 小泉明・稲員とよの・具滋茸：都市水需要量の短期予測と地区配分、環境システム研究論文集、Vol.24、pp.47-54、1996
- 9) 大島信夫・小須田徹夫：カオス需要予測を用いた配水池運用、第48回全国水道研究発表会講演集、pp.316-317、1997
- 10) 黒川太・小林主一郎・金山道王：ニューロ応用時間配水量パターン予測、平成5年電気学会全国大会講演論文集、p.13、1993
- 11) 小泉明・稲員とよの・具滋茸・荒井康裕：フーリエ級数による水使用量の時間変動パターン分析、第48回全国水道研究発表会講演集、pp.36-37、1997
- 12) 今田俊彦・小棚木修：既設配水管網のブロック化の計画手順に関する研究、NSC研究年報 Vol.21 No.4、pp.13-28、1996
- 13) 小泉明・稲員とよの・具滋茸：都市における水需要変動の統計的分析、水道協会雑誌、第65巻 第5号、pp.32-41、1996
- 14) Box, G.E.P. and G.M. Jenkins : Time Series Analysis; Forecasting and Control, Holden-Day, pp.370-420, 1976
- 15) 厚生省監修：水道施設設計指針・解説、日本水道協会、pp.377-382、1990