

国立公害研究所⁰ 正会員 溝口 次夫
 京都大学工学部 正会員 池田 有光
 東洋情報システム 宮本 義男

1 はじめに

従来、粒子状物質の拡散を推定する計算手法としては、ガスの拡散モデルに何らかの修正を加えた解析手法、直接拡散方程式を解く方法、流跡を追うモンテカルロ法等あげられるが、本報告では、Basset、Oseen と Boussinesg⁽¹⁾ が開発したモデルを使い、一つ一つの粒子の挙動を計算機で直接シミュレートする手法を示すと同時に、自動車走行によって生ずる道路上の粒子状物質の風下拡散を想定した計算例を示す。

2 拡散モデル

Hjelmfelt や Mockros⁽²⁾ は粒子と空気の密度比が大きい時 (10^3) には粒子に働く主要な力は粘性力と重力であるとしている。そこでここでも Basset らの基礎式より簡略化された式を使った。

質量 m の粒子が風に対して相対速度 V で運動している時、粒子の運動方程式は式 (1) ~ (3) で与えられる。

$$\frac{du_p}{dt} = - C_R A \rho_f V (u_p - u_a) / 2m \quad (1)$$

ここで u, v, w は x, y, z 軸方向での速度であり、添字 p は粒子を、 a は空気を示す。また A は粒子の断面積 ($\pi d^2/4$) で、 ρ_s

$$\frac{dv_p}{dt} = - C_R A \rho_f V (v_p - v_a) / 2m \quad (2)$$

と ρ_f は粒子と空気の密度、 V は粒子の風に対する相対速度である。

$$\frac{dw_p}{dt} = - C_R A \rho_f V (w_p - w_a) / 2m + g(\rho_s - \rho_f) / \rho_s \quad (3)$$

C_R は粒子の回りの気体との間で働く抵抗係数でレイノルズ数の関数として式 (5) で与えられる。

$$V = \sqrt{(u_p - u_a)^2 + (v_p - v_a)^2 + (w_p - w_a)^2} \quad (4)$$

3 乱流場のモデル比

大気の流れに伴う拡散係数は一般に式 (6) で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{Stokes の領域 } Re < 2 \quad C_R = 24/Re \\ \text{Allen の領域 } 2 < Re \leq 500 \quad C_R = 10/\sqrt{Re} \\ \text{Newton の領域 } 500 < Re \leq 10^5 \quad C_R = 0.44 \end{array} \right\} \quad (5)$$

式 (4) で $\frac{V}{a}$ は大気の流れに伴う風速の分散値であり、 $R_L(s)$ はラグランジュの時間軸における風速の自己相関係数を表わす。

$$K = \frac{V^2}{a} \int_0^{\infty} R_L(s) ds \quad (6)$$

いま大気の流れ状態が確率過程にあるものとして、風速の乱れを2

$$v_a(t+1) = \sum_{i=1}^2 p_i v_a(t+1-i) + a(t+1) \quad (7)$$

次マルコフ過程で表現すると式 (7) となる。

ここで $a(t+1)$ は $E(a(t+1))=0$ $E(a'(t+1) a(t+1))=\sigma_a^2$ で定義されるホワイトノイズであり、 $V_a(t)$ は時刻 t での風速、 P_i は乱れの程度を示すパラメータである。

いま簡単のため、一次マルコフ過程(式(5)で $i=2$ 以上 $p_1=0$)について考えた場合、マルコフ方程式で表われている係数(p_1, σ_a^2)と拡散係数(K)との関係は式(8)で与えられ次のように導かれる。

$$\overline{v_{2a}^2} = E(v_a'(t+1) \cdot v_a(t+1)) = \frac{\sigma_a^2}{1-p_1^2} \quad (6) \quad K = \overline{v_a^2} \int_0^{\infty} p_1^s ds \quad (8)$$

$$R_L(s) = \frac{E(v_a'(t+s) \cdot v_a(t))}{E(v_a'(t) \cdot v_a(t))} = p_1^s \quad (7) \quad \sigma_v^2 = 2 \int_0^T K dt = 2 \overline{v_a^2} \int_0^T p_1^s ds dt \quad (9)$$

マルコフ方程式の係数 p_1 ならびにホワイトノイズの分散値 σ_a^2 が与えられれば式(6)より風速の分散値 $\overline{v_a^2}$ が求まり、また同時に式(8)式(9)によりその時の拡散係数と拡散幅が推算できる。たとえば $\sigma_a^2 = 0.0832 (m^2/sec^2)$ とおくと拡散係数 K とマルコフ係数 p_1 との関係は表-1のとおりとなる。

このことは拡散係数 K (または拡散幅 $\overline{\sigma_u^2}$)と風速の分散値 $\overline{v_a^2}$ を与えることによりマルコフ方程式の係数 p_1 とホワイトノイズの分散値 σ_a^2 が推算され、式(5)と式(1)(2)および式(3)を同時に解くことにより粒子の運動がシミュレートできることになる。

表-1 マルコフ係数と拡散係数

p_1	$P_L(s) = \int_0^{\infty} p_1^s ds$ (sec)	$\overline{v_a^2} = \frac{\sigma_a^2}{1-p_1^2}$ ($\frac{m^2}{sec^2}$)	K ($\frac{m^2}{sec}$)
0.3	0.617	0.091	0.056
0.4	0.750	0.099	0.074
0.5	0.969	0.111	0.108
0.6	0.1353	0.130	0.176
0.7	2.040	0.163	0.333
0.8	3.559	0.231	0.822

具体的な計算手順は次のようになる。

(i) $\int_0^{\infty} R_L(s) ds$ を K と σ_a^2 から求める

(ii) 表-1より $\int_0^{\infty} R_L(s) ds$ と p_1 の関係を二次の多項式

$$p_1 = a(\int_0^{\infty} R_L(s) ds)^2 + b(\int_0^{\infty} R_L(s) ds) + c$$

を用いて求めておき(i)の結果を代入して p_1 を求める。

(iii) ホワイトノイズの分散値の設定(σ_a^2 の設定)

$$v_a^2 = \frac{\sigma_a^2}{1-p_1^2} \quad \sigma_a = \sqrt{\frac{v_a^2(1-p_1^2)}{\sigma_a^2}}$$

4 諸係数の値と粒子の挙動の関係

マルコフ係数(p_1, p_2)と粒子の風による水平方向での動きとの関係を以下の条件で調べ、結果を図1~4に係数(p_1, p_2)をパラメータとして示した。

- 粒子径 1 mm 中
- 粒子密度 3g/cm³
- 風速 3m/sec

図より、係数 p_1, p_2 のとり方によって図-3にみられるような高周波成分を含んだ状態、さらに図-1のような低周波成分の顕著な状態等が現われることがわかる。

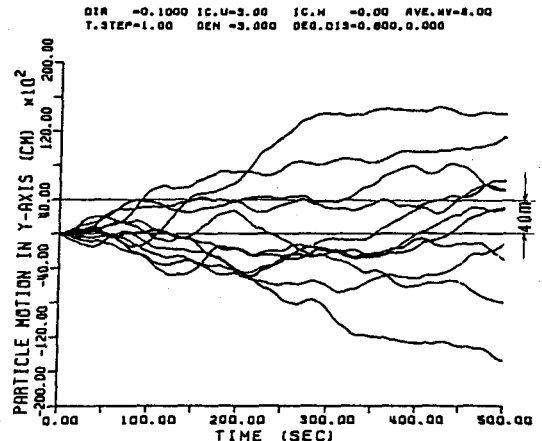


図-1 マルコフ係数と粒子の拡散 ($p_1 = 0.8, p_2 = 0.0$)

マルコフ係数と粒子の拡散

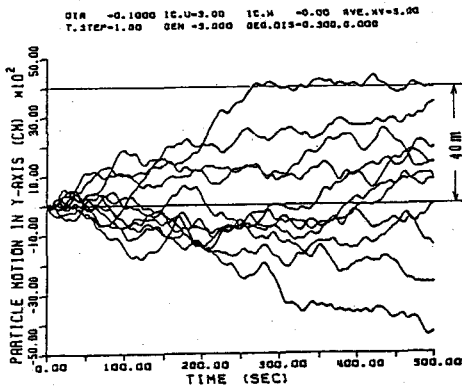


図-2 ($p_1=0.3, p_2=0.0$)

それぞれの風速の自己相関係数を求めると図5～8のとおりとなる。

自己相関係数と粒子の拡散との関係については式(4)より明らかなように、粒子の拡散が自己相関係数の積分値 $\int R(t)dt$ に比例するため、積分値が大きいほど、拡散の程度も大きくなる。

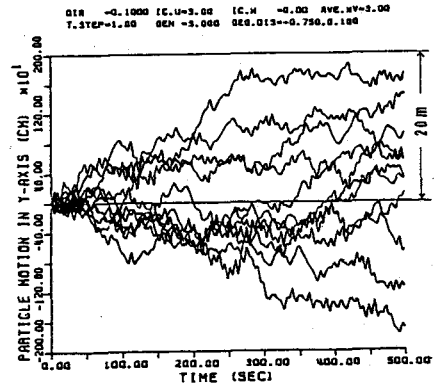


図-3
($p_1=-0.75,$
 $p_2=0.1$)

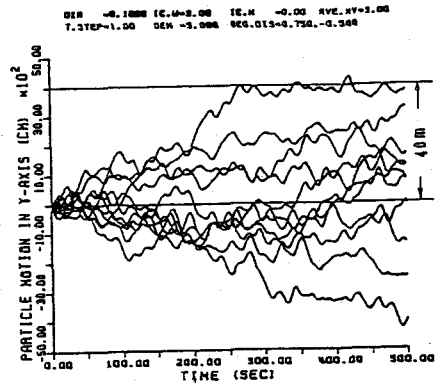
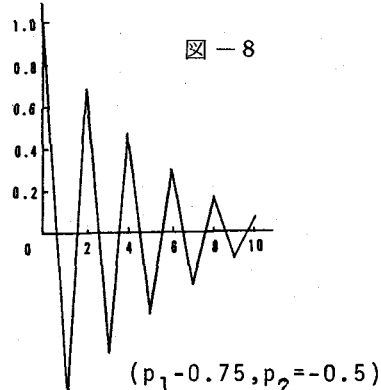
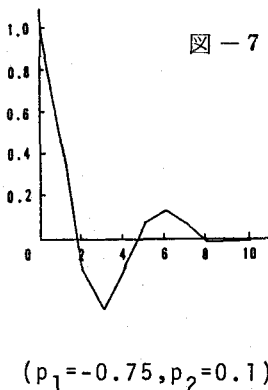
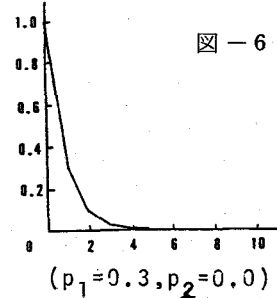
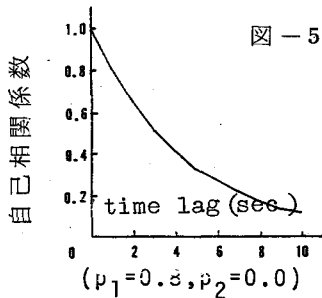


図-4
($p_1=0.75,$
 $p_2=-0.5$)



マルコフ係数と自己相関係数

5 道路近傍を想定した拡散

発生源条件としては、点源の場合について行い、風速、粒子径、拡散係数等の粒子拡散に与える影響について調べた。

5-1 計算条件

道路に対して直角に風が吹いている粒子が地面に完全吸着する場合と完全反射する場合について拡散シミュレーションを行った。

一連の拡散シミュレーションの条件は表-2, 3 に示すとおりである。

その他の条件は次のように与えた。

- 発生源高度： 3 (m)
- 大気密度： 0.0012 (g/cm³)
- 粒子密度： 2 (g/cm³)
- 大気粘度： 0.00018 (g/cmsec)
- 風速分散： $\sigma_w = 0.2$ (m/sec²)
- $\sigma_v = 0.4$ (m/sec²)

発生源強度： 1 (個/sec)

拡散条件 (空間平均比区分)：水平方向格子幅 10 m 垂直方向格子幅 1 m

Time Step： 0.2 (sec)

5-2 粒子分布計算結果

(a) 粒子径の影響

粒径が大きくなるほど、発生源の近傍で粒子がよく落下することが明らかである。

(b) 風速の影響

風速を3m/s から6m/s にしたとき、地表面での粒子濃度は発生源近くでは小さくなるが、遠方では大きくなり、またそのピークの位置が風下側に移動している。

(c) 風速分布の影響

風速分布は、1/7 乗則に従うものとした。ここでは高さ15m での風速を3m/s 及び6m/s の場合を想定した。粒子の鉛直分布には大きな違いを認め難いが風速が地表面に近づくとつれて遅くなるので、粒子の着地点が発生源近くになることがうかがえる。

表-2 - (1) 拡散シミュレーションの条件 (完全吸着)

Run No	1	2	3	4	5	6
条件						
粒径 (μm)	10	100	10	100	10	100
水平拡散係数 (cm ² /s)	2	2	10	10	2	2
垂直拡散係数 (cm ² /s)	2	2	10	10	2	2
平均風速 (m/s)	3	3	3	3	3	3
風速分布	一様風	一様風	一様風	一様風	1/7乗則	1/7乗
図番号	9	9	10	10	11	11
	15				16	

表-3 - (1) (完全反射)

Run No	1	2	3	4	5	6
条件						
粒径 (μm)	10	10	10	10	10	10
水平拡散係数 (cm ² /s)	2	2	10	10	2	2
垂直拡散係数 (cm ² /s)	2	2	10	10	2	2
平均風速 (m/s)	3	6	3	6	3	6
風速分布	一様風	一様風	一様風	一様風	1/7乗則	1/7乗
図番号	12	12	13	13	14	14
	17				18	

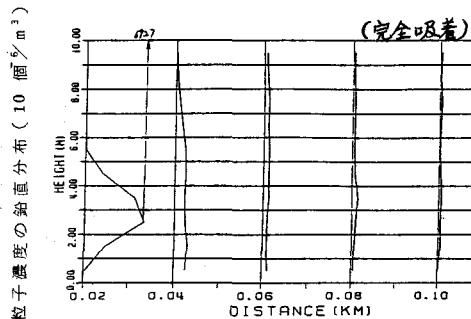


図-9

粒子濃度の鉛直分布 (10 個/μm³)

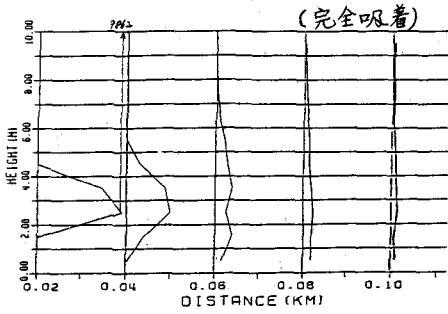


図-10

(d) 完全反射

粒子が地表面に到達した場合、その大部分は地表面に吸着し、飛散しないものと思われるが、その一部は再び大気中に飛散するものと思われる。その程度は、その時の風速、安定度等の気象条件、地表面の含水量によっても大きな影響を受けるであろう。ここでは地表面に到達した粒子の一部が再び飛散するものとして拡散シミュレーションを試みた。

再飛散する確率を反射率(μ)で表わすと一つの粒子が再飛散する確率は $\mu \cdot \mu^2 \cdot \mu^3 \dots$ となる。完全反射を想定すると $\mu = 1.0$ の場合にあたる。

完全反射するときの計算条件は表-2-2で示されているが、その計算結果(図12-14)によると、地表面での粒子濃度が飛躍的に増加しているのがわかる。しかしその影響の高さ方向に及ぼす影響範囲は距離を100m以内で考えると、いずれの場合もほとんど高度2~3m以内にその影響範囲がおさまっていることがうかがえる。

一部反射する場合として、反射率が0.8のときの計算結果によると、距離が遠くなるにしたがって、反射率が1.0にあたる完全反射よりも、反射率が0.0の完全吸着の結果に近くなる。

道路に直角に風が吹くときにあたる線源による拡散シミュレーションは上記の点源を別として与えることによって求められた。この結果に与える粒子径、風速、風速分布の影響は点源に対する影響と同様であった。

6 粒子の軌跡

自動車道路上の高度3m地点から放出された粒子の風下での軌跡を風速、風速分

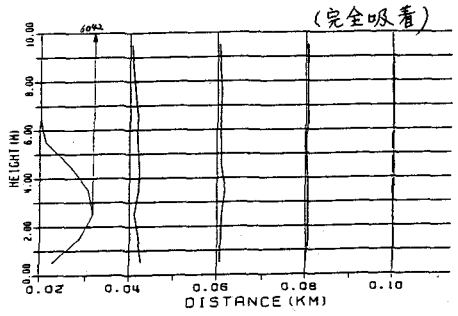


図-11

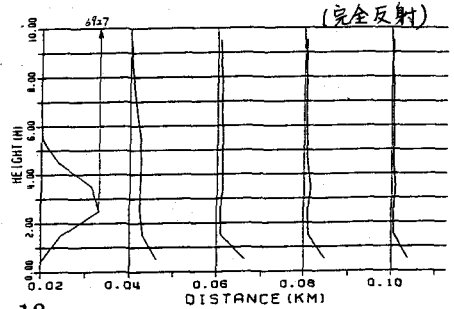


図-12

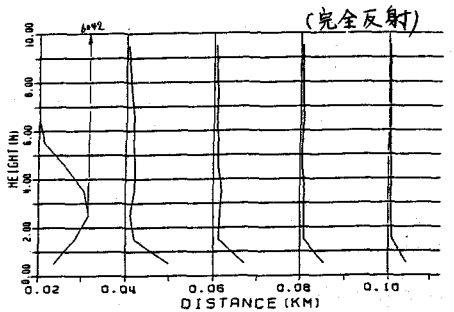


図-13

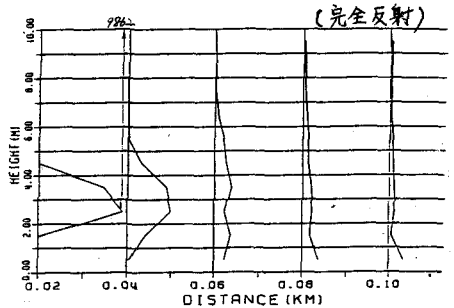


図-14

布、粒径を変えた場合について検討した。ここでは1点から放出された粒子に着目し、その流跡線を求めた。計算を行うにあたって用いた条件は表-2中Run 1、Run 5、表-3のRun 1、Run 5にあたる。

粒子の流跡線

垂直断面図

(完全吸着)

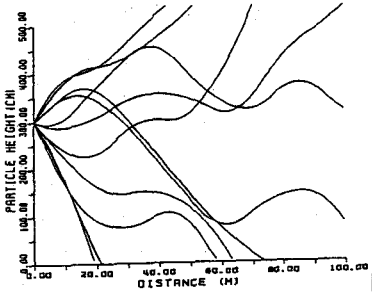


図-15

(完全吸着)

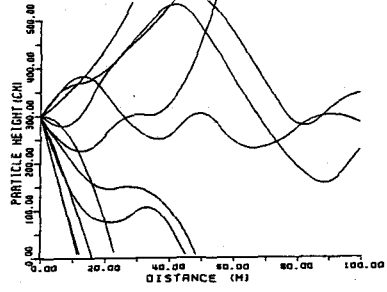


図-16

(完全反射)

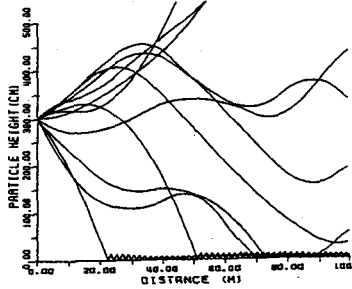


図-17

(完全反射)

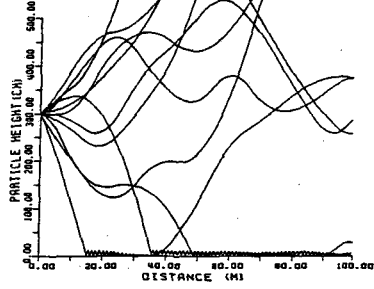


図-18

7 おわりに

以上示した計算例の他にもいくつかのシミュレーションを行ったが、この計算法では飛ばす粒子一つずつに物理的に異なった性質も与えることが可能であるので、実用的には応用範囲は広がる。一つの計算で発生させる粒子数をいくら以上にすべきかは今後得られる濃度分布のなめらかさの比較によって検討する必要がある。

文献

- (1) Hinze : Turbulence 2nd Ed. , 463 pp. (1975)
- (2) J. Tadmon & I. Zur : Resuspension of particles from a horizontal surface : Atmos. Env. Vol. 15.