没水浮体を用いた緊張係留の解析法

THEORETICAL ANALYSIS METHOD OF THE TAUT MOORING FOR THE SUBMERGED FLOATING STRUCTURE

荒見敦史[1]・小林昭男[2]・高木儀昌[3]
Atsushi ARAMI, Akio KOBAYASHI, Norimasa TAKAGI

[1]正会員　工修　日本大学理工学部海洋建築工学科（〒274-8501 千葉県船橋市習志野台7-24-1）
[2]正会員　工博　日本大学教授　理工学部海洋建築工学科（〒274-8501 千葉県船橋市習志野台7-24-1）
[3]正会員　工博　(独)水産総合研究センター　水産工学研究所（〒314-0408 茨城県神栖市波崎7620-7）

This paper proposes the theoretical analysis method of the tensions on taut-moored submerged floating structure. The validity of this method is verified by compared with the results of tank tests.

Key Words : *Submerged sphere, Taut mooring, Floating structure*

1．はじめに

近年，1000mを超えるような大水深域での浮体構造物を用いた開発が検討されている．大水深での開発では経済性等の理由から複合目的による複合利用を考えることも必要である．これらの係留ラインは通常水深の3～5倍の水平距離が必要となるため，大水深で複数の浮体構造物を係留する場合，それぞれの水平距離が離れすぎて非現実的である．

既存の係留技術で実現可能な水深数10mの位置に没水浮体を緊張係留により設置し，そこから複数の浮体構造物を係留することで，高密度係留が可能となる．

本研究では，この高密度係留の前提となる没水浮体の緊張係留解析法の提案し，水槽実験による結果から解析法の妥当性を検証しようとするものである．

2．運動方程式

図-1に示すモデルを用いて運動方程式を考える．没水球①は海底のM_1から伸びの無い係留索によって緊張係留され，同様に没水球②は海底のM_2から緊張係留されているものとし，没水球①と没水球②は水平索によって繋がれているものとする。それぞれの没水球は係留点M_1，M_2まわりの回転運動を考える．

没水球①に作用する力はつぎのとおりである．

F_b：平水中の没水球の浮力と重量との差

$$F_b = \rho g \nabla - W$$

$F_{ex}^{(1)}(t)$：没水球①に働くx　方向波強制力

$F_{ez}^{(1)}(t)$：没水球①に働くz　方向波強制力

T_0　：平水中で水平索に作用する静的張力

$T(t)$　：波浪中で水平索に作用する張力の変動分（変動張力）

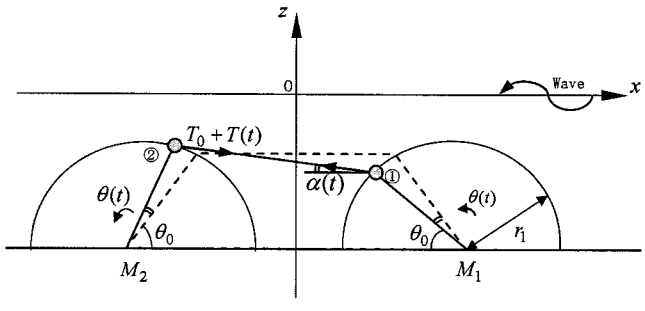

図-1　運動方程式モデルの記号の定義

これらの力から現れるM_1点まわりのモーメント（反時計まわりを正）を考えることによって，没水

球①に対する M_1 点まわりの運動方程式は

$$\left(\frac{I}{g}+m\right)\ddot{\theta}=-F_b r_1\cos(\theta_0-\theta)-F_{ex}^{(1)}r_1\sin(\theta_0-\theta)$$

$$-F_{ez}^{(1)}r_1\cos(\theta_0-\theta)+(T_0+T)r_1\sin(\theta_0-\theta-\alpha) \qquad (1)$$

と書かれる．ここに

$\theta(t)$ ：没水球の回転角

θ_0 ：平水中静止時の斜張索の角度（**図-1**）

$\alpha(t)$ ：水平索の角度（**図-1**）

I ：没水球の M_1 点まわりの重量慣性モーメント

m ：没水球の M_1 点まわりの付加質量慣性モーメント

r_1 ：M_1 点から没水球中心までの距離

とする．回転角 $\theta(t)$ が微小であると仮定するときは

$$\cos(\theta_0-\theta)\cong\cos\theta_0+\theta\sin\theta_0 \qquad (2a)$$

$$\sin(\theta_0-\theta)\cong\sin\theta_0-\theta\cos\theta_0 \qquad (2b)$$

$$\sin(\theta_0-\theta-\alpha)\cong\sin\theta_0-\theta\cos\theta_0-\sin\alpha\cos\theta_0 \qquad (2c)$$

であるから，これらを(1)式へ代入すると

$$\frac{1}{r_1}\left(\frac{I}{g}+m\right)\ddot{\theta}=-F_b(\cos\theta_0+\theta\sin\theta_0)$$

$$-F_{ex}^{(1)}(\sin\theta_0-\theta\cos\theta_0)-F_{ez}^{(1)}(\cos\theta_0+\theta\sin\theta_0)$$

$$+(T_0+T)\left(\sin\theta_0-\theta\cos\theta_0-\frac{2r_1}{l}\theta\cos^2\theta_0\right) \qquad (3)$$

を得る．ここで，

$$l\sin\alpha=r_1\sin(\theta_0+\theta)-r_1\sin(\theta_0-\theta)$$

$$=2r_1\cos\theta_0\sin\theta\cong 2r_1\theta\cos\theta_0 \qquad (4)$$

を用いている．

つづいて，波強制力および変動張力 $T(t)$ も微小であるとみなし，2次の微小項を省略すれば

$$\frac{1}{r_1}\left(\frac{I}{g}+m\right)\ddot{\theta}=-F_b\theta\sin\theta_0-F_{ex}^{(1)}\sin\theta_0$$

$$-F_{ez}^{(1)}\cos\theta_0+T\sin\theta_0-T_0\theta\left(1+\frac{2r_1}{l}\cos\theta_0\right)\cos\theta_0$$

$$-F_b\cos\theta_0+T_0\sin\theta_0 \qquad (5)$$

となる．ここで，右辺最後の2項は，平水中での張力の釣り合いを考えると互いに打ち消し合うことがわかる．結局，没水球①に対する線形の運動方程式は

$$\frac{1}{r_1}\left(\frac{I}{g}+m\right)\ddot{\theta}+\left\{F_b\sin\theta_0+T_0\left(1+\frac{2r_1}{l}\cos\theta_0\right)\cos\theta_0\right\}\theta$$

$$=-F_{ex}^{(1)}\sin\theta_0-F_{ez}^{(1)}\cos\theta_0+T\sin\theta_0 \qquad (6)$$

と書かれる．

微小運動を仮定するいまの場合，没水球②の回転運動は没水球①の回転運動 $\theta(t)$ に等しくなる．したがって，没水球②に対する運動方程式は(1)式の場合と同様に考えて

$$\left(\frac{I}{g}+m\right)\ddot{\theta}=F_b r_2\cos(\theta_0+\theta)-F_{ex}^{(2)}r_2\sin(\theta_0+\theta)$$

$$+F_{ez}^{(2)}r_2\cos(\theta_0+\theta)-(T_0+T)r_2\sin(\theta_0+\theta+\alpha) \qquad (7)$$

であり，線形の運動方程式は

$$\frac{1}{r_2}\left(\frac{I}{g}+m\right)\ddot{\theta}+\left\{F_b\sin\theta_0+T_0\left(1+\frac{2r_2}{l}\cos\theta_0\right)\cos\theta_0\right\}\theta$$

$$=-F_{ex}^{(2)}\sin\theta_0+F_{ez}^{(2)}\cos\theta_0-T\sin\theta_0 \qquad (8)$$

となる．ただし

$F_{ex}^{(2)}(t)$ ：没水球②に働く x 方向波強制力

$F_{ez}^{(2)}(t)$ ：没水球②に働く z 方向波強制力

である．

このように，線形の仮定のもとでは，いまの緊張係留解析の解は(5)と(7)の運動方程式を連立させて解けば求められる．未知数は回転角 $\theta(t)$ と変動張力 $T(t)$ の二つであるから，方程式を解くことができる．具体的には

$$\theta(t)=\theta_A e^{i(\omega t-\varepsilon_\theta)}=(\theta_C+i\theta_S)e^{i\omega t} \qquad (9a)$$

$$T(t)=T_A e^{i(\omega t-\varepsilon_T)}=(T_C+iT_S)e^{i\omega t} \qquad (9b)$$

とおいて運動方程式を解けば，振幅 θ_A，T_A と位相 ε_θ，ε_T を得る．なお，没水球に対する付加質量

慣性モーメント m，波強制力 $F_{ex}^{(1)}$，$F_{ez}^{(1)}$，$F_{ex}^{(2)}$ および $F_{ez}^{(2)}$ は，適当な方法で推定する必要がある．

3．方程式の詳細解法

諸量を実数部と虚数部とに分けて下記のようにおく．

$$\theta(t)=\theta_A e^{i(\omega t-\varepsilon_\theta)}=(\theta_C+i\theta_S)e^{i\omega t} \tag{10a}$$

$$T(t)=T_A e^{i(\omega t-\varepsilon_T)}=(T_C+iT_S)e^{i\omega t} \tag{10b}$$

$$F_{ex}^{(1)}(t)=\left(f_{xC}^{(1)}+if_{xS}^{(1)}\right)e^{i\omega t} \tag{10c}$$

$$F_{ez}^{(1)}(t)=\left(f_{zC}^{(1)}+if_{zS}^{(1)}\right)e^{i\omega t} \tag{10d}$$

$$F_{ex}^{(2)}(t)=\left(f_{xC}^{(2)}+if_{xS}^{(2)}\right)e^{i\omega t} \tag{10e}$$

$$F_{ez}^{(2)}(t)=\left(f_{zC}^{(2)}+if_{zS}^{(2)}\right)e^{i\omega t} \tag{10f}$$

これらを没水球①に対する運動方程式(6)へ代入する．

$$-\omega^2 M(\theta_C+i\theta_S)e^{i\omega t}+C(\theta_C+i\theta_S)e^{i\omega t}$$

$$=-\sin\theta_0\left(f_{xC}^{(1)}+if_{xS}^{(1)}\right)e^{i\omega t}-\cos\theta_0\left(f_{zC}^{(1)}+if_{zS}^{(1)}\right)e^{i\omega t}$$

$$+\sin\theta_0(T_C+iT_S)e^{i\omega t} \tag{11}$$

ただし

$$M=\frac{1}{r_1}\left(\frac{I}{g}+m\right) \tag{12}$$

$$C=F_b\sin\theta_0+T_0\left(1+\frac{2r_1}{l}\cos\theta_0\right)\cos\theta_0 \tag{13}$$

とおく．(11)式では，$e^{i\omega t}$ は消去されるから，実数部と虚数部に分けると

$$-\omega^2 M\theta_C+C\theta_C=-\sin\theta_0 f_{xC}^{(1)}-\cos\theta_0 f_{zC}^{(1)}+\sin\theta_0 T_C \tag{14}$$

$$-\omega^2 M\theta_S+C\theta_S=-\sin\theta_0 f_{xS}^{(1)}-\cos\theta_0 f_{zS}^{(1)}+\sin\theta_0 T_S \tag{15}$$

を得る．一方，没水球②に対しては(10)式を(8)式へ代入し

$$-\omega^2 M\theta_C+C\theta_C=-\sin\theta_0 f_{xC}^{(2)}+\cos\theta_0 f_{zC}^{(2)}-\sin\theta_0 T_C \tag{16}$$

$$-\omega^2 M\theta_S+C\theta_S=-\sin\theta_0 f_{xS}^{(2)}+\cos\theta_0 f_{zS}^{(2)}-\sin\theta_0 T_S \tag{17}$$

が得られる．

つぎに，(14)から(16)式を差し引くと

$$0=-\sin\theta_0\left(f_{xC}^{(1)}-f_{xC}^{(2)}\right)-\cos\theta_0\left(f_{zC}^{(1)}-f_{zC}^{(2)}\right)+2\sin\theta_0 T_C \tag{18}$$

となり

$$T_C=\frac{1}{2}\left\{\left(f_{xC}^{(1)}-f_{xC}^{(2)}\right)+\cot\theta_0\left(f_{zC}^{(1)}-f_{zC}^{(2)}\right)\right\} \tag{19}$$

を得る．また同様に，(15)から(17)式を差し引くことによって

$$T_S=\frac{1}{2}\left\{\left(f_{xS}^{(1)}-f_{xS}^{(2)}\right)+\cot\theta_0\left(f_{zS}^{(1)}+f_{zS}^{(2)}\right)\right\} \tag{20}$$

である．このように，水平索の変動張力は没水球に働く波強制力だけで与えられ，没水球の運動 $\theta(t)$ に依存しない．変動張力の振幅 T_A は

$$T_A=\sqrt{T_C^2+T_S^2} \tag{21}$$

である．この計算値を実験値と比較する．

また，T_C および T_S が求められると，θ_C および θ_S が決まり，運動振幅は

$$\theta_A=\sqrt{\theta_C^2+\theta_S^2} \tag{22}$$

と与えられる．

4．没水球に働く波強制力

波浪中に拘束された物体に波が入射するdiffraction問題を解いて，diffractionポテンシャルを求めると圧力が得られ，時間項をふくまない波強制力の振幅（複素振幅）f_{ej} は

$$\frac{f_{ej}}{\rho g\zeta_A}=K\iint_{S_B}(\phi_0+\phi_d)\frac{\partial x_j}{\partial n}dS \tag{23}$$

によって計算することができる．ここに，ϕ_0 および ϕ_d はそれぞれ正規化した入射波の速度ポテンシャルおよびdiffractionポテンシャルである．正規化した入射波の速度ポテンシャルは

$$\phi_0(x,y,z)=\frac{1}{K}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}e^{ik(x\cos\alpha+y\sin\alpha)} \tag{24}$$

と与えられる．

ここで，座標 $(0,0,z_0)$ に中心をもつ没水球に働く水平方向波強制力を考える．この場合，球座標を用

いるものとし

$$x = r\sin\theta\cos\varphi \tag{25a}$$

$$y = r\sin\theta\sin\varphi \tag{25b}$$

$$z = z_0 + r\cos\theta \tag{25c}$$

とおけば

$$\frac{\partial x_j}{\partial n} = \frac{\partial x}{\partial n} = \frac{\partial x}{\partial r} = \sin\theta\cos\varphi \tag{26}$$

である．

ここで，浮体の寸法（浮体の幅）に対して波長が十分大きい場合の波強制力はフルード・クリロフ力でよく近似される．いまの場合，没水球に相当する没水球は入射波の波長に比べてかなり小さいから，波強制力としてはフルード・クリロフ力を考える．

入射波は正面向い波（$\alpha = 0°$）であるとすると，フルード・クリロフ力は

$$\frac{f_{ej}^{(FK)}}{\rho g\zeta_A} = K\iint_{S_B}\phi_0\frac{\partial x_j}{\partial n}dS = \iint_{S_B}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}e^{ikx}\frac{\partial x_j}{\partial n}dS \tag{27}$$

と表される．したがって，没水球に働く水平方向のフルード・クリロフ力は

$$\frac{f_{ex}^{(FK)}}{\rho g\zeta_A} = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cosh k(z_0 + R\cos\theta + h)}{\cosh kh}e^{ikR\sin\theta\cos\varphi}$$

$$\cdot\sin\theta\cos\varphi R^2\sin\theta d\varphi d\theta \tag{28}$$

と与えられる．ただし R は球の半径である．この式を整理し無次元値のかたちで表すと

$$\frac{f_{ex}^{(FK)}}{\rho g\zeta_A R^2} = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cosh k(z_0 + R\cos\theta + h)}{\cosh kh}e^{ikR\sin\theta\cos\varphi}$$

$$\cdot\sin^2\theta\cos\varphi d\varphi d\theta \tag{29}$$

となる．これを数値積分するため，まず θ を一定として φ に関する積分を0 ～2π の範囲で行う．つづいて，θ に関して0 ～π の範囲で積分する．計算にあたって，(29)式を実数部と虚数部に分け

$$\frac{f_{ex}^{(FK)}}{\rho g\zeta_A R^2} = f_C + if_S \tag{30}$$

とおき，f_C および f_S を求めると，時間項をふくむ波強制力は

$$F_{ex}(t) = f_{ex}^{(FK)}e^{i\omega t} = \rho g\zeta_A R^2\left(f_C + if_S\right)e^{i\omega t} \tag{31}$$

と与えられる．

没水球が2個あるときは，右側の球に対しては

$$x = x_0 + r\sin\theta\cos\varphi \tag{32}$$

とし，左側の球に対しては

$$x = -x_0 + r\sin\theta\cos\varphi \tag{33}$$

とおいて(27)式を計算する．なお，x_0 は右側の係留点の x 座標である．

次に鉛直方向（z 方向）の波強制力を求める．このとき，

$$\frac{\partial x_j}{\partial_n} = \frac{\partial z}{\partial n} = \frac{\partial z}{\partial r} = \cos\theta \tag{33}$$

であるから，フルード・クリロフ力は

$$\frac{f_{ez}^{(FK)}}{\rho g\zeta_A R^2} = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cosh k(z_0 + R\cos\theta + h)}{\cosh kh}e^{ikR\sin\theta\cos\varphi}$$

$$\cdot\cos\theta R^2\sin\theta d\varphi d\theta \tag{34}$$

となる．したがって

$$\frac{f_{ez}^{(FK)}}{\rho g\zeta_A R^2} = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cosh k(z_0 + R\cos\theta + h)}{\cosh kh}e^{ikR\sin\theta\cos\varphi}$$

$$\cdot\sin\theta\cos\theta d\varphi d\theta \tag{35}$$

が得られる．時間項を含む鉛直方向波強制力は

$$F_{ez}(t) = f_{ez}^{(FK)}e^{i\omega t} = \rho g\zeta_A R^2\left(f_{zC} + if_{zS}\right)e^{i\omega t} \tag{36}$$

となる．

数値積分を行って，水平波強制力および鉛直波強制力の計算をした。計算結果に対する図を**図-2**～**図-5**に示す．計算に当たっては後述する実験条件に合わせ，水深 $h = 2.0m$，没水球の半径 $r = 0.1m$，$x_0 = 2.5m$，$z_0 = -0.4m$ としている。

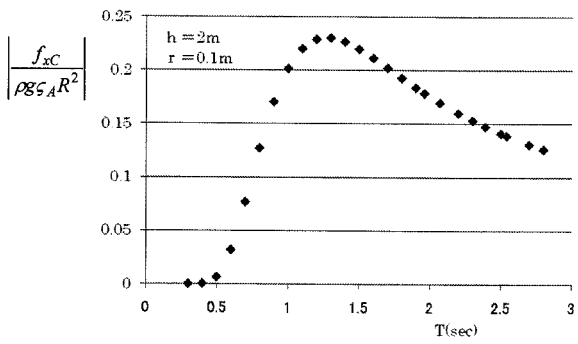

図-2 没水球の水平方向波強制力（実数部）

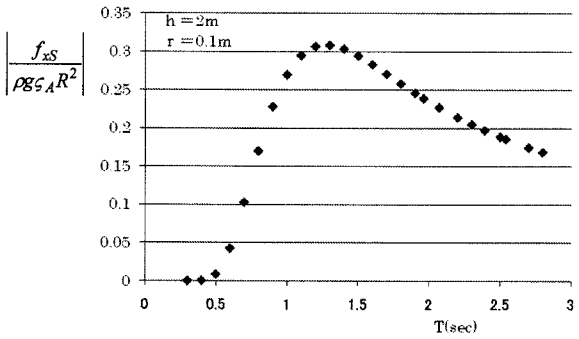

図-3 没水球の水平方向波強制力（虚数部）

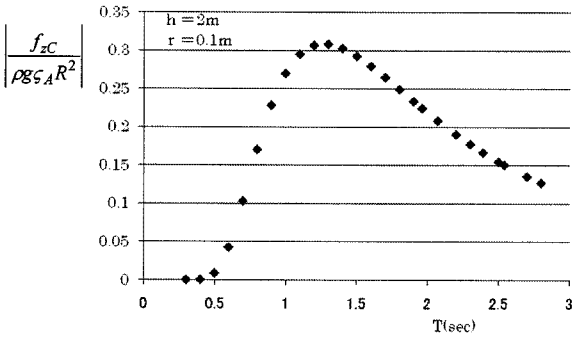

図-4 没水球の鉛直方向波強制力（実数部）

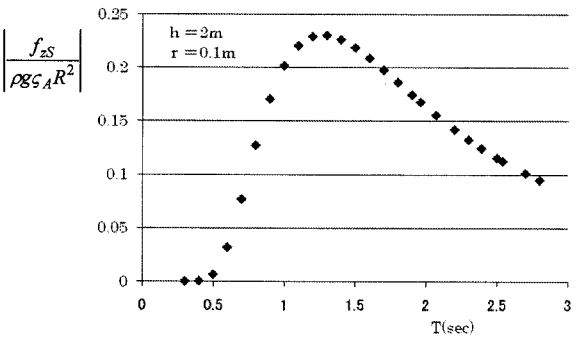

図-5 没水球の鉛直方向波強制力（虚数部）

5．水理実験

(1) 実験方法

実験は水産工学研究所の深水波造波水槽（長さ100m，幅1.0m，深さ2.5m）を用いた．この2次元造波水槽の端部には複式フラッター式造波機が設置されている．作用波は規則波とし，波高H=10cm～25cm，周期T=1.20s～2.54sの範囲で実験を行った．

実験モデルの概要を**図-6**に示す．没水球には直径20cmの35Nタイプの球形ブイ，係留は直径3mmのナイロンロープ（9.86g/m）を使用し，球形ブイと水平部のナイロンロープの間に張力計測のための リングゲージ（容量50N）を設置した．

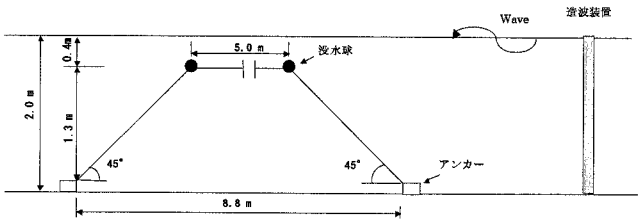

図-6 実験水槽および没水球の配置

(2) 実験結果

図-7は計算値と実験結果の比較結果を示す．横軸は波高と波長の比，縦軸は(21)式で示す変動張力振幅である．波高と波長の比が0.02以下では計算値と実験結果は良好な一致を見ることができる．**図-7**中最大を示す波高と波長の比が0.038では実験値が計算値を若干上回る結果となった．これは波高に対して波長が短い場合に起こるものであり今後の検討課題である．

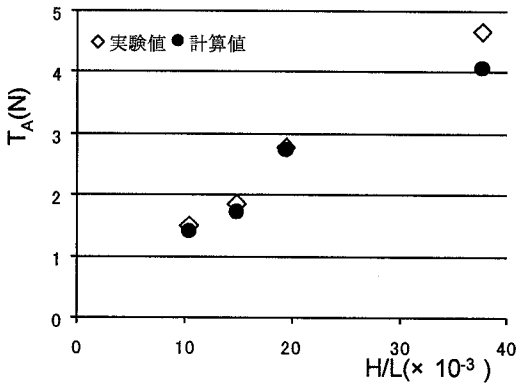

図-7 計算値と実験結果の比較

6．まとめ

本研究では高密度係留の前提となる没水浮体の緊張係留解析法を線形の範囲で検討し，水槽実験により検証を行った．波高に対して波長が短い場合に若干の検討課題は残るが，解析手法は有効であることがわかった．今後はこの解析法をもとに没水浮体間の水平索部分を人工水中海底と見立て，その人工水中海底から高密度に係留された浮体の影響について検討する必要がある．

謝辞

本研究を行うに際し，(株)IHIテクノソリューションズ技術開発センターの山下誠也氏の適切な助言を頂きました．また実験にあたっては水産工学研究所の設備を一部利用させていただくとともに国際気象海洋(株)の皆様にご協力を頂きました．心より御礼申し上げます．