

海象計の方向スペクトル推定におけるベイズ法の適用性に関する研究

ESTIMATION OF DIRECTIONAL SPECTRUM BY A BAYESIAN METHOD
FROM FIELD DATA MEASURED WITH DOPPLER TYPE DIRECTIONAL WAVE
METER

橋本典明¹・三井正雄²・河合弘泰³・児玉充由⁴・岩崎裕志⁵

Noriaki HASHIMOTO, Masao MISTUI, Hiroyasu KAWAI,
Mitsuyoshi KODAMA and Hiroshi IWASAKI

¹フェロー 博(工) 九州大学大学院 工学研究院 環境都市部門 (〒819-0395 福岡市西区元岡744)

²非会員 理修 (株)ソニック 海象機器部 (〒190-1295 東京都西多摩郡瑞穂町箱根ヶ崎東松原19-6)

³正会員 博(工) (独) 港湾空港技術研究所 海洋・水工部 (〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1)

⁴非会員 九州大学大学院 工学府 海洋システム工学専攻 (〒819-0395 福岡市西区元岡744)

⁵学生会員 九州大学大学院 工学府 海洋システム工学専攻 (同上)

Three methods for estimating directional wave spectrum, the extended maximum likelihood method (EMLM), Bayesian directional spectrum estimation method (BDM), and extended maximum entropy principle method (EMEP) were applied for the field data obtained with a submerged Doppler-type directional wave meter (SDDWM). An efficient computation method was developed to enable the BDM to be more practical. The method was confirmed to reduce the computation time by tens of times. Then the advantage of the BDM with the efficient computation method was discussed from the viewpoints of its accuracy and applicability as a common analysis method for the SDDWM.

Key Words : Directional wave gauge, Wave observation, Directional spectrum, NOWPHAS

1. はじめに

わが国沿岸域の波浪観測は、港湾構造物の計画・設計・施工における与条件として、あるいは海岸保全や航行船舶の安全管理、台風等による被災メカニズムの究明等、種々多様な目的で1970年代から本格的に開始された。全国港湾海洋波浪情報網(NOWPHAS)では、超音波式波高計を水深50m地点に設置することを標準として波浪観測網が展開された。波浪観測開始当時は、波向観測には流向流速計の使用が主であった。しかし、大水深での水粒子速度減衰のために、50m水深域では流向流速計の使用ができず、20mから最大でも30m程度までの水深における使用に限定された。

その後、50m水深域での波浪と波向の一体的観測の必要性が高まり、海底設置型超音波式波高計の機能と主に船舶や係留式として使用されてきた多層式ドップラー流速計の機能とを一体化した海象計が開発された。海象計は現在、わが国沿岸の約80地点で設置・観測されている。海象計開発当時は、現在に比べてはるかに低い計算機能力のために、連続的に収集されるデータを適時処理するためには、繰り返

し計算を伴うベイズ法(BDM)や拡張最大エントロピー原理法(EMEP)では難点があったことから、標準的な方向スペクトル推定法として拡張最尤法(EMLM)が採用された。

近年、台風の強大化、海水位の上昇傾向等による沿岸災害の甚大化が懸念され、各種調査・研究が精力的に推進されている。特に波浪推算モデルの開発・改良においては、これまでの波高・周期・波向に関する情報のみでは不十分で、より高精度な方向スペクトルに関する情報の提供が強く望まれている。そこで本研究では、海象計における方向スペクトルの標準的推定法として使用されてきたEMLMに加え、方向スペクトルの推定精度がより高いとされているBDMおよびEMEPを海象計の観測データに適用し、それらの精度と適用性を比較検討することとした。

2. ドップラー式海象計

方向スペクトルを観測する機器としてはこれまでも種々のものが開発され、実用に供されているが、簡易な施設により方向スペクトルを精度良く定常的

に観測し得る計器にはいまだ満足すべきものがない。わが国では、超音波のドップラー効果を応用して水中の水粒子速度を測定する機能を用いた海象計の開発を行い、実務に供している。図-1は海象計の測定概念を示したものである。図に示されるように、センサー中央部の超音波送受波器により水面変動を測定するとともに、鉛直軸より角度を 30° 傾けて平面座標 xy 軸上の3方向に発射された超音波パルスの反射音のドップラー・シフトから、海面下所定の水深層内の平均的な水粒子速度を測定する。計測部ではこの2つの機能による4方向の測定を時分割方式により短時間間隔で繰り返して行い、これを水面変動と水粒子速度の時系列データに変換して出力する。演算部は、計測部で得られたデータをもとに、波高・周期・波向に関する代表値、あるいは方向スペクトルの演算を行い、その結果を測定データとして出力する。海象計は現在、国土交通省のNOWPHAS(全国港湾海洋波浪観測網)の標準的な波浪観測機器の一つとして、全国の沿岸域で広く用いられている。

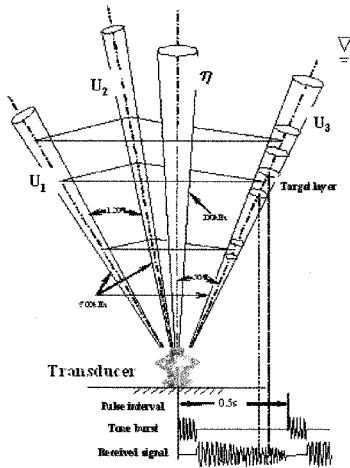


図-1 ドップラー式海象計

ズレ、 Δr は図-2の右に図示した範囲であり、反射して戻ってきた超音波信号の r 方向の切り取り長さである。また、 r_0 はその中心位置である。

この伝達関数を用いると、波動量 $\xi_m(t)$ と $\xi_n(t)$ とのクロススペクトル $\Phi_{mn}(f)$ と方向スペクトル $S(f, \theta)$ は、次式の積分方程式で関係付けられる。

$$\Phi_{mn}(f) = \int_{-\pi}^{\pi} H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) S(f, \theta) d\theta \quad (2)$$

ここに、 $H_m(f, \theta)$ は式(1)を略記したものであり、波動量 $\xi_m(t)$ から中心位置での水位変動 $\eta(t)$ への伝達関数を表し、 $*$ は共役複素数を表す。なお、 $\xi_m(t) = \eta(t)$ の場合には、 $H_m(f, \theta) = 1$ である。

方向スペクトルの推定は、式(2)で与えられるクロススペクトルに関する連立積分方程式の非負の解 $S(f, \theta)$ を求めることにより推定される。

式(2)に基づいて方向スペクトルを推定する方法には幾つかの方法があるが、拡張最尤法(EMLM)、ベイズ法(BDM)および拡張最大エントロピー原理法(EMEP)は高精度であるのみならず、水面変動、水粒子速度、水面勾配などの任意の波動量の組み合わせに適用できる汎用性を有していることから、調査・研究等で広く利用されている。

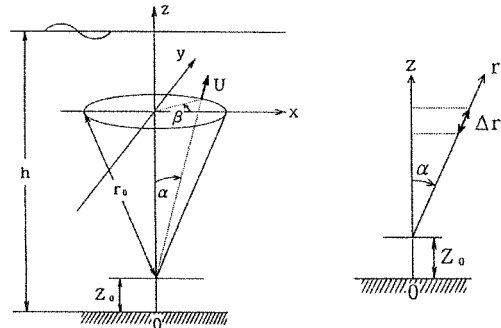


図-2 流速測定位置の極座標表示

3. 方向スペクトル解析法

波浪の微小振幅波理論では、水面変動、水圧変動、水面勾配、水粒子速度などの任意の波動量はそれらの波動量間の伝達関数を用いて互に変換できる。いま、図-2に示す極座標系を用いれば、座標 (α, β, γ) での r 方向の水粒子速度成分 U と、中心位置直上の水面変動 η は、次式の伝達関数で関係付けられる。

$$H(\alpha, \beta, r_0, \Delta r, d, z_0; \omega, \theta) = \frac{-i\omega \exp(-i\omega \Delta t)}{\Delta r k \sinh kd} \left[\cosh\{k(r \cos \alpha + z_0)\} \right. \\ \left. \times \exp\{ikr \sin \alpha \cos(\theta - \beta)\} \right]_{r_0 - \Delta r/2}^{r_0 + \Delta r/2} \quad (1)$$

ここに、 d は水深、 k は波数、 ω は角周波数、 θ は波の伝播方向、 z_0 は海底からの機器設置高、 Δt は各方向の水粒子速度成分 U と水面変動 η との計測時刻の

(1) 拡張最尤法(EMLM)

計算が簡便で比較的精度のよい方法としてEMLMがある。EMLMの推定式は陽的に表現できて、

$$S(f, \theta) = \frac{\kappa}{H^* \Phi^{-1} H} \quad (3)$$

で与えられる。ここに、 H は式(1)で与えられる各波動量の伝達関数から構成される行列、 H^* は H の複素共役の転置行列、 Φ^{-1} は各波動量間のクロススペクトル $\Phi_{mn}(f)$ から構成される行列 Φ の逆行列、 κ は方向スペクトルのエネルギーを正規化するための定数である。

(2) ベイズ法(BDM)とその簡易計算法

BDMでは、方向関数に次式の離散的な一定値関数

$$G(\theta | f) \approx \sum_{k=1}^K \exp\{z_k(f)\} I_k(\theta) \quad (4)$$

を仮定している。ここに、

$$I_k(\theta) = \begin{cases} 1: (k-1)\Delta\theta \leq \theta < k\Delta\theta \\ 0: & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

である。式(4)に含まれる未知パラメータ $\{z_k\}$ が決まれば $G(\theta|f)$ が決まるが、一般に未知パラメータ数 K は、観測して得られる式(2)の数よりも多く、非適切な逆問題になる。そこで $G(\theta|f)$ が方向角に対して滑らかな連続関数であるとして、系列 $\{z_k\}$ が局所的には k に関する1次式で近似できると仮定する。すなわち、

$$\sum_{k=1}^K (z_k - 2z_{k-1} + z_{k-2})^2; (z_0 = z_K, z_{-1} = z_{K-1}) \quad (6)$$

を考えると、式(6)の値が小さいほど $G(\theta|f)$ は滑らかになる。したがって、 $G(\theta|f)$ の推定値としては、式(6)をあまり大きくしない範囲で、 $\{z_k\}$ に関する尤度が大きいものが望ましい。これを定式化すると、適当なパラメータ u^2 を用いて、

$$\sum_{j=1}^J \left\{ \Phi_j - \sum_{k=1}^K \alpha_{j,k} \exp(z_k) \right\}^2 + u^2 \sum_{k=1}^K (z_k - 2z_{k-1} + z_{k-2})^2 \quad (7)$$

を最小化する $\{z_k\}$ を求めればよい。ここに、式(7)の第1項は式(4)を式(2)に代入して離散化したものである。 u^2 の決定と σ^2 の推定は次式で表されるABIC(赤池のベイズ型情報量基準)

$$\text{ABIC} = -2 \ln \int L(z_1, \Lambda, z_K; \sigma^2) p(z_1, \Lambda, z_K | u^2, \sigma^2) dz \quad (8)$$

の最小化によって求める。

ただし、式(7)と(8)の最小化を解析的に行うことは困難である。そこで、パラメータ u^2 を種々に変えて繰り返し計算を行い、ABICが最小となる u^2 を採用する。また、その時に得られた $\{z_k\}$ を最適解として式(4)に代入し、方向関数の最適推定値とする。

u^2 の設定は一般に大きい値から小さい値へと変化させてABICの最小値を探索する。これは、 u^2 をその最適値よりも小さい値に設定すると式(7)の計算が発散しやすいため、 u^2 : 大→小の順で変化させることにより最適な u^2 が探索される前に計算が発散することを防ぐためである。計算法の詳細については、橋本(1987)に詳述されている。

以上のように、 u^2 : 大→小の各段階で式(7)の最小化を行うが、 $\{z_k\}$ はexpの指数部にあり、式(7)は $\{z_k\}$ に関する非線形方程式である。そこで、式(7)を線形近似し、繰り返し計算によって最適推定値 $\{z_k\}$ を算出する。この場合、 $\{z_k\}$ に適当な初期値を与えて各 u^2 毎に繰り返し計算するが、これがBDMが多大な計算時間を要する原因となっている。

そこで、本研究ではBDMの簡易計算法を検討し、以下の方法が有効であることを確認した。まず、 u^2 : 大→小の各段階の計算で、 $\{z_k\}$ の初期値を $\ln(1/2\pi)$ に設定し、線形化された式(7)の計算を1回だけ進める。そして、各段階で得られたABICの値の中でABIC最小となる u^2 を選択する。最後に、その u^2 に対して式(7)の繰り返し計算を解が収束するまで計算し、 $\{z_k\}$ を算出する。この簡易計算法を種々の場合に適用した結果、既往の計算法と簡易計

算法とで選択される u^2 には差がほとんどないことが分かった。このようにすれば、式(7)を最小化し $\{z_k\}$ を推定するための繰り返し計算は1回だけですみ、数倍～数十倍の計算時間の短縮が可能になる。後述の計算例では全てこの簡易計算法で実施したが、ノートパソコンを用いた計算でも1秒未満の演算で方向スペクトルが推定できた。

(3) 拡張最大エントロピー原理法(EMEP)の問題点とその解消法

BDMは汎用性を有するものの方向スペクトルの計算に多大な時間を要する欠点があった。その欠点を解消する目的で開発されたものがEMEPである。EMEPでは方向関数として次式を仮定する。

$$G(\theta|f) = \exp \left[a_0(f) + \sum_{k=1}^K \{ a_k(f) \cos k\theta + b_k(f) \sin k\theta \} \right] \quad (9)$$

式(9)を式(2)に代入し、最小自乗法によって未知パラメータ $\{a_0(f), a_k(f), b_k(f) : (k=1, \Lambda, K)\}$ を推定し、式(9)に代入すれば、方向関数が決まる。しかし、式(9)に含まれるフーリエ級数の次数 K は観測データに依存して異なるものと考えられ、適切な次数を選択する必要がある。そこでここではAIC(赤池の情報量基準)を適用し、AICを最小化するモデル次数 K を選択している。今、式(9)の次数が K のとき未知パラメータ数は $2K+1$ である。上述のようにEMEPではAIC最小化で次数 K を決定するとしているが、AICの有効範囲は、データ数を N とするとパラメータ数は高々 $2N^{1/2}$ までである点に注意が必要である。

例えば、流速計と波高計の組み合わせや波浪観測ブイなどの x - y - z 方向の直行する3成分の波動量の観測データからは5個の独立な方程式(式(2))が与えられる。したがって決定できるフーリエ級数の次数は高々2次(パラメータ数は5)までである。この場合実際にはAICの適用範囲を超えているけれども、3成分観測波動量から方向スペクトルを推定するためにEMEPを適用しても、選択される次数は1次または2次の範囲内であり、計算が不安定になることはない。

一方、海象計では水面変動 η と3方向の流速成分 $u_i (i=1,2,3)$ から、クロススペクトルの実部・虚部の合計で(互いに独立しているかどうかは別にして)、計20個の方程式(式(2))が与えられる。この場合、原理的には9次までフーリエ級数の係数パラメータが推定可能である。しかし、AICの有効範囲のパラメータ数は8程度であり、有効なフーリエ級数の次数は高々3次程度までとなる。

海象計で観測される時系列データからEMEPで方向スペクトルを推定する場合、高波浪時の観測データからは安定した方向スペクトルが推定される。しかし、静穏時の観測データを解析すると、図-3に見られるような異常な飛びはねを含む方向スペクトルが推定される場合がある。これは、上述のようにAICの適用範囲外の次数を選択した場合に発生する。

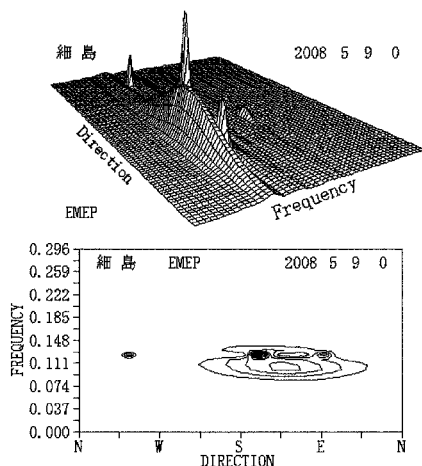


図-3 AICの適用限界を超えて次数選択した場合

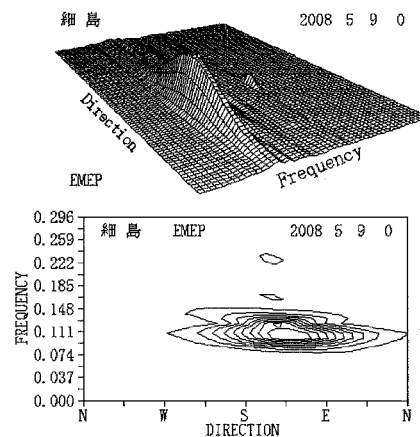


図-4 AICの適用範囲内で次数選択した場合

図-4は、上記のAIC適用範囲内で次数選択して方向スペクトル解析した例である。なお、図-3と図-4の下図の等値線図は、それぞれの方向スペクトルのピーク値で正規化した等値線値を用いて図示している。このため、両者でかなり異なった形状の等値線図に見える。しかし、鳥瞰図に見られるように実際には飛び跳ね部以外のエネルギー分布の差は小さい。この様に方向スペクトルのピーク値で正規化した等値線値を設定して図示した理由は、後でEMLM, EMEP, BDMの結果を相互比較する際に、各推定法で推定された方向スペクトルのエネルギー分布の相対的な分布形状を比較するためである。相互のエネルギーピーク値の差は鳥瞰図により確認できる。

4. 方向スペクトルの推定結果

図-5は、高知県室津港沖の海象計によって測得された台風来襲前のうねりが卓越した方向スペクトルを示したものである。図中左から、EMLM, EMEPおよびBDMによる推定値を示している。図に見られるようにEMLMおよびEMEPによる方向スペクトルには、ピーク周波数付近にエネルギーの漏れが確

認できる一方、BDMではそれが抑えられ、方向集中度の高い方向スペクトルが推定されている。

図-6は、図-5の方向スペクトルを各周波数別の方向関数として比較したものである。なお、縦軸はBDMで推定された方向関数で正規化している。図中破線がEMLM、実線がEMEPそして実線の上に丸印を付したものがBDMである。スペクトルのエネルギーが卓越しているCASE1からCASE6において3つの推定法による波向はほぼ同一方向を示しているが、BDMに比べ、EMLMおよびEMEPではピーク値が過小評価されている。CASE9に示す周期約5秒の成分波については、BDM以外、明確なピークを確認することが難しい。

(1) BDMによる方向スペクトル推定値の特性

現在各地で稼働している海象計では、前記の理由により、方向スペクトル推定法としてEMLMを採用している。そこでここでは、これまでの検討結果を踏まえ、BDMの特性と今後の実システムへの適用可能性を検討する。

図-7は、静岡県御前崎港沖の海象計で測得された1年分の時系列データを対象として、EMLMおよびBDMによる方向スペクトル推定値の年平均値を図示したものである。

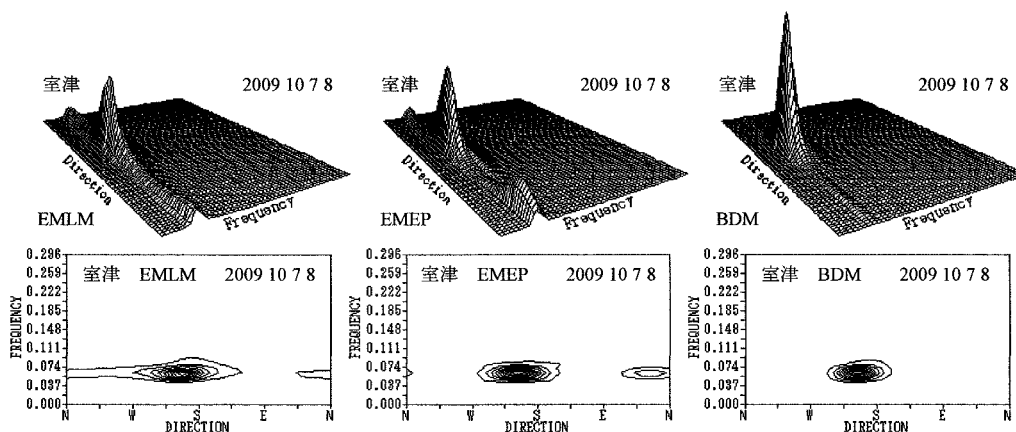


図-5 海象計によって得られた各種解析法による方向スペクトル

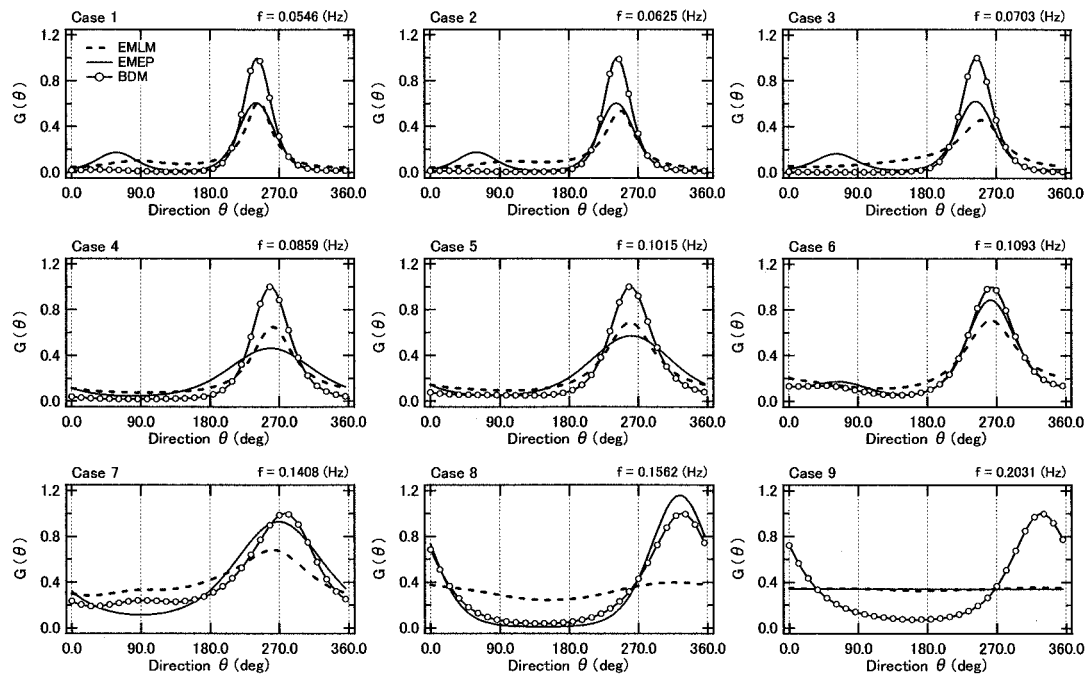


図-6 推定された方向スペクトルの各周波数別方向分布関数

図-7 より、御前崎港沖では年間を通して南東方向からの波が卓越している様子が確認できる。また、EMLM と BDM による方向スペクトルを比較すると、ピーク波向は同一であるが、BDM の方が方向集中度が高く、これに伴ってピーク値も高くなっている点が特徴的である。

図-8 および図-9 は、図-7 と同一地点の観測データを対象として、波浪状況の相違による方向スペクトル推定値の特性を調べるため、荒天時（有義波高 2.0m 以上）および静穏時（有義波高 0.5m 未満）の方向スペクトルの年平均値をそれぞれ表したものである。なお、図-9 の方向スペクトルは図-8 の方向スペクトルに比べて実際にはかなりエネルギーレベルは低い、ここでは見易くするために便宜的に拡大して図示している。図-8 と図-9 を比較すると、いずれも図-7 と同様に BDM が方向集中度およびピーク値を高く推定している。このように、波高の大小に依存することなく、殆どの場合に BDM は EMLM よりも高い方向集中度の方向スペクトルを推定する傾向がある。EMLM に比べて BDM の方向集中度が高いことの妥当性については、著者の既

往の BDM や EMEP に関する数値シミュレーションによる研究で検討しており、それらの検討結果から判断しても、BDM の推定値は妥当な結果であるものと推察される。

(2) BDMの多方向性波浪の解析例

図-10 は、多方向性波浪に対して、EMLM と BDM による方向スペクトル推定値を比較した一例である。図-10 より、南東方向からのうねりと北東方向からの風波を確認できる。また、EMLM と BDM による方向スペクトルを比較すると、これまでの結果と同様に BDM が方向集中度およびピーク値が高く、EMLM に比べてメリハリのある方向スペクトル形状となっている。この結果は、BDM が有する分解能の高さを示すものであり、多方向性波浪に対しても BDM は安定かつ高精度な方向スペクトルを推定可能であることが再確認できる。

(3) エネルギーピーク値に関する検討

以上の検討例から、BDMは様々な波浪条件下で安定かつ方向集中度の高い方向スペクトルを推定可能

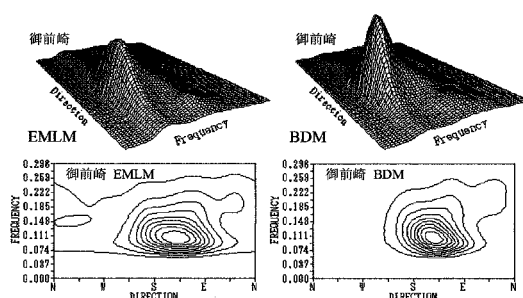


図-7 方向スペクトルの年平均値

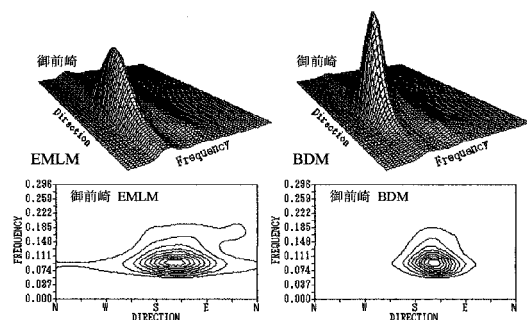


図-8 荒天時における方向スペクトルの年平均値

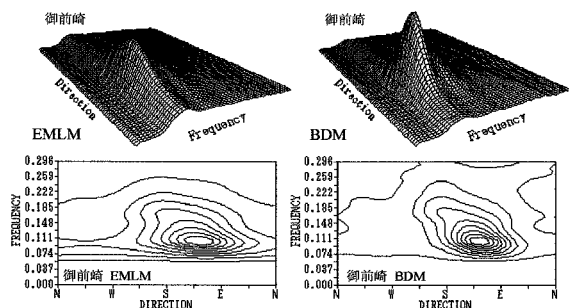


図-9 静穏時における方向スペクトルの年平均値

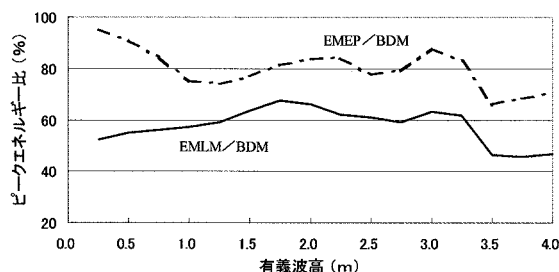


図-11 有義波高とピークエネルギーの関係

であることが確認できた。ここでは、これを定量的に評価するため、有義波高とそれぞれの方向スペクトル推定法（EMLM, EMEP, BDM）によるエネルギーピーク値の関係を整理する。

図-11は、EMLMおよびEMEPによって推定された方向スペクトルのエネルギーピーク値をBDMで推定された方向スペクトルのエネルギーピーク値で除したピークエネルギー比と有義波高の関係を示したものである。解析したデータは、前記と同じ1年分の観測データである。

図中実線がBDMに対するEMLM、一点鎖線がBDMに対するEMEPのピークエネルギー比をそれぞれ表している。この図より、ピークエネルギー比は有義波高の変化と共に多少変化するものの、系統的な特徴はなく、平均的にEMLMは60%前後、EMEPは80%前後であり、海象計による方向スペクトル推定法として、BDMの特性が定量的に再確認された。

5. 結論

種々の海洋波の方向スペクトル推定法の内、BDMは推定精度が高いのみならず安定性にも優れた推定法として知られていた。しかし、BDMやEMEPでは繰り返し計算を伴うことから演算時間を要する欠点があった。近年、計算機能力の著しい進歩により、短時間での方向スペクトル推定が可能になったことから、波浪連続観測ルーチンワークへのBDMの適用可能性を検討した。本研究では、BDMで方向スペクトルを計算する簡易アルゴリズムを開発し、大幅な計算時間の短縮を可能にした。現時点

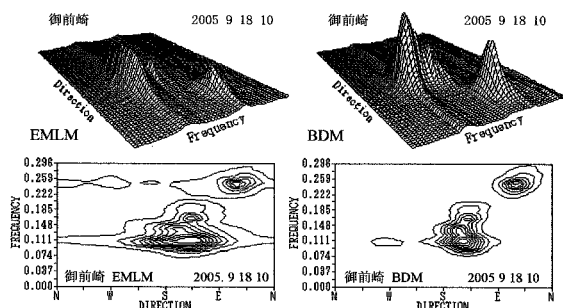


図-10 2方向性波浪の方向スペクトル

では一般のノートパソコンを用いた場合でも1秒未満の演算で方向スペクトルが推定できる。これにより、これまで難点であった時間的制約は解消され、現地システムへのBDMの導入可能性が確認された。また、種々の波浪条件を対象にBDMによる方向スペクトル推定値の特性を検討した結果、BDMの推定値は波浪条件に依らず、EMLMやEMEPよりも方向集中度が高い傾向があることを再確認した。この結果は、著者らの既往のBDMに関する数値シミュレーションによる検討結果から判断しても、EMLMやEMEPよりも高精度で妥当な方向スペクトルを推定し得ているものと推察される。BDMによる高精度な方向スペクトル推定値は、今後の波浪推算モデルの開発・改良をはじめ、より正確な波浪情報を必要とする様々な海岸工学の諸課題に対して有効利用されるものと期待される。

謝辞：本研究は科学研究費補助金（20360222）の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) 磯部雅彦・近藤浩右・堀川清司：方向スペクトルの推定におけるMLMの拡張，第31回海岸工学講演会論文集，pp.173-177，1984。
- 2) 橋本典明：ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定，港湾技術研究所報告，第29巻，第2号，pp.97-125，1987。
- 3) 橋本典明：海洋波の方向スペクトルの推定法に関する研究，港湾技研資料，No.722，1992。
- 4) 高山知司，橋本典明，永井紀彦，高橋智晴，佐々木弘：水中ドップラー式波向計（海底設置式波浪計）の開発について，海岸工学論文集第39巻，pp.176-180，1992。
- 5) 橋本典明・永井紀彦・浅井正・菅原一晃：海洋波の方向スペクトルの推定における最大エントロピー原理法（MEP）の拡張：港湾技術研究所報告，第32巻，第1号，pp.3-25，1993。
- 6) 橋本典明，永井紀彦，高山知司，高橋智晴，三井正雄，磯部憲雄，鈴木敏夫：水中超音波のドップラー効果を応用した海象計の開発，海岸工学論文集第42巻，pp.1081-1085，1995。