

都市水需要量の短期予測と地区配分

Municipal Short-Term Water Demand Prediction and Distribution

小泉 明* ・ 稲員 とよの* ・ 〇具 滋茸**

Akira KOIZUMI, Toyono INAKAZU, Jayong KOO

(全文審査の上、受理。1996年7月4日)

ABSTRACT : Recently, the water distribution control is needed for water supply in a city. Municipal water demand has the variety of fluctuations brought by regional characteristics (industrial and economical activities) in each district, while the capacity of water works facilities are limited. If we have a control scheme for the mutual accommodation of water among districts, it may help to increase the stability of water supply system. In this paper, we proposed a new short-term water demand prediction and distribution method for water control. First, the fluctuations and relationships among factors (water demand, temperature, weather, social activities) were analyzed using daily records of municipal water consumption. Second, applying the multiple ARIMA model, we obtained an effective model to describe the whole water demand in S-City. Third, using this model, we predicted the next year's whole water demand in S-City composed of nine districts, and the water demand of each district was predicted easily and also accurately in proportion to the average of past seven days' water consumption in each district. Thus, our proposed method is useful to predict the regional water demand and gives us basic information for the water distribution control planning.

KEYWORDS : short-term water demand prediction, water distribution control, multiple ARIMA model, mutual accommodation, daily fluctuations

1. はじめに

水道の高普及時代を迎えている今日、都市の給配水施設をはじめとする水道システムの施設改良と既存施設の効率的な維持管理のため、総合的な水道施設運用計画が必要とされている。その際、取水、浄水、送水、配水という一連のプロセスに於いて、降雨を初めとする自然のランダムネスに由来する取水の不確実性(供給側)と、都市活動の変動に伴う水需要量の不確実性(需要側)とのバランスを考慮することにより、合理的な水運用を行うことが可能になると考えられる。

著者らはこの問題を供給側から見たモデルとして、量・質ともに異なる水源から取水する複数の浄水場に対し、運転費用の最小化及び渇水リスクの最小化を目的とする最適水配分モデルを以前に提案している¹⁾。一方、需要側の視点より広域的な送配水計画を取り上げると、水道水の安定供給のためには、複数の浄水場と配水地区間での相互融通を念頭に置いた水配分モデルが必要となる。通常、対象地域は都市活動の異なる複数の配水地区から構成されており、その結果各地区の水需要変動特性は異なるため、これらを考慮した上で全体としての水需要量を如何に予測し、各地区へどの様に配分したら良いかが問題となる。

本論文では、配水地区別水量データが得られたS市を対象としたケーススタディを通し、地域に於ける水需要予測と地区配分のモデル化を試みる。すなわち、地区別配水量の日データをもとに、統計的な視点からその時系列変動特性を分析し、筆者らが短期水需要予測でその実用性を確かめたことがある多元ARIMAモデル²⁾を用い、全市及び地区別の水需要構造式を作成する。つぎに、全体(全市)モデルと部分モデル(地区別モデルの合計)とを比較し、各配水地区に於ける配分モデルを提案する。そして、全市の水需要予測をもとに、配分比率を用いて地区別水需要量を予測し、提案した方法の実用性と適合性を検討する。

* 東京都立大学工学部土木工学科 Department of Civil Engineering, Tokyo Metropolitan University

** 東京都立大学大学院工学研究科 Graduate Student, Department of Civil Engineering, Tokyo Metropolitan University

2. 水需要の変動特性の分析

都市に於ける水需要量は地域の特性である気候などの自然環境要因と、経済及び産業活動などの社会的要因の変動を鋭敏に反映すると考えられる。そのため、水需要量の時系列の変動特性と水需要量に影響を及ぼすと思われる要因との関係を分析する。

2.1 対象地域の概況

今回、対象とするS市の水需要量は、1960年代からの急激な人口の都市集と産業施設の大型化、市民生活レベルの向上に伴って急速に増加してきた。

1993年度末現在、S市の水道の普及率は99.9%であり、水道の高普及率の時代に応じる水道システムの合理的な維持管理が必要となっている。

S市の水道システムは、合計620万³/日を浄水処理可能な9ヶ所の浄水場より、1万³以上の配水池17ヶ所を経由して、図1に示すようなAからIの9配水地区に給配水を行っている。

2.2 水需要の変動特性

分析に用いるデータはS市の水道日報に記載されている1993年1月から1994年12月までの日配水量データであり、その時系列図を図2に、使用データの基本統計量を表1に示す。

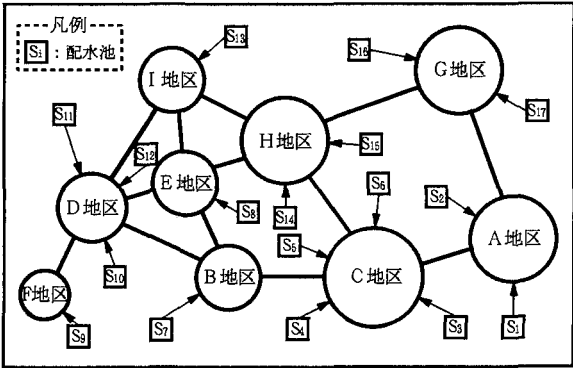


図1 S市に於ける各配水地区

表1 使用データの基本統計量

使用データ	平均	標準偏差
配水量(万 ³ /日)	507.05	12.89
最高気温(℃)	16.74	9.99
平均気温(℃)	12.01	9.64
最低気温(℃)	8.03	9.65
降水量(mm/日)	3.41	11.13
湿度(%)	66.30	14.20
風速(m/sec)	2.41	0.87
雲量(1/10)	4.83	3.23

注)1993年4月1日から1994年3月31日までの日データにより算出

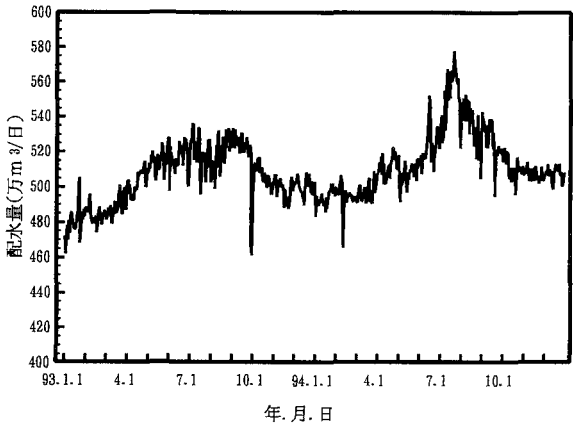


図2 S市に於ける日配水量の時系列図
[1993年1月1日～1993年12月31日]

図2によると、日配水量の変動には年間の季節変動や不定周期の循環変動、偶然変動などが混在している様子が観察される。そこで、過去10年間の月別配水量をもとに、連環比率法により季節指数を求め、その結果を図3に示す。この図よりS市では、年平均を上回る水需要を示す4月～9月期と、比較的水需要の少ない10月～3月期に分けられる。

つぎに時系列の定常性を検討するため、1993年4月を基準にとり、1ヵ月、2ヵ月、4ヵ月、6ヵ月、8ヵ月、10ヵ月、1年とデータサイズを変化させ、各ケースについて自己相関係数を計算した結果、図4に示す自己相関コレログラムを得た。この図を見ると、デ

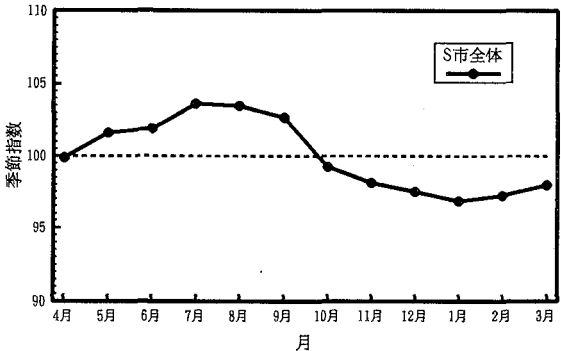


図3 S市の月別配水量の季節指数

ータサイズが8～12ヵ月については、ラグが増加しても自己相関係数がなかなか減少しないのに対し、データサイズが6ヵ月以下のコログラムは、Box-Jenkinsの判断基準³⁾となるラグ20までに急速な減少傾向を示している。つまり、データサイズを6ヵ月以内とすれば、定常時系列として取り扱えると判断された。

2. 3 水需要とその影響要因

前節の結果より、1年を4月～9月(春・夏)及び10月～3月(秋・冬)の期間に分割し、それぞれの期間毎に水需要量と各要因との間の相互相関分析を行い、水需要量に影響を及ぼすと思われる「水使用影響要因」を選択する。このため、自然環境要因である平均気温、最高気温、最低気温、降水量、湿度、雲量、風速の7要因に社会的要因として休日を加え、これら8要因と水需要量との相互相関係数を計算した。なお、休日については、月曜日から土曜日までは0、日曜日及び休日は1にカテゴリー化して用いている。得られた要因別相互相関コログラムを図5及び図6に示す。

この結果、春・夏期に於ける水需要量の変動は最高気温、平均気温、最低気温によって大きく影響を受け、風速や湿度によっても時間遅れを伴った影響を受けていることが分かる。

一方、秋・冬期に於いては顕著な影響要因は見当らず、水需要変動は予測不能な偶然変動によるものと推察される。図2の時系列図を見ても秋・冬期の配水量は変化が比較的小さい。

そこで本論文では、種々の要因の影響を受け複雑な変動を示す春・夏期の水需要量を対象とした。また、その影響要因として、同じようなコログラムを示す3つの気温要因の代表となる最高気温をはじめとして、風速、湿度、休日の計4要因を選択しモデル化を行うこととした。

3. 水需要量のモデル化

3. 1 多元ARIMAモデル

既存の短期水需要予測モデルとしては、影響要因を説明変数に取り込んだ重回帰モデル⁴⁾、過去の時系列変動を順に内在化していくフィルターモデル⁵⁾、影響要因との非線形関係を表すGMDHモデル⁶⁾、影響要因の影響と偶然変動とを総合的に記述可能な多元ARIMAモデルが代表的である。

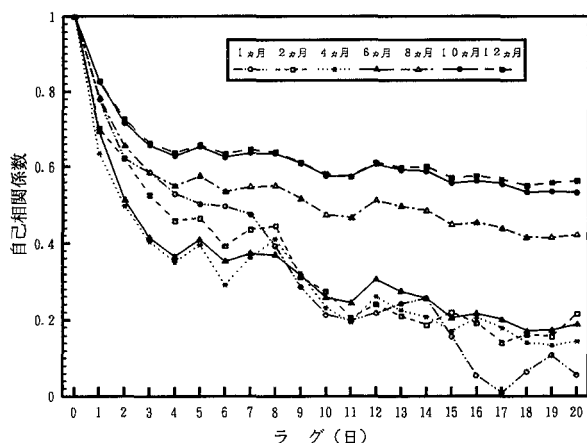


図4 水需要量の自己相関コログラム

[1993年1月1日～1993年12月31日]

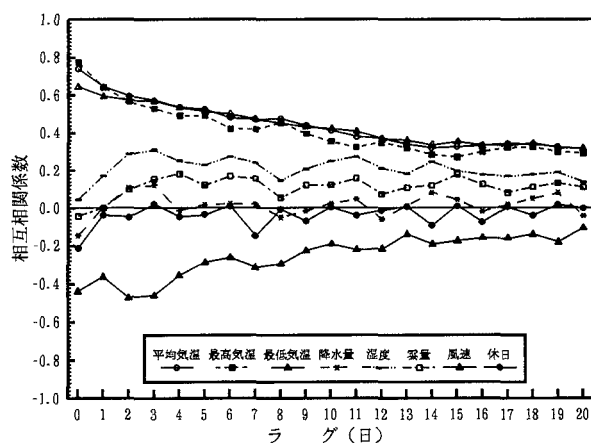


図5 春・夏期の要因別相互相関コログラム

[1993年4月～1993年9月]

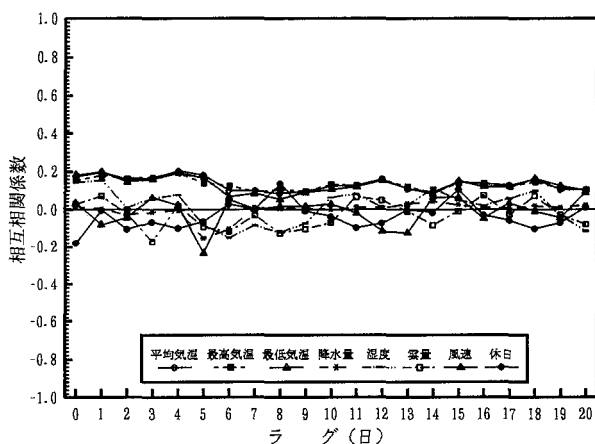


図6 秋・冬期の要因別相互相関コログラム

[1993年10月～1994年3月]

このうち多元ARIMAモデルは、入力から出力への時間遅れを伴う影響が記述可能であり、筆者らは季節により水需要変動の異なるH市に於ける季節別短期水需要予測モデルとして、その実用性と適合性を既に示している^{7),8)}。多元ARIMAモデルの基本式は次式で表される^{3),9)}。

$$Y_t = \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} X_{i,t} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t + \mu \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 Y_t : t 時点の出力、 $X_{i,t}$: i 要因の t 時点の入力、 a_t : t 時点のランダム誤差、 μ : 定数

$\omega_i(B)/\delta_i(B)$: 伝達関数荷重
 $[\omega_i(B) = \omega_{i,0} - \omega_{i,1}B - \dots - \omega_{i,s}B^s]$
 $[\delta_i(B) = 1 - \delta_{i,1}B - \dots - \delta_{i,r}B^r]$
 $\phi(B)$: 自己回帰演算子 $[\phi(B) = 1 - \phi_1B - \dots - \phi_pB^p]$
 $\theta(B)$: 移動平均演算子 $[\theta(B) = 1 - \theta_1B - \dots - \theta_qB^q]$

である。なお、 B は後退演算子を表し、 $BX_t = X_{t-1}$ 、 $B^2X_t = X_{t-2}$ を意味している。図7に示すように、伝達関数荷重 $\omega_i(B)/\delta_i(B)$ の分子 $\omega_i(B)$ はシステム出力である水需要量 Y_t に対する入力 X_i (最高気温、休日など)の直接的影響を表し、分母 $\delta_i(B)$ は同じく間接的な波及効果を表現する。さらに、測定不能外乱の影響を自己回帰及び移動平均項によりモデルに取り込んでいる。

3. 2 全体モデルの作成

ここでは、1993年4月から9月のS市全体に於ける実測データをもとに多元ARIMAモデルにより水需要構造式を作成する。

まず、2. 3で選択された最高気温、湿度、風速、休日要因の中から2～4要因組み合わせ、伝達関数荷重項の次数は0次としてモデル化を行ったところ、各モデルの推定精度(自由度調整済み重相関係数 R^*)に差異は認められなかった。そこで、自然環境要因と社会的要因を1つずつ含む、最高気温と休日のケースを最少要因によるモデルとして採用した。

つぎに、入力要因の時間遅れを含む影響を検討するため、伝達関数荷重項の次数 r と s について $r=0, 1$ 及び $s=0, 1$ の組合わせの8ケースについて計算し、その結果を表2に示す。なお、外乱の影響を表すノイズ項の次数はとりあえず $p=q=1$ としている。

表2で分かるように、各説明変数(最高気温、休日要因)に対して伝達関数の次数を上げても、モデルの推定精度を表す R^* 値は増加せず、残差の自己相関係数による χ^2 検定¹⁰⁾でも5%有意で、残差は系統的な変動を含まないランダムな系列であると判断される。

この結果、次数ができるだけ小さい方が係数推定に

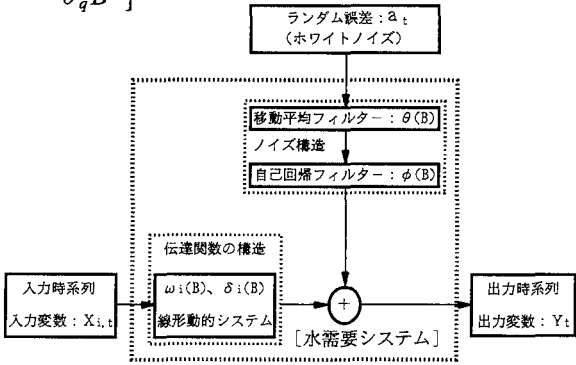


図7 多元ARIMAによる水需要のモデル概念図

表2 全体モデルによる伝達関数荷重項の検討

次数の ケース	最高気温		休日要因		R^* 値	χ^2 検定
	r	s	r	s		
ケース1	0	0	0	0	0.866	◎
ケース2	1	0	0	0	0.865	◎
ケース3	0	1	0	0	0.865	◎
ケース4	1	1	0	0	0.865	◎
ケース5	0	0	1	0	0.866	◎
ケース6	0	0	0	1	0.865	◎
ケース7	0	0	1	1	0.865	◎
ケース8	1	1	1	1	0.865	◎

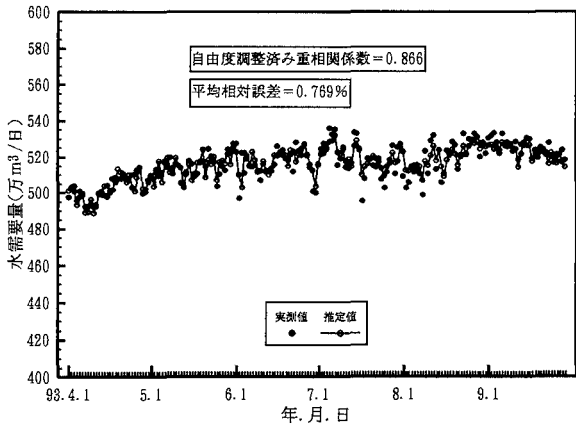


図8 全体モデルによる推定結果

於いて安定であるという統計的視点より、最高気温と休日よりなる伝達関数荷重項は $r = s = 0$ 、ARIMA項は $p = q = 1$ の全体モデルを用いることと決定した。S市の全体モデルによる推定値を実測値とともに図8に示す。この全体モデルの平均相対誤差は0.769%と非常に小さく、図8からもS市の水需要変動を良く記述する全体モデルが得られたといえる。

3.3 地区別モデルの作成と評価

ここでは、全体モデルと地区別モデルを比較するため、同様な要因と次数による水需要のモデル化を9配水地区について行った。なお、ARIMA項の次数についてはとりあえず $p = q = 1$ と仮定し、モデルの推定による残差の χ^2 検定が5%有意とならない地区については、自己回帰項及び移動平均項を追加して再度モデルを推定した。その結果、C地区、D地区とH配水地区に於いては $p = q = 2$ とすることより推定精度が向上し、各配水地区に於ける水需要量を表すモデル式(表3)を得ることができた。

表3 地区別水需要モデル式

配水地区	モデル式	R [*] 値
A	$Y_t = 755.51 + 3.11X_{1,t} - 9.61X_{2,t} + \left[\frac{1 - 0.35B}{1 - 0.87B} \right] a_t$	0.826
B	$Y_t = 236.90 + 0.75X_{1,t} - 3.28X_{2,t} + \left[\frac{1 - 0.26B}{1 - 0.94B} \right] a_t$	0.919
C	$Y_t = 1043.04 + 2.58X_{1,t} - 10.94X_{2,t} + \left[\frac{1 + 0.24B - 0.54B^2}{1 - 0.13B - 0.82B^2} \right] a_t$	0.822
D	$Y_t = 500.11 + 1.63X_{1,t} + 6.57X_{2,t} + \left[\frac{1 - 0.74B - 0.06B^2}{1 - 1.13B + 0.18B^2} \right] a_t$	0.587
E	$Y_t = 328.42 + 0.96X_{1,t} + 1.13X_{2,t} + \left[\frac{1 - 0.30B}{1 - 0.88B} \right] a_t$	0.848
F	$Y_t = 77.60 + 0.32X_{1,t} + 0.77X_{2,t} + \left[\frac{1 - 0.47B}{1 - 0.87B} \right] a_t$	0.729
G	$Y_t = 742.63 + 4.74X_{1,t} + 1.39X_{2,t} + \left[\frac{1 - 0.71B}{1 - 0.93B} \right] a_t$	0.841
H	$Y_t = 818.52 + 1.92X_{1,t} - 19.57X_{2,t} + \left[\frac{1 + 0.25B - 0.50B^2}{1 - 0.21B + 0.70B^2} \right] a_t$	0.701
I	$Y_t = 270.58 + 0.27X_{1,t} - 0.70X_{2,t} + \left[\frac{1 - 0.30B}{1 - 0.91B} \right] a_t$	0.868

これらの地区別モデルによる推定値を合計し、その合計したモデルを部分和モデルと定義し、全市の実測値とともに図9に示す。この部分合モデルを図8の全市モデルと比較すると、どちらのモデルもR^{*}値が高く平均相対誤差の小さい適合性の高いモデルとなっている。つまり、S市全体の水需要モデルを直接作成しても、配水地区毎に各々の水需要変動を考慮してモデル化を行った後に和をとることにより全市の水量を推定しても、その推定精度に差異はないと判断できる。従って、分析に要するデータ量の多少を考慮すると、まず全体モデルを用いて短期水需要量を予測した後、何らかの配分比率を用いて地区別水需要量を求める方法が実用的であると考えられる。

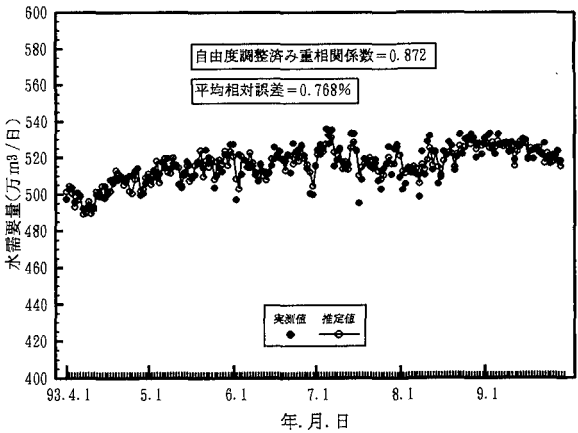


図9 部分合モデルによる推定結果

4. 短期水需要予測モデル

4. 1 全市水需要量の予測結果

予測モデルの評価と検証のため、3. 2 で作成された全体モデルを用いて 1994 年 4 月～9 月について予測実験を行い、その適合性を検討する。一般に、時点 t に於ける k 時点先の予測値 $\hat{Y}_t(k)$ は Y_{t+k} の期待値として定義されているので³⁾、全市水需要予測式は以下のように表される。

$$\hat{Y}_t(k) = 4827.04 + 16.35[X_{1,t+k}] - 33.37[X_{2,t+k}] + \frac{1 - 0.34B}{1 - 0.78B}[a_{t+k}] \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $[\]$ は期待値をとることを表すが、入力要因（最高気温: $X_{1,t+k}$ 、休日要因: $X_{2,t+k}$ ）に関しては 1994 年度の実績値を天気予報値と仮定して用い、ランダム誤差項については $k > 0$ で $[a_{t+k}] = 0$ となる。なお、定数項については経年トレンドによる補正を行っている。S 市全体モデルによる短期水需要予測結果を図 10 に示す。

図 10 で分かるように前年度のデータを利用して作ったモデルにもかかわらず、予測値は実測値の変動傾向を良く表しており、予測値と実測値との平均相対誤差は 1.09% であり、 R^* 値は 0.922 となり、4 月～9 月の全期間を通して適合度の高い予測結果となった。

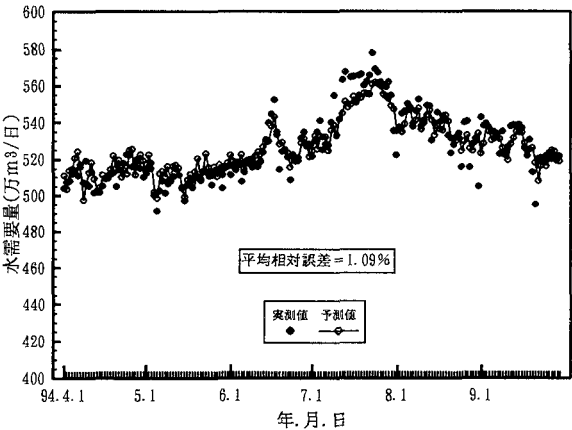


図 10 全市に於ける短期水需要予測結果
[1994 年 4 月～1994 年 9 月]

4. 2 地区別水需要の配分方法

地区別水需要の配分方法はいくつかの方法が考えられるが、ここでは、地区毎の水需要変動特性を考慮して m 日間の平均水需要量に基づき、全市の水需要量予測値を各配水地区に比例配分する方法をとる。すなわち、予測前日まで m 日間の水需要量データを用いて全市と地区別との比率(配分比率)を次式により求める。

$$P_i(t-1) = \frac{\sum_{j=1}^m q_i(t-j)}{\sum_{j=1}^m Q(t-j)} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$Q(t-j) = \sum_{i=1}^n q_i(t-j) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $Q(t-j)$: 全市に於ける $(t-j)$ 日の水需要量、
 $q_i(t-j)$: i 配水地区に於ける $(t-j)$ 日の水需要量、
 $P_i(t-1)$: i 配水地区に於ける水需要量配分比率、
 n, m : 配水地区の数、平均期間の日数

である。そして、上式で求めた配分比率をもとに、全市のモデルによる予測値 $\hat{Q}(t)$ [すなわち、(2)式で求まる値] より、各配水地区に於ける水需要量 $\hat{q}_i(t)$ を予測する。

$$\hat{q}_i(t) = P_i(t-1) \times \hat{Q}(t) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、(3)式に於ける m は配水比率を求める際の平均期間の日数であり、各地区の水需要変動をどの程度過去まで溯って考慮するかを表している。平均期間 m を決定するため、 $m = 1$ 日、3 日、1 週間、2 週間、1 ヶ月の 5 ケースの配分比率を計算し、各配水地区に於ける水需要量の予測を行った。その予測結果と対応する地区別実

績値より求めた平均相対誤差を図11に示す。

図 11 を見ると、平均誤差が各配水地区によって平均的に安定しているのは、平均期間が1週間のケースであり、予測時点以前の1週間程度の変動傾向を配分比率に加味することにより、各配水地区に於ける水需要変動に見合った配分ができるという結論を得た。

4. 3 地区別配分結果

ここでは、全体モデルによる水需要予測の結果を用い、地区別に配分して求めた水需要量の予測結果と残差の分布特性を分析する。まず、各配水地区の水需要量を予測するため、平均期間を1週間とし、さらに提案した全市と地区別水需要量との配分比率を求め、予測した全市の水需要量を各配水地区に配分する。その配水地区別短期水需要量の予測結果の中で、都市産業活動が強い地域であるE及びH配水地区、住宅地域であるA及びD配水地区を選び、その予測結果を図 12 並びに図 13 に示す。

これより、配水比率を利用して各配水地区の水需要量を予測したにもかかわらず、各配水地区に於ける水需要量の予測値は実測値の変動傾向を良く表しており、提案したモデルの妥当性を確かめることができた。

5. おわりに

本論文では、広域的な送配水計画の設定に当って、複数の配水地区間での相互融通を念頭に置き、水需要変動を考慮した予測配分モデルを提案するとともに、ケーススタディとしてS市に於ける短期水需要予測を行った。以下に主要な結果を列記する。

1) S市の水需要変動特性を連環比率法及び自己相関分析により把握した。そして、自然環境要因及び社会的要因と水需要との相互相関分析を行い、対象期間毎に要因間の時間遅れを含む関係を明らかにした。

2) 多元ARIMAモデルを用いて、全市及び地区別の水需要モデルを作成したところ、最高気温と休日を用いることにより推定精度が高く、水需要量の時系列変動を十分記述

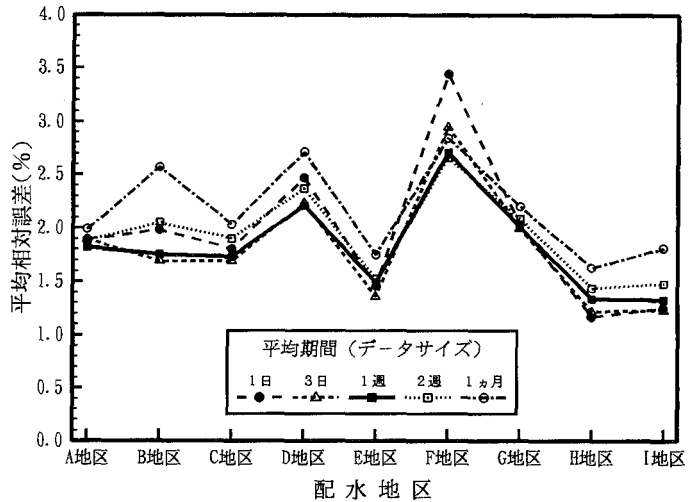


図 11 配分比率の平均期間による比較

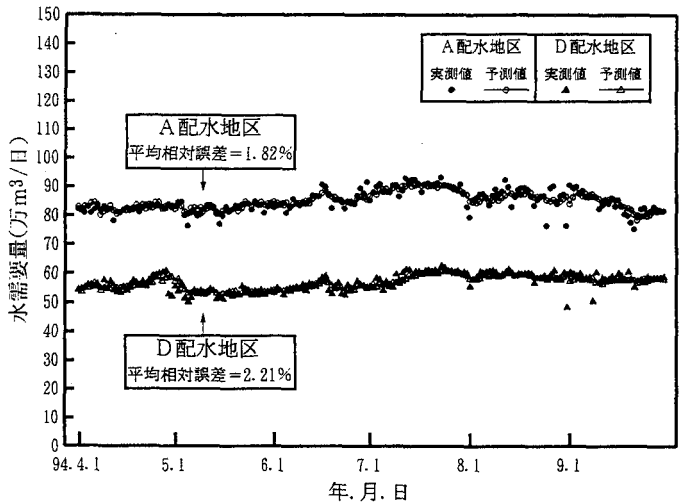


図 12 各配水地区に於ける短期水需要予測結果

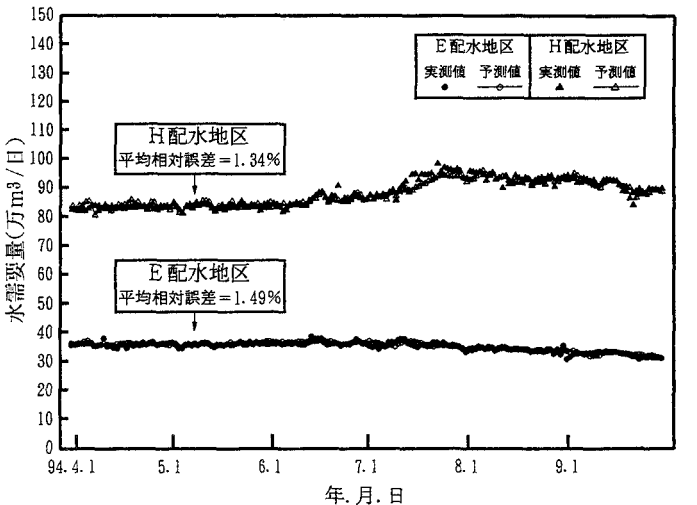


図 13 各配水地区に於ける短期水需要予測結果

可能なモデルを得ることができた。さらに、地区別水需要量推定値を加算して得られる部分モデルと全体モデルは統計的に差異がないといえた。

3) 作成した全体モデルにより水需要量を予測し、平均期間の配分比率を用いて全市水量から各配水地区の水需要量を求める方法を提案した。その際の平均期間として1日、3日、1週間、2週間、1ヵ月の5ケースについて検討を行った結果、平均期間1週間のケースが各配水地区に於いて安定した平均相対誤差となり、各配水地区の水需要変動を考慮して配分することができることが明らかとなった。

4) 以上で得られた水需要量予測配分方法をS市9配水地区に適用し、各配水地区の翌年の水需要量を予測した結果、予測値と実測値との平均相対誤差はいずれの配水地区も3%未満となり、その実用性を確かめることができた。

【参考文献】

- 1)小泉明・稲員とよの・榊原康之・川口士郎：ファジィ理論を用いた水運用計画モデルに関する研究、水道協会雑誌、第63巻第1号、pp.38-46、1994
- 2)小泉明・稲員とよの・千田孝一・川口士郎：多元ARIMAモデルによる水使用量の短期予測、水道協会雑誌、第57巻第12号、pp.13-20、1988
- 3)Box, G. E. P., G. M. Jenkins, "Time Series Analysis ", Holden-Day, pp.174-175, 1976
- 4)Quevedo, J., G. Cembrano, A. Valls, J. Serra, "Time Series Modeling of Water Demand- A Study on Short-Term and Long-Term Predictions", Computer Applications in Water Supply, pp.268-288, Research Studies Press Ltd., 1988
- 5)Perry, P. F. "Demand Forecasting in Water Supply Networks", ASCE, Vol. 107, No. HY9, pp. 1077-1088, 1981
- 6)斎藤肅・小林主一郎：水需要のモデリングと予測、計測自動制御学会論文集、第17巻第5号、pp.9-16、1981
- 7)小泉明・稲員とよの・坂梨利男：季節別短期水需要予測モデルに関する一考察、水、Vol. 34-11 No. 481, pp. 34-40、1992
- 8)Koizumi, A., Inakazu, T, Koo, J. Y., "A Comparative Analysis of Multiple ARIMA Model and Kalman Filter Model for Seasonal Short-Term Water Demand Forecasting", Memoirs of Faculty of Eng., Tokyo Metropolitan Univ., No. 45, pp. 1001-1014, 1995
- 9)Pandit, S. M., Shien Ming Wu, "Time Series and System Analysis with Application", John Wiley and Sons, pp. 412-484, 1983
- 10)SAS/ETS User's Guide, 1982 Edition, SAS Institute Inc, 1982