ごみ焼却場の設置のための地域分割問題

都立大学工学部　川口 士郎
〃　○田崎 滋久

ある地域のごみを対象として、それを処理するためのごみ焼却場を設置する問題を考えてみる。問題として決定すべきことは、ごみ焼却場の数と位置である。この場合、ごみの発生量・収集費用・処理費用などは問題を解くに十分なようにすでに与えられているものとする。

実際問題としてこれをあつかう場合には、経済性ばかりでなく社会的・行政的な問題を同時に解決しなければならない。社会的・行政的な問題は、経済的な問題に帰する場合もあり、そうでない場合もある。ここでは、問題をすべて経済的な問題に帰することができるものと考えておく。すなわち、社会的あるいは行政的な問題はすべて費用に関する問題に還元できるものと考える。

上述の前提をおくと、ごみ焼却場の設置問題は、いかに経済合理的に数と位置とを決定するかという問題に帰する。

この報告では、焼却場の費用を無視して、収集費用だけを考慮し、焼却場の数を与えた場合、その位置を合理的に決定する方法を述べる。この方法は Teitz と Bart[1] が与えたものと基本的には同じである。この方法を実際に近い情況に適用して得られた結果とそれに関する検討を述べる。

1．Location 問題の概観

Location問題というのは、倉庫・電話交換センター・ごみ処理場などある広さをもつ地域を対象とした施設をいかに合理的に設置するかという問題である。ある対象地域に複数の施設が設置されて、その施設の利用者が1つの施設を利用する場合には、その対象地域は施設の数と同数だけに分割されるから、Location 問題は地域の分割問題ともいえる。

この種の問題を初めて考えたのはWeberであり、Weberの問題を拡張したLocation 問題をWeber問題ともいう。Weberは、2ヶ所の原料供給源と1ヶ所の市場との間に1ヶ所の工場を、輸送費用を最小にするように建設する問題を考えた。Cooper[2]・Kuhn とKuenne[3]らの考えた一般のWeber問題とは、ある平面上の1点に対して重みをつけたEuclid 距離の総和を最小にするように、その点を反復法で決定することである。この問題をさらに施設の費用をも考慮して、線型計画法で解こうとしたのは、Gomory[4]・Baumol とWolfe[5]・Balinski とMills[6]らである。線型計画法による解法は、規模の大きい問題や非線型の施設費用を考慮した場合には、うまくいかないといわれている。そこで、この問題をheuristic に解こうとしたのは、Kuehn とHamburger[7]であり、この方法を改良したのはFeldman[8]らである。Efroymson とRay[9]はふたたびこの問題を混合整数計画法で解こうとし、さらに一応実用的な解法としたのはSpielburg[10]である。Hakimi[11]は対象地域をnode(vertex)とlink(branch) からなるnetwork(graph) として考え、P個の施設を設置する場合、最適位置はnode にあることを示した。このHakimi の定理の別証明をLevy[12]が与えている。対象地域をnodeに重みをつけたnetwork として考えることは実用上有益であるが、HakimiもLevy も最適のP個の点（これをHakimi は P-Vertex-median と呼んでいる。）を求めるalgorithm は与えていない。Maranzana[13]は、Cooperが平面上でのLocation 問題に提案した反復法とは本質的には同一の方法をnetwork におけるP-Vertex median を求めるのに利用した。この方法は特殊なnetwork において、初期条件によっては最適解を与えない場合がある。Maranzana のalgorithmを簡単に述べると、対象とするnetworkでまず任意にP個の点（node）をとり、残りの点は最も近いP個の点の1つに結びつけるという方法で、network（の点）をP個に分割する。分割されたそれぞれのsubnetwork（の点）で Vertex medianを（1個所づつ）

定める。これらのVertex medianにより、networkの分割をやり直す。このようにしてP- Vertex medianが収束したP点として得られるまで反復する。Maranzanaは、分割を反復するごとに各点からP個の点に対する距離の総和が単調に減少することを示した。またこの方法をイタリアの40都市を3分割する問題に適用した結果を報告している。

TeitzとBartの方法は、最初にP個の点を任意にとり、これらの点を1つづつ入れかえて各点からP個の点に対する距離の総和が最小になるようにする代入法であり、Maranzanaの方法の欠点を除いている。彼等は25個ないし50個の乱数行列について実験した結果により、Maranzanaの方法に比較して解の安定性がよいことを述べている。

ごみ焼却場の設置を上述の意味で単純なLocation問題として考えるには、主として次のような疑問点がある。すなわち、

1. ごみ焼却場は対象地域の任意の点に設置できるわけではない。
2. ごみ焼却場は、我国ではほとんどの都市ですでにある地点に設置されて、Location 問題を考える現実的要請がない。

これらの疑問は、すべてごみ焼却場のように地元住民に嫌われる施設は昔から施設のあった場所に不利を忍んで継続して設置する、あるいは人里離れた場所に設置するなど位置がほとんど固定していて、合理的に設置する自由さがないという考え方を前提にしている。この見地に立つ限りLocation 問題は、有益な問題として成立しないように見える。

しかし、ごみ焼却場の合理的な数と位置を知ることは、現実の不合理性の程度を知ることになり、まったく無駄なことは考えられない。後述する計算例では、計算した位置と現実の位置とを、この意味で比較している。

2、計算手順

本論の目的は、対象地域(主に市町村の行政区域)より発生するごみを収集しごみ焼却場へ輸送するにあたり、ごみ焼却場の位置が地域のどこにあるのが最適かを決定することにある。先に述べたように、今回はごみ焼却場の数を与えたうえで、輸送費用を最小にする位置を求めることにした。輸送費用は距離に応じて一様かつ線型であると仮定する。したがって、総輸送費用は輸送距離に輸送量(ごみ発生量)を乗じたものの総和に比例する。

$C=\alpha\times\Sigma w_i\cdot d_i$　　(1)　c:輸送費用　α:係数　w_i:i収集域より発生するごみ量

d_i:i収集域より焼却場までの距離

すなわち、輸送費用を最小にするには$\Sigma w_i d_i$を最小にする位置にごみ焼却場を建設すればよいことになる。次にw_iを各zone 一定とす。輸送費用はΣd_iのみに依存し、Σd_iを最小にすれば最適点を求めることができ、話はさらに簡単となる。実際には、対象地域をzone に分割し、それをnetwork化したうえで、$\Sigma w_i d_i$ もしくはΣd_iを最小にする点をnetwork上に求める。

今回の計算手順は、3つの部分からなっている。

1、対象地域をzone に分割し、networkで表わす。
2. network上の各node pair間の最短距離を求め、$n\times n$の距離行列を得る。
3、輸送距離が最小となるpoint を決定する。

手順1は手作業により、手順2、3はcomputer(HITAC8800/8700、FACOM230-45S)を用いて繰り返し計算を行い、解を求めた。

I、対象地域のnetwork化

(1) zone の分割

対象地域をzoneに分割することは、後の計算過程を決定する重要な手順である。基礎data(人口・面積・経路)によって分割の方法も異なり、分割を行うにあたっては基礎data の入手が簡単で計算の行い易いよう分

割するのが好しい。今回はzone分割を次の2つの方法で行っている。それぞれ利点と欠点を有し、対象地域によって取捨選択した。

1、mesh分割法

2、等発生量分割法

1のmesh分割法は、対象地域を広さに応じて適当なmesh(500～5000m)に切り、各々のmeshを1zoneとし、そのzoneのごみ発生量w_iを推定し、$C=\alpha\times\Sigma w_i d_i$により輸送費用を計算する方法である。この方法では分割するのが非常に楽であり、zoneの面積が一定となる利点はあるが、基礎dataを得るのに困難である。2の等発生量分割法とは、各zoneよりの発生量w_iが等しくなるようにzoneを分割する方法である。この方法によると、発生量を考慮せずに距離Σd_iを最小にするだけでよいという利点はあるが、発生量を等しく分割するのは困難であり、近似的に求めるか、等しいと仮定するしかない。

(2) network化

zoneに分割し、network化するわけであるが、zoneを代表する点をそれぞれのzoneで決定する。この点は、zoneの中心近傍でかつ道路上とする。network化するため、次のように定義した。

1、zoneをnodeで表わす。(zoneの中心点で代表される。)

2、輸送路をlinkとする。

3、zone間の距離は、zone中心点間の距離である。すなわち、これがlink長である。

この定義に従って対象地域をnetwork化し、さらに計算を行うにあたって、次の仮定をする。

1、zoneより発生するごみは、すべてnodeより発生する。(link上では発生しない。)

2、焼却場(以下centerと呼ぶ)はnodeに位置する。(Hakimiの定理)

3、輸送されるrouteは、node間の最短経路によって輸送される。

4、centerの位置するnodeより発生するごみの輸送距離は0とする。

以上の仮定により、ごみの発生・集中はnodeだけとなる。

Ⅱ、距離行列

仮定の3より、各node間の最短距離を求めるため、Dantigの方法を用い、それぞれの最短routeを求めた。この方法は、出発node x_0より順次最短距離にあるnodeを1個ずつ末広がり的に見つけていく方法である。出発node x_0よりnode x_jまでの最短routeは次の関係がある。

$L_1=d(x_0, x_1)$　　$L_j=\min(L_i+d(\underset{i\in S}{x_i}, \underset{j\in\bar{S}}{x_j}))$　　(2)

L_j: labelingされた出発node x_iからnode x_jまでの最短距離

$d(x_i, x_j)$: node x_iからnode x_jまでのlink長

S: labelingされたnodeの集合　　$\bar{S}$: まだlabelingされていないnodeの集合

さらに、順次stepを追っていくと次のようになる。

step 0、与えられたnetwork上のlinkで直接結ばれていないnode pairの距離$d(x_i, x_j)=\infty$と置く。

step 1、$L_0=d(x_0, x_0)=0$とlabelingし、x_0をSに含める。さらに、出発node x_0に入るrouteの距離すべてを$d(x_n, x_0)=\infty$とする。

step 2、node x_0より最短のnode x_1を求め、x_1をSに含める。$L_1=d(x_0, x_1)+L_0$とlabelする。x_1に入るrouteの距離すべてを$d(x_n, x_1)=\infty$とする。

step 3、Sに含まれる各nodeより、それぞれ最短のnode x_jを求め、$\min(\underset{i\in S}{L_i}+d(\underset{i\in S}{x_i}, \underset{j\in\bar{S}}{x_j}))$を満たすnode x_2をSに含め、$L_2=d(\underset{i\in S}{x_i}, x_2)+L_1$とlabelし、$d(x_n, x_2)=\infty$とする。

step 4、以下同様に(2)式の関係を満足するように、step 3と同様の手順でlabelingし、すべてのnodeが

Sに含まれるまで繰り返す。

このようにlabelingされたL_kが出発node x_0からnode x_kまでの最短距離である。上で求めた最短距離より$n \times n$の距離行列Dが得られる。($D=\begin{bmatrix} d_{11} \cdots \\ \cdots \end{bmatrix}$)しかし、計算上最小にするのは、$\Sigma w_i d_i$ であるので、距離行列$D'=\begin{bmatrix} d_{11}w_1 \cdots \\ \cdots \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} d'_{11} \cdots \\ \cdots \end{bmatrix}$を用いて計算を行う。もし$w_i$が等しければ、距離行列Dを用いて計算を行う。

Ⅲ algorithm

計算は初期値として、m個のcenterを指定することから始まる。n個のnodeはすべて最短のcenterに属するBlockに分割され、そのBlock Q_i内で新たにcenterが決定される。これをcenterの位置が収斂するまで繰り返す。新たに決定されるcenterは次の条件を満足するnodeとする。

$$\min_j \left(\Sigma_{x_i \in Q_n,\, x_j \in Q_n} d'(x_i, x_j) \right) \text{ なるnode } x_j \qquad (3)$$

stepを追うと、次の通りであり、フロー図を図-1に示す。

step 0. 初期値としてm個のcenter $x_1 \cdots x_m$を指定する。

step 1. すべてのnodeを最短のcenterに属するBlock$Q_1 \cdots Q_m$に分割する。

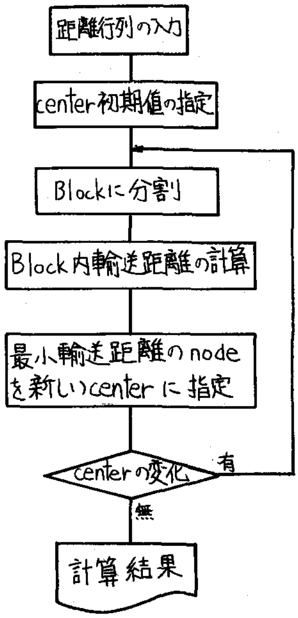
step 2. BlockQ_1に属するすべてのnodeをそのBlock内のcenterと仮定し、輸送距離を計算する。

step 3. 輸送距離が最小となるnodeを新たなcenter x'_iに指定する。((3)式を満足するnode)

step 4. Block $Q_2 \cdots Q_m$まで、step 2、3と同様の操作を行い、各Block毎に新しいcenterを指定する。

step 5. center x_iとcenter x'_i ($i=1,2 \cdots m$)が同じになるまでstep 1から繰り返す。

図-1 algorithm Flow



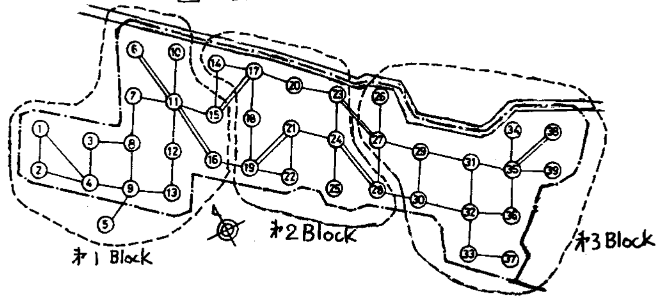
以上の手順で求められたcenter $x_1 \cdots x_m$が、輸送距離T_i(厳密には$\Sigma d(x_i, x_j) w_i$)を最小にするnodeであり、そのnodeが焼却場の合理的な立地点になる。Q_iに含まれるすべてのnodeから発生するごみが、node x_iに立地する焼却場に輸送され焼却される。しかしながら、特殊なnetworkの場合は初期値によって、Maranzanaの場合と同様に解は得られるが最適地を与えない場合もある。

3. 計算結果

Case 1、図-2・3・4は、川崎市を2000mのmeshに分割して得られたnode数37個のnetworkである。link長は、実線2000m、2重線3000mである。各meshのごみ発生量は推定不可能なので$w_i=1$ ($i=1 \cdots 37$)として計算を行っている。表-1、図-2は初期値としてnode 8、24、32をinputした結果である。表-2、図-3、表-3、図-4は、初期値として、それぞれ、node 36、37、38、1、2、3をinputした結果である。このnetworkのnode 8、15、39に

	表-1 center	表-1 総距離(km)	表-2 center	表-2 総距離(km)	表-3 center	表-3 総距離(km)
第1 Block	8	66.0	8	59.0	4	16.0
第2 Block	24	34.0	21	41.0	11	81.0
第3 Block	31	47.0	31	47.0	31	60.0

図-2



実際のごみ焼却場がある。

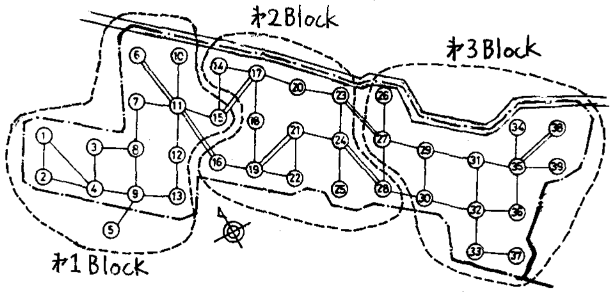
表−1と2を比較すると、才2 Blockのcenterが異っているが総距離は同じである。node 16 が才1 Blockに含まれるか否かによってcenterの違いが生ずる。これは、node 16からnode 8、24までの距離が等しいd(16,8)=d(16,24)からで、node 16を図−3において、才1 Blockに所属させると、才2 Blockに移動し、表−1，図−2と同じ結果を与える。これは、computer操作の都合上、表−2の場合はnode 16 が先にBlock2 に属することになったためで、center までの距離が等しいnode が生じた場合に生じるcase で、結局表−1と表−2は同じ結果を与えているにすぎない。

次に、表−2の場合は他の2つと比較してBlock 1に所属するnode 数が目立って少ない。これは、このnetworkの7−8のlinkを取ると2つのnetworkに分かれてしまうためであろうと考えられる。このようなlinkをisthmus と呼ばれている。このような特殊なnetworkの場合、1，2，3のような極端な初期値をinput すると最適解を与えない場合が生じる。

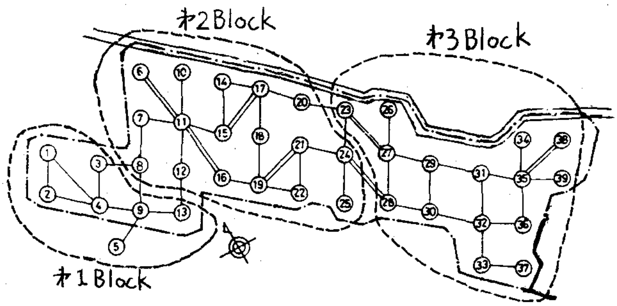
Case 2、図−5は、川崎市を1 zone当り、ごみ発生量を平均約1200t/日となるように人口統計を基礎として78 zone に分割したnetwork である。link長は地図上で道路距離を測定して得たものを使用した。距離行列は、発生量w_i一定であるので$D=\begin{bmatrix} d_{i} \cdots \\ \cdots \end{bmatrix}$を用いている。図−5は、初期値1、45、78をinput した結果である。現在稼動中の焼却場は、3、18、77である。

Case 3、焼却場建設にあたり、実際には、土地の入手可能な所に建設されている。繁華街・人口密集地を避けて建設

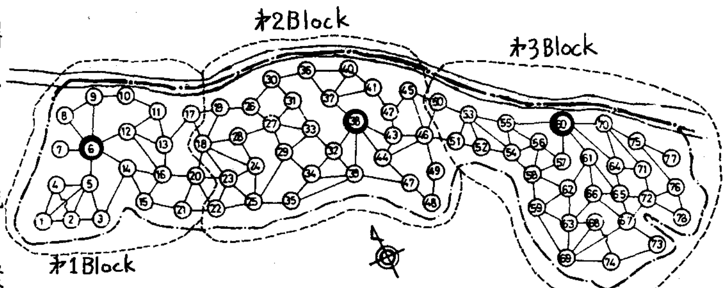
図−3



図−4

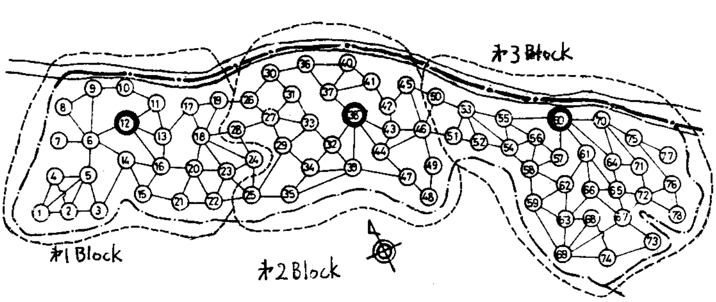


図−5



されている。そこで、人口密度による重みづけを行ない、密集地域を避けるようなprogramをflowに加えた。重みづけは下式によって行い、仮想距離行列をもって計算を行った。(4)式の意味は、人口密度の高い地区への輸送に抵抗をかけてやり、人口密度の高い地区がcenterになりにくいようにした。抵抗として図－7のように人口密度の高い地区は、高い所にあり、輸送距離が増大するように人口密度に応じて比例配分した。θはnetwork中の最大傾斜である。

図－6



$$d'(x_i,x_j)=d(x_i,x_j)\sec\left(\theta\times\frac{a_j-\min(a_k)}{\max(a_k)-\min(a_k)}\right)\quad(4)$$

$d'(x_i,x_j)$：node x_iからnode x_jまでの仮想輸送距離

$d(x_i,x_j)$：　〃　輸送距離

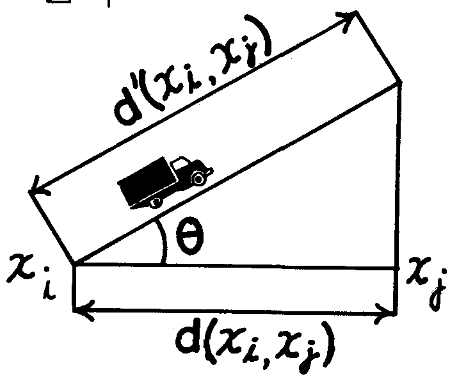
a_j　：node x_jの人口密度

$\min(a_k)$：人口密度の最小値

$\max(a_k)$：　〃　最大値

以上の方法で、仮想距離行列を用いて計算を行った。その結果が図－6である。

図－7



x_j：密度の高いzone

x_i：　〃　低いzone

4. あとがき

本論で述べたalgorithmは輸送費用だけを考えている。施設の費用をも考慮すれば、実際問題に近づくと、一応は考えられる。しかし、施設の費用をどのように考えるかは大変にむずかしいことである。施設の数を費用・その他の要素を勘案して、定めるのが実際的な方法ではないかと我々は考えている。

参考文献
1) Teitz, M.B., etal; "Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph," Operations Research, Vol. 16, 1968, PP. 955-961.
2) Cooper, L.; "Location-Allocation Problems," Operations Research, Vol. 11, 1963, PP. 331-343.
3) Kuhn, H.W., etal; "An Efficient Algorithm for the Numerical Solution of the Generalized Weber Problem in Spatial Economics," Journal of Regional Science, Vol. 4, NO. 2, 1962, PP. 21～33.
4) Gomory, R.E.; "An Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs", Princeton IBM Mathematics Research Project, Technical Report NO. 1, Princeton University.
5) Baumol, W.J., etal; "A Warehouse Location Problem," Operations Research, Vol. 6, 1958, PP. 252-263.
6) Balinski, M.L., etal; "A Warehouse Problem", Prepared for: Vetrans Administration; Mathematica, Prinston, 1960.
7) Kuehn, A.A., etal; "A Heuristic Program for Locating Warehouses", Management Science, Vol. 10, 1963, PP. 643-668
8) Feldman, E., etal; "Warehouse Location Under Continuous Economies of Scale", Management Science, Vol. 12, NO. 9, May, 1966, PP. 670-684.
9) Efroymson, M.A., etal; "A Branch-Bound Algorithm for Plant Location", Operations Research, Vol. 14, 1966, PP. 361-368.
10) Spielberg, K.; "Algorithms for the Simple Plant Location Problem with Some Side Conditions", Operations Research, Vol. 17, 1969, PP. 85-111.
11) Hakimi, S.L.; "Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph", Operations Research, Vol. 12, 1964, PP. 450-459. "Optimum Distribution of Switching Centers in a Communication Network and Some Related Graph Theoretic Problems", Operations Research, Vol. 13, 1965, PP. 462-475.
12) Levy, J.; "An Extended Theorem for Location on a Network", Operational Research Quarterly, Vol. 18, NO. 4, 1967, PP. 433-442.
13) Maranzana, F.E.; "On the Location of Supply Points to Minimize Transport Costs", Operational Research Quarterly, Vol. 15, NO. 3, 1964, PP. 261-270.
14) 佐佐木綱；"都市交通計画", 昭和49年, 国民科学社, PP. 281-282.