

河川水質および負荷変動の統計的諸特性について

京都大学 新島 敏
石川 果 ○神田博行

はじめに

定地点における時々刻々の水質の出現は、流域における水文気象、地質地生、土地利用状況などの自然的要因と、都市産業活動などの人為的要素の関与が、乱れ混合や沈殿、洗滌、生物化学的作用など複雑に作用する諸要因、さらには観測測定に係る要因までも複雑に関連する不確定性の高い時系列変動であり、一種の水質項目について断片的にも、年単位にわたる水質の内容においても大部分不確定に変動変化している。したがって次のなかからより有用な確率的な情報や法則性を抽出し、変化変動の構造をより高い精度で推定する確率論的アプローチが有効となり、変動の統計解析、時系列解析、水質変動ベクトルの時変量解析、確率論的予測などが試みられている。しかし河川の水質観測は平均状態推定を主眼とするもので、河川の劣化と時間と空間とをこしから比較的注意が行われており、等時間間隔で常時水質時系列変動をより有用な資料はつわめて乏しい。また変動の尤もらしい不確定性、多様性に対して統計、確率論的アプローチは可能でなく、したがってこの種の研究は殆ど、おぼろしいままである。我々は河川表流水と水源とを分けて水質場では業務記録として原水日水質を比較的長期にわたって保存していることを着目し、淀川、木曽川を代表し、変動の諸特性をより明確にしようことを主眼として若干の統計的解析を行い、水質変動への因子分析、主成分分析などの適用、予測への時系列解析や回帰分析、現代制御理論の適用などを試み、その初歩性・限界を模索してゆく。今回報告する内容は必ずしも最新の結果ではないが、十分に問題点を追究したものであるが、変動特性の側面として紹介しておく。

対象河川の水質の概況

①資料 資料は取水口と淀川本川左岸（宇治川、桂川、木津川三川合流点約2km下流）と淀川大阪市豊野浄水場と下流部右岸、奈良浄水場の取水口における原水水質および放流地点における平均流量で、昭和43年8月から49年8月までのもの、さらに木曽川左岸下流取水口、朝日取水口（28km下流）から取水する錦屋上野浄水場、大沼浄水場の取水口における原水水質および流量の放流量で、昭和43年4月から49年4月までのもの。

②平均的状況 昭和43年～ 表-1 木曽川水質基本統計解析 表-2 淀川水質基本統計解析

47年3ヶ月間の水質の概況については、淀川柳屋取水口では本川流水の影響で汚濁が軽微であるが、奈良取水口では京都及び淀川流域の影響を反映してBOD₅、KMnO₄消費量、NH₃-N、陰イオン活性剤などは平均値である3.4倍、1.8倍、2.3倍、3.8倍（負荷量としては3.4倍、1.6倍、1.7倍、3.3倍）と増大している。なかで

項目	地点	平均	標準偏差	中央値	幾何平均
濁度 (ppm)	大山	9.40	35.1	4.89	
	朝日	8.18	33.0	3.91	
色度 (ppm)	大山	6.63	2.58	6.02	6.38
	朝日	9.33	8.42	7.66	8.21
PH	大山	6.77	0.118	6.84	6.77
	朝日	7.29	0.169	7.36	7.28
アルカリ度 (ppm)	大山	15.7	2.84	15.6	15.4
	朝日	15.9	3.08	15.9	15.6
KMnO ₄ 消費量 (ppm)	大山	5.44	1.42	5.31	5.27
	朝日	5.50	1.89	5.17	5.28
比電率 (ppm/25℃)	大山	62.0	10.9	61.1	61.0
	朝日	57.2	10.9	57.0	56.1
水温 (℃)	大山	13.2	6.08	13.1	11.6
	朝日	13.1	6.72	12.6	11.1
流量 (m³/s)	今朝	284	358	178	196

項目	地点	平均	標準偏差	中央値	幾何平均
BOD ₅ (ppm)	豊野	1.41	1.02	0.894	1.06
	奈良	4.77	2.09	4.26	4.32
KMnO ₄ 消費量 (ppm)	豊野	7.09	3.79	5.11	6.53
	奈良	12.5	3.98	11.1	12.0
陰イオン活性剤 (ppm)	豊野	0.036	0.0349	0.021	
	奈良	0.827	0.381	0.769	0.723
総アルカリ度 (ppm)	豊野	24.1	4.43	23.0	23.6
	奈良	31.6	5.64	30.6	31.1
濁度 (ppm)	豊野	9.44	1.80	8.61	9.27
	奈良	6.10	2.47	5.55	5.57
色度 (ppm)	豊野	47.3	38.7	31.1	38.9
	奈良	23.3	30.9	12.6	18.0
比電率 (ppm)	豊野	47.0	35.1	31.7	39.7
	奈良	29.3	25.0	20.0	25.9
比電率 (ppm)	豊野	104	13.0	103	103
	奈良	156	29.3	154	153
陰イオン活性剤 (ppm)	豊野	0.0358	0.0221	0.0278	0.0299
	奈良	0.138	0.100	0.108	
水温 (℃)	豊野	15.7	2.53	15.1	13.4
	奈良	16.5	2.60	16.2	14.4
流量 (m³/s)	今朝	283.4	231.8	198.7	

NH₃-Nの増加は著しく、注目される。（上欄：上流、下欄：下流）
総アルカリ度、比電率の増加は1.3倍、1.5倍程度で相対的に小さく、
濁度、色度は流速低下と沈降により0.5倍（負荷量0.6倍）、0.6倍と低

下しており、各汚濁項目の特性を併せて示している。木曽川では上流における人為汚濁源の流入が極めて少なく、火山、朝日雨地帯における BOD₅ は約 1 ppm、NH₃-N 0.038~0.09 ppm 程度、下流における汚染反応項目の増加、汚濁の減少が特徴である。淀川柳井地帯水質と比較してみると、木曽川流量は淀川流量の 93% 程度であるが、汚濁、色度は 19、17% 程度に清流特性を示し、アルカリ度、比電率は 66、57%、KMnO₄ 消費量、BOD₅ は 97、68% 程度である。

2) 変動状況 標榜偏差/平均 = 変動係数として変動状況を示すと、木曽川、淀川において変動の大きいものは流量 (変動係数 1.36、0.82)、汚濁 (3.93 (上流)~4.03 (下流)、0.82~1.33)、色度 (0.9 (下流)、0.75~0.85)、淀川上流 NH₃-N (0.96)、淀川陰イオン活性剤 (0.62~0.92) など、変動の小さいものは pH (0.02)、アルカリ度 (0.1~0.19) 比電率 (0.12~0.19) 程度であり、流量変動に依存する項目とそうでない項目、この流出と清流特性の大きな差を示す項目とない項目の相違がみられる。また変動の小さいものは平均値と幾何平均値との差が小さく、淀川と比較する負荷の変動は水質の変動と一致しており、汚濁 (1.71~3.35)、以下 KMnO₄ 消費量、BOD₅、陰イオン活性剤、(色度は 0.97~1.44 の範囲) などが顕著、アルカリ度は小さい。また NH₃-N の負荷変動も上流で大きい。変動の大きい水質と負荷については、極値の取扱いは、よく高流量時の取扱いが同題となる。

水質・負荷変動の分布特性

1) 頻度分布特性 確率変動としての水質の実現値の詳細な場合と、その頻度を知らなくてはならない、警察評価の面において重要である。とくに高汚染レベルと、その出現頻度及び継続時間が問題となるが、前者については累積相対頻度と易く判断が定量的である。例として淀川について累積相対頻度 95% の値は、汚濁の場合上流左岸で 106 度、下流で 54 度、BOD₅ の場合上流で 3.1 ppm、堺島で 8.0 ppm、DO の場合は 5% とおいて値は上流で 6.4 ppm、下流で 2 ppm となる。また頻度分布の中心の位置を示す代表値として平均値と幾何平均値とを算出するが、一般には正規分布を暗黙に前提として算出平均を用いているが、例として水質現象は比較的均一な事象とみられる計数正規分布の場合、代表値としては幾何平均値がより合理的であるといえる。

また水質は巨視的には「負荷/流量」として現れ、一般的には流量変動に応じて変動して負荷変動は少ないとみられている。こうした諸量は統計学上から頻度分布図を作成して分布特性を調べられる。

淀川における水質及び負荷の分布形状をそれぞれ示すものが、正規分布を示すものはアルカリ度 (上・下流)、比電率 (上・下流)、下流における BOD、NH₃-N であり、負荷の頻度分布は正規分布を示さない。計数正規分布となるものは、水質については下流の KMnO₄ 消費量と上流の陰イオン活性剤、負荷の場合は上・下流における NH₃-N、下流の KMnO₄ 消費量とアルカリ度、上流の陰イオン活性剤である。こゝ以外項目の分布形状については、計数値の分布が完全な正規分布とならず、右に歪んだ分布となるが、そのうち (log x)² とする正規化の可能性があり、その (確率計数正規分布) あるいは歪が大々く、log (log x) の変換の必要があり、その (2 変換正規) である。

図-1 水質及び負荷の頻度分布

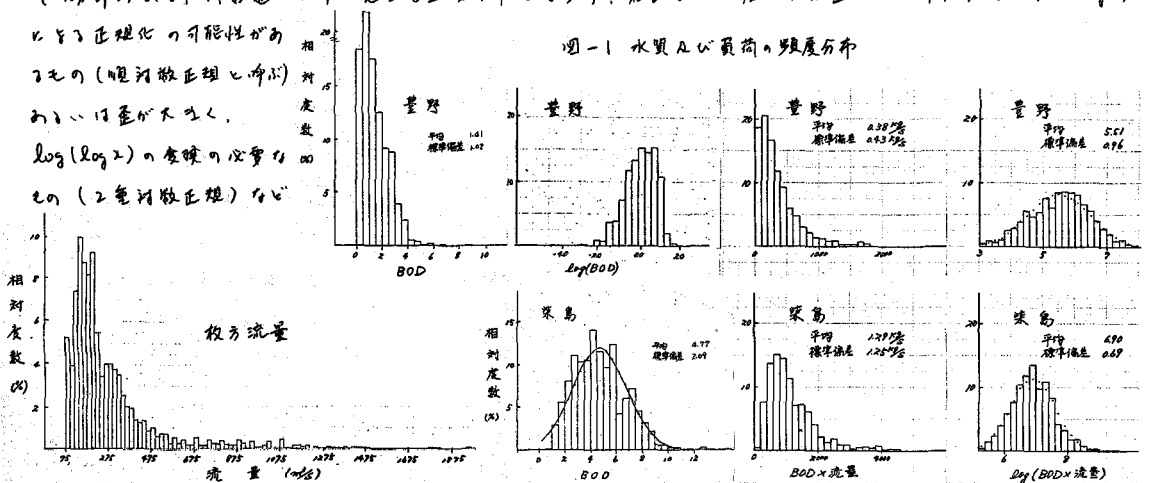


表-3 頻度分布型式(淀川)

項目	地点	水質頻度分布	負荷頻度分布
流量	枚方	順対数正規*	—
濁度	豊野 柴島	順対数正規*	順対数正規**
色度	豊野 柴島	順対数正規*	—
KMnO ₄ 消費量	豊野 柴島	順対数正規* 対数正規	二重対数正規*** 対数正規
アルカリ度	豊野 柴島	正規	順対数正規* 対数正規
陰イオン活性剤	豊野 柴島	対数正規 順対数正規**	対数正規 順対数正規**
BOD	豊野 柴島	順対数正規** 正規	対数正規
アンモニア性窒素	豊野 柴島	順対数正規* 正規	対数正規
比導電率	豊野 柴島	正規 正規	—
DO	豊野 柴島	順矩形	—

* 対数値の分布が完全な正規分布となりず、幾分左に歪むもの
 ** $\log(\log X)$ が正規分布となるもの
 *** $\log(\log X)$ が正規分布となるもの

表-4 頻度分布型式(木曽川)

項目	水質	負荷
濁度	二重対数正規	二重対数正規
色度	対数正規	—
KMnO ₄ 消費量	対数正規	二重対数正規
比導電率	正規	—
アルカリ度	順正規	—
pH	順正規	—

である。DOは水質との相関があるが、水質は周期変動としており、周期変動の頻度分布は矩形分布となることから、DO頻度分布も矩形分布に近い形になっている。

分布形式について特徴的なことは、BODとNH₃-Nについては水質、負荷ともに、上下流における前者の分布形式が後者のそれと一致しており、アルカリ度と比較電率、濁度と色度については上下流の水質頻度分布が一致している。また、YとXの対応項目においても分布形式が等しい。人畜の汚染を反映するBOD、NH₃-Nの場合、汚染度の低い上流では流量と同様に順対数正規分布であるが、汚染度の高い下流では正規分布になる一方、負荷は上下流において対数正規分布を示すことも興味深い。汚染物排出、流出など変動の原因の増大によって変動は正規分布と近づいていくとみられ、これはまた統計的識別に適合している。

木曽川における分布形式は表-4に示すが、99摩川における3年間の日資料を解析した結果(新田)と淀川における特性を求めて検討する。アルカリ度は99摩川、淀川(上下流)で正規分布、木曽川では左至んが順正規分布、濁度は99摩川で対数正規、淀川(上下流)と木曽川で左至んが対数正規分布、KMnO₄消費量は99摩川、木曽川、淀川下流で対数正規、淀川と流で左至んが対数正規となる。つまり、これらの項目については3河川における変動の頻度特性は相似している。他の項目については、比導電率は淀川と同様に正規分布となり、色度は淀川が順対数正規であるのに対して木曽川では対数正規である。木曽川における濁度、色度の負荷は、流量の頻度特性に影響を受けて左に強く歪む対数分布、あるいは二重対数正規分布となっている。

この他、地味変動要素の一つである、任意時々の解析より、河川中主要化学成分(Ca²⁺, Mg²⁺, Cl⁻, SO₄²⁻, SiO₄)の99は対数正規、それ以外の5河川の12は左に歪む対数正規分布を示すとの報告がある。

2) 水質頻度分布の理論的検討 計算上のBODと他の流出負荷量は対数正規あるいは二重対数正規の間の分布形式とすることが判明したが、むしろ、この総変動量のうちの日平均人間活動に起因するもの、降雨流出等に伴うものの変動特性が問題となる。負荷発生原因が明確に不確定なものは正規分布とせず(左記)とする。人間活動を集約した負荷は正規分布とすべきであらう。従って、これは降雨流出と強く支配された対数正規分布となり、その結果、全体として同様の分布を示すものとして決定した。

いま至るに独立な正規変数Y, Zと仮定し、その確率密度関数を求める。Y, Zの確率密度関数をp₁(y), p₂(z)とすると、Xの密度関数p(x)は(1)式で求められる。ここでY, Zが左に歪む対数正規分布の場合を考えると

$$X = Y/Z \quad \dots (1) \quad p(x) = \int_0^\infty p_1(xz) p_2(z) dz = \int_0^\infty p_1(z/x) p_2(z) dz \quad \dots (2)$$

p₁(y), p₂(z)は(3), (4)式で表わすことができるので、p(x)は(5)式で表わすことができる。y₁, y₂, μ₁, μ₂はそれぞれy > 0; p₁(y) = 1/√y · 1/√2πσ₁ · exp{-(log y - μ₁)²/2σ₁²} y ≤ 0; p₁(y) = 0 (3)

$$z > 0; p_2(z) = 1/z \cdot 1/\sqrt{2\pi}\sigma_2 \cdot \exp\{-(\log z - \mu_2)^2/2\sigma_2^2\} z \leq 0; p_2(z) = 0 \quad (4)$$

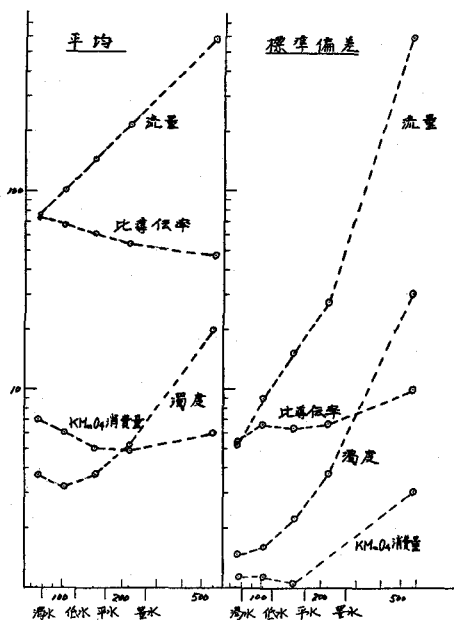
$p_1(y)$, $p_2(z)$ の標準偏差がそれぞれ平均である。すなわち、 Y , Z が互に分散正規分布の場合、標準偏差が $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ 、平均が $(\mu_1 + \mu_2)/2$ の分散正規分布になることがわかる。相当数の水質や気象の観測は通常月一回程度であり、平均値の推定は行なわれている。こうした資料が入手時、各水質の代表値となり、そのことを当然であるが、平均値の水質状態の精度の精度が低く、これを補正して、平均値の推定を改善する。このために、まず、観測の精度を改善する。このために、まず、観測の精度を改善する。このために、まず、観測の精度を改善する。

$$p(x) = \int_0^\infty \int_0^\infty p_1(xz) p_2(z) dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} \cdot \frac{1}{x} \cdot \exp \left\{ -(\log x - (\mu_1 + \mu_2)/2)^2 / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \right\} \quad (5)$$

3) 流量別に見る分布特性

定量的に水質状態の観測を把握することは連続観測に劣るものではないが、監視という観点からは主要水質項目の観測は通常月一回程度であり、平均値の推定は行なわれている。こうした資料が入手時、各水質の代表値となり、そのことを当然であるが、平均値の水質状態の精度の精度が低く、これを補正して、平均値の推定を改善する。このために、まず、観測の精度を改善する。このために、まず、観測の精度を改善する。このために、まず、観測の精度を改善する。

図-2 流量別に見る分布特性

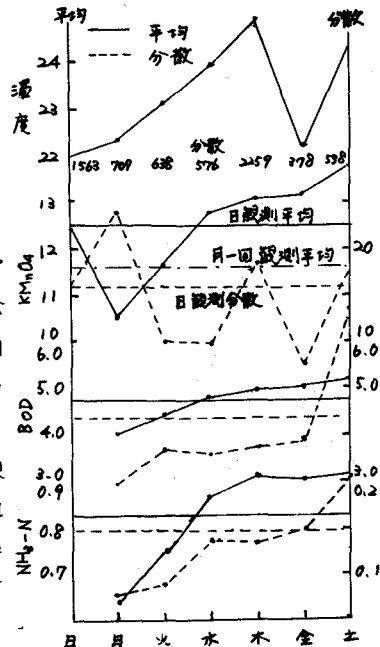


4) 平均値の推定のための観測間隔及び精度分布の定量化

水質状態の平均値と精度を把握するための必要観測間隔は、基本的には水質状態分布に基づいて決まるべきである。しかし、この方法は、場合によっては定量的であることが前提で、サンプル平均の分散が、時間平均の分散と一致している必要がある。

つまり、一定期間内で変動が定量的であると仮定し、それが正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとすれば、 m 回観測を行って得られる平均値の分布は正規分布 $N(\mu, \sigma^2/m)$ に従うから、 σ が μ の k 倍に入る確率を定量的に、必要観測回数 m を決定することが出来る。しかし、分布が正規分布でない場合は、統計的分散解析が必要となる。すなわち、一般に標本平均分布は母集団分布と正規分布の中間的な形となる（標本の大きさが増えるにつれて正規分布になる）ので、数値的密度関数を決定することが出来る。ここで前述のように入水状態の場合に分散正規分布形式と仮定して、分散変換による正規化変数 Z を用いて、この場合の標本平均の（原因集団の中央値）である精度を推定するための標本数 m と同じようにして求める（本節）ことが出来るが、この場合の平均値は原因集団の標本平均値であり、原因集団平均と一致しているわけではない。ことに留意する必要がある。これは、観測の精度を改善する。

図-3 観測の精度と変動の特性

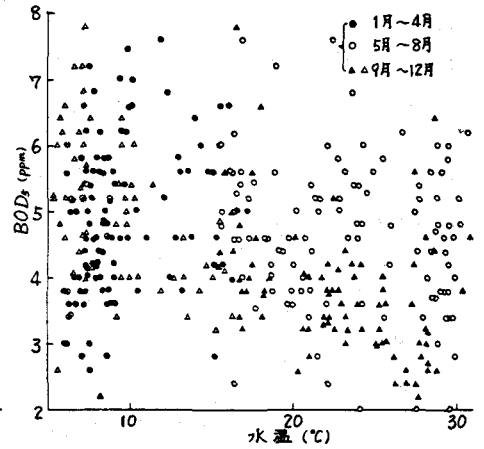
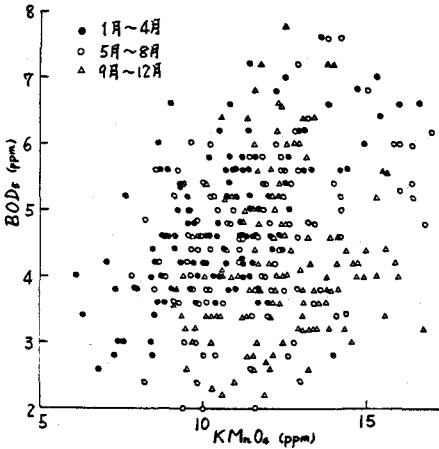


期間について定めて

あ、ても、用紙性が
あ、場合のサンプリ
ンが別の理論的根
拠に依るわけではな
い。

図-1は淀川淀川
地帯において同一
あ、11月-1月の観
測を行。これとして
よ、その標準分布特
性より測定のためと

図-4 BOD₅とKMnO₄消費量、水温との相関



と比較したものであるが、人為汚染項目については周知のとおり増加する傾向性が認められるため、日観測の場合との平均値分散の差異が原因と見られ、これより同一観測で行通常の観測条件に合わせる目的で高水温の日の資料を除外したが、残存データの平均値が相違を来している。

流量と水温との相関について

淀川上下流における環境状況の差異から推察される項目は、濁度・色度（上流0.946、下流0.973）、水温とDO（-0.956~-0.711）、比電導率とアルカリ度（0.725~0.878）、KMnO₄消費量と色度（0.754~0.691）及び濁度（0.699~0.670）、流量と総アルカリ度（-0.513~-0.726）、水温とBOD（-0.682~-0.573）などであり、経路の異なる下流と相関が高くなるものはNH₃-Nと総アルカリ度（0.804）、流量と濁度（0.574）、BODとKMnO₄消費量（0.527）などである。木曽川においても比電導率とアルカリ度（0.851~0.912）、濁度と色度（0.702~0.662）などの相関が高い。流量との相関は淀川の場合と同様にアルカリ度については-0.42以下である。

淀川における主要汚染項目のBOD₅については全回帰式を求めたところ、この式の相関係数Rは0.791

$$\begin{aligned} BOD_5 = & 3.60 - 0.000411 \times \text{流量}(\%) - 0.123 \times \text{水温} - 0.00352 \times \text{濁度} - 0.00444 \times \text{色度} \\ & + 0.277 \times \text{KMnO}_4 \text{消費量} - 0.00656 \times \text{比電導率} + 0.00650 \times \text{総アルカリ度} \\ & + 0.899 \times \text{陰イオン洗剤} + 0.778 \times \text{NH}_3\text{-N} - 0.00919 \times \text{DO} \end{aligned}$$

であるが、説明変数のうち主要なものは水温、KMnO₄消費量、NH₃-Nであり、これらの計三説明変数とした場合の回帰式でもR=0.786である。

相関係数や回帰式から予測を行う場合、対応変数間の線形性が問題となる。図-4の淀川淀川におけるBODとKMnO₄消費量は季節毎にそれぞれ相関が認められる（相関係数0.527）が、水温とについては季節的変化は認められるものの全体としてはあてはまらない。年間を通じての相関係数は-0.573であるが、季節的では正の相関が認められるようであり、相関は8月評価は基本的には水質構造の急激な変化と季節的の解析からとらえておくべきであろう。流量と水温との相関は汚染物流出、沈降、希釈などの関連で注目されるが、比電導率については、淀川、木曽川の上流と下流とを比較すると流量の増加とともに比電導率が低下する傾向が見られる。比電導率が低下すると比電導率と色度の相関が弱くなる。淀川上流と下流とを比較すると、流量の増加とともに比電導率の減少傾向が見られる。また、色度は流量と相関が認められる。また、色度は流量と相関が認められる。

ラフなを維持したまま平均値的とは増加しない。このように流量との関係は強いものが線型でなく従って相関係数も大なりきらないが、流出、帯銀、地盤など流域、流路によりメカニズムに応じて変化する傾向がみられる。

時系列的変動特性について

水質の時系列的変動特性のうちで最も顕著なもの、流出の季節的変化に伴う周期的変動($y_p(t)$)であり、次いで面荷の排出、流出から測定に到るまでの不確定な変動($y_u(t)$)、面荷排出の増減などによる傾向変動($y_e(t)$)などが内在している。変動平均値をみれば、基本的には流量の変動は、平均量と決定的な高流量が急激に増加する形となり、温度、色度などはこの形式を全く無視し、 $KMnO_4$ 消費量やアルカリ度は流量変動の影響を明確に表現せず、年周期性とうかがわれる平均値のみありと変動している。それと対照的にBODや陰イオン活性剤は高流量の影響を示せず、明確な周期性を示すなど、理由を以て時系列的特徴が異なる。

傾向変動について(8)より一次近似による長期傾向を示めると、人工汚染反映項目以外のものである傾向を示せず、それと人工汚染項目でも例としてBODの場合、昭和43~46年については勾配 $A = 5.5 \times 10^{-5} \text{ ppm/a}$ となるが、

$$y(t) = y_e(t) + y_p(t) + y_u(t) \quad \dots (7) \quad y_e(t) = At + B \quad \dots (8) \quad y_p(t) = a_0 + \sum_{p=1}^n C_p \cos(p\pi t - \theta_p) \quad \dots (9)$$

43~44年では $A = -6.6 \times 10^{-5} \text{ ppm/a}$ ($B = 4.79$) となるなど、比較的短期の傾向変動を含む、明確な長期傾向は示さない。BODについては(9)より年周期、月周期に対して調和解析を施すと、表-5の結果が得られる。また、 y_e 、 y_p と残りの残差変動 y_u とを、不確定な降水和、流出、汚濁面荷排出によるものなど相当程度に分けて示している。水質の評価や予測のための実際の応用問題においては、この不確定な変動成分への対応が重要な問題である。

表-5 調和解析

T (a)	365	n
C_p (ppm)	1.385	0.387
θ_p	5.504	4.395
a_0 (ppm)	9.54×10^{-7}	0.067

図-5 BODのスペクトル

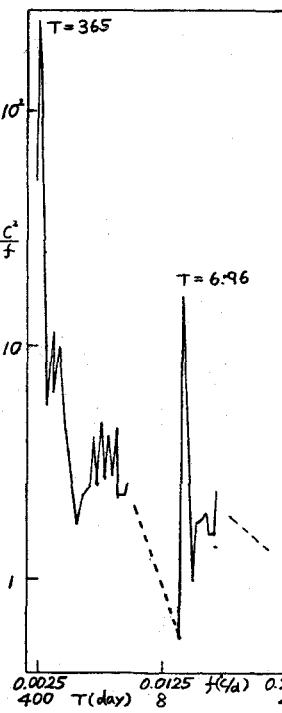
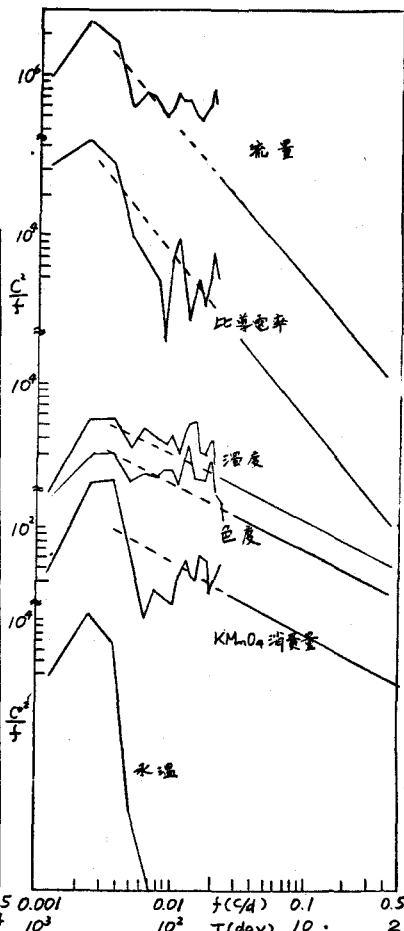


図-6 水質のスペクトル



変動と構成する各周期成分の寄与を定量的に把握する手法としてスペクトル分析の手法がある。図-5は淀川淀島BOD日変動のスペクトルであるが、長周期成分のうちの年周期、短周期変動のうちの月周期成分の寄与が現れて明瞭である。

人工汚染項目の陰イオン活性剤や NH_3-N についても同様である。これに対し、自然現象図と支配される項目の場合、図-6に示すように、比電率は流量にほぼ同様の年周期性を現れ、温度は低周波成分から高周波成分まで、パワー P は $P \propto f^{-1.17}$ の変化を示し、温度、色度、 $KMnO_4$ 消費量は $P \propto f^{-0.546}$ と示す。水質の場合はそれぞれ明確な年周期的変動構造を示す。本流川に於いて水質スペクトルを、自然現象図と支配される項目についてはほぼ同様の傾向を示す。

このような水質スペクトルを、変動構造と表現する重要な特性であり、それにより、変動の再現、シミュレーションが可能である。